

HA

b) $\ker \varphi_1 = \ker \varphi_2 = \ker \varphi$
 c) $\ker \varphi_1 = \ker \varphi_2 = \ker \varphi$
 d) $\ker \varphi_1 = \ker \varphi_2 = \ker \varphi$

Epis

→ Veurem pel primer terme de l'equació que

$$A/m_1 \equiv \mathbb{Z}/p\mathbb{Z} \quad ; \quad A/m_2 \equiv \mathbb{Z}/p\mathbb{Z} \Rightarrow A/m_1 \cong A/m_2 \text{ però } m_1 \neq m_2.$$

Finalment hem trobat els dos mòduls → Apliquem l'èpica

entens al cas real. Veurem $m_1 \neq m_2$ si $x = -ay \rightarrow iy = 1$

$$d = x + y\sqrt{-a} \in m_1 \text{ sempre però}$$

no té premisses.

(no té premisses) $\rightarrow$ errada

$$-a \quad a=1$$

$$x - ay = -2a \in \langle p \rangle \Leftrightarrow p|a$$

$$\text{ Però } a^2 \equiv 2 \pmod{p}$$

Així que tenim un

contradictori.

Q.5

||

Assignatura:

Estudiant/a:

Data:

PROBLEMA 2: K és un anell i $\Delta = \{f(x) \in K[x] \mid f'(x) = 0\}$

a) Δ subanell.

$\rightarrow \Delta \subseteq A$, on general, els constants estan dintre de A .

$\rightarrow f(x), g(x) \in \Delta, f(x) + g(x) \in K[x]$

$$(f(x) + g(x))'(x) = f'(x) + g'(x) = 0$$

$\rightarrow f(x), g(x) \in \Delta, f(x) \cdot g(x) \in K[x]$

$$(f(x) \cdot g(x))'(x) = \underbrace{f'(x)}_0 \cdot g(x) + f(x) \cdot \underbrace{g'(x)}_0 = 0$$

$$f(x) \cdot g(x) \in \Delta$$

Δ^* ?

$K^*[x] = K^*$, com que tots els constants de $K[x]$ estan dintre de $A \rightarrow \Rightarrow \Delta^* = K^*$.

b) Demostar que X^3 és irreducible de A .

Volem $X^3 = \sum_{i=0}^n a_i x^i \Rightarrow a_0 a_2 \in \Delta^*$

$X^3 = x^2 \cdot x$, però $x \notin A$ (tres de constants)

$$i) \text{ factors de constants } X^3 = f(x) \cdot \frac{X^3}{f(x)} = 0 \quad X^3 f(x) = \frac{1}{f(x)}$$

$$\text{Però si } f(x) \in A \Rightarrow f'(x) = 0 \Rightarrow \frac{1}{f(x)} \notin A$$

$\Rightarrow X^3 = X^2 \cdot 1$ llevats de unitats $\Rightarrow X^3$ és element irreducible.

c) Demostar que A no és factorial.

Δ factorial $\rightarrow$ si element irreducible no és primer

En el cas anterior heu vist que X^3 és irreducible

Donem a veure que no és primer

Si X^3 primer $\Rightarrow a \cdot b \in \langle X^3 \rangle, a, b \in \Delta^*, a, b \in A$.

04

Definició de D no principal

Ideal que no es troba escrit en $\langle p \rangle$, p elements de R .

Ideal ~~suma~~

~~Definició~~

Per a trobar la suma $I + J$ de I i J $\Rightarrow$ que no sigui igual a $\langle p \rangle$
 $x+y, a+b \in I+J$ on $x \in I$ i $y \in J$

Assignatura:

Estudi:

Data:

112

PROBLEMA 3:

a) Extensions M/K , M/L i M/L

$$\alpha = \sqrt[3]{5} - \sqrt[3]{3} = 0$$

$$M/K \Rightarrow M = K(\sqrt[3]{5}) \Rightarrow \text{GRUP DE L'EXTENSIÓ}$$

$$M/L \Rightarrow M = L(\sqrt[3]{3}) \Rightarrow \text{GRUP DE L'EXTENSIÓ}$$

b) La base de M a partir d'una base de K i d'una base de L

$$\downarrow \sqrt[3]{5}, \sqrt[3]{3}, \sqrt[3]{15}$$

$$\alpha = \sqrt[3]{5} - \sqrt[3]{3} = 0$$

$$\begin{pmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ 5a_1 & a_1 & b_1 \\ 5b_1 & 5c_1 & a_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & b & c & d & e \\ 3a & a' & b & c' & d' \\ 3b & 3c & 3d & 3e & 3f \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} a_2 & b_2 & c_2 & d_2 & e_2 \\ 5e_2 & a_2 & b_2 & b_2 & e_2 \\ 3d_2 & 3a_2 & a_2 & b_2 & c_2 \\ 3c_2 & 3d_2 & 3e_2 & c_2 & b_2 \\ 3b_2 & 3c_2 & 3d_2 & 3e_2 & a_2 \end{pmatrix}$$

Assignatura: _____

Estudiant: [REDACTED]

[41]

Data: _____

PROBLEMA 4

Donat $E \subset \mathcal{A}$ i A un subconjunt de $\mathcal{A}$ tal que $\forall a, b \in A$ $a \wedge b \in E$ i $a \wedge b \notin E$

$$a = a \cdot b + r \text{ on } 0 \leq r < a \text{ i } 0 \leq r < b$$

I ara hem de veure si I ideal de $A \Rightarrow I = \langle a \rangle$

Suposem $a \in I \Rightarrow \langle a \rangle \subseteq I$

$$\forall a \in I \rightarrow a = q \cdot a + r \rightarrow r = 0 \text{ i } a \in \langle a \rangle \quad \checkmark$$

$$\text{si } r \neq 0 \text{ i } a = q \cdot a + r \rightarrow r \neq 0 \text{ i } r < a$$

$$a \in I \Rightarrow \langle a \rangle \subseteq I$$

$a \cdot a \in I \Rightarrow \langle a \rangle \subseteq I$ i $a \cdot a \in I \Rightarrow I = \langle a \rangle$ i $a \cdot a \in I$

i seguit per tant $a \in I$ i $a \cdot a \in I$ i el generador $a \cdot a \in I$ i $a \cdot a \in I$.