

Assignatura:

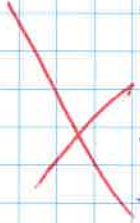
Estudia

Data: 08/01/2020

PROBLEMA 1

a) $f(x) = x^4 + x + 1 \in \mathbb{F}_2[x]$ irred?

a) anal de $P(x)$ he de condir $x \in \mathbb{F}_2$



$$\alpha^4 = \alpha + 1 \text{ però } \alpha = 0 : 0^4 = 0 + 1 = 1 \\ \alpha = 1 : 1^4 = 1 + 1 = 0$$

$\alpha \notin \mathbb{F}_2 \Rightarrow f(x)$ irreducible a $\mathbb{F}_2[x]$.

b) $\mathbb{Z}$ anul de $\mathbb{F}_2[x]$.

Tenim la igualtat $\mathbb{Z}^4 = \mathbb{Z} + 1$.

Ans aquesta igualtat observem que $\mathbb{Z} = 1$ i que $\mathbb{Z}^{4+1} = \mathbb{Z} \cdot \mathbb{Z}$

$\mathbb{Z} \cdot \mathbb{Z}$ amb $\mathbb{Z} \in \{0, 1\}$ forma tots els elements de

$\mathbb{F}_2$ i ho

Per tant, com tot element de $\mathbb{F}_2$ pot escriure com $\mathbb{Z}^i$ on $i \in \{0, 1\}$

veiem $\mathbb{F}_2^* \subseteq \langle \mathbb{Z} \rangle$

Com $\mathbb{Z}^{15} = 1 \Rightarrow \langle \mathbb{Z} \rangle \in \mathbb{F}_2^*$

on pens: $\mathbb{F}_2[x] \xrightarrow{\sim} \mathbb{F}_2[x] = \mathbb{F}_2[x]$

$$a \cdot (b \cdot x) = (a \cdot b) \cdot x^2 = (a \cdot b) \cdot x^2 = (a \cdot b) \cdot x$$

di Criteris

$$f \cdot a = h \cdot a \cdot x; x \in \mathbb{F}_2 \Rightarrow f \cdot x^2 = x^2 \cdot a \cdot x$$

$$\text{si } 2 \nmid 15 \text{ ni } 15 \nmid 15 \Rightarrow f \cdot a = f$$

$$\text{si } 2 \nmid 15 \Rightarrow f \cdot a = f$$

$$\text{si } 15 \nmid 15 \Rightarrow f \cdot a = f$$

$$\text{si } 15 \nmid 15 \Rightarrow f \cdot a = f$$

$$\text{si } 15 \nmid 15 \Rightarrow f \cdot a = f$$

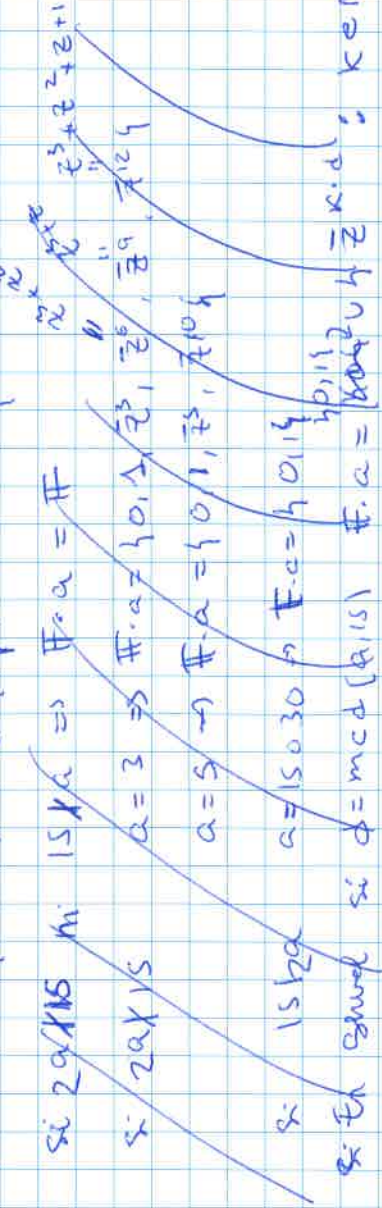
$$\begin{aligned} \mathbb{Z}^0 &= \mathbb{Z} \\ \mathbb{Z}^1 &= \mathbb{Z}^2 \\ \mathbb{Z}^2 &= \mathbb{Z}^3 \\ \mathbb{Z}^3 &= \mathbb{Z}^4 \\ \mathbb{Z}^4 &= \mathbb{Z}^5 \\ \mathbb{Z}^5 &= \mathbb{Z}^6 \\ \mathbb{Z}^6 &= \mathbb{Z}^7 \\ \mathbb{Z}^7 &= \mathbb{Z}^8 \\ \mathbb{Z}^8 &= \mathbb{Z}^9 \\ \mathbb{Z}^9 &= \mathbb{Z}^{10} \\ \mathbb{Z}^{10} &= \mathbb{Z}^{11} \\ \mathbb{Z}^{11} &= \mathbb{Z}^{12} \\ \mathbb{Z}^{12} &= \mathbb{Z}^{13} \\ \mathbb{Z}^{13} &= \mathbb{Z}^{14} \\ \mathbb{Z}^{14} &= \mathbb{Z}^{15} \end{aligned}$$

Per tant, com tot element de $\mathbb{F}_2$ pot escriure com $\mathbb{Z}^i$ on $i \in \{0, 1\}$

$$\langle \mathbb{Z} \rangle = \mathbb{F}_2^*$$

$$0 \cdot x = x$$

$$0/4$$



f) $(F)^a = \{x \in F : a \cdot x = x \cdot a\}$



Com hem vist que $\mathbb{Z}^{15} = 1$

~~Es tracta de~~ $\gcd(\mathbb{Z}^a, 15) = 1 \Rightarrow \mathbb{F} \cdot a = \mathbb{F}$ ja que tots els elements

tenen ordre 3, 5 o 15.

~~Es tracta de~~

e)

f) El l'element neutre i la unitat són a $(F)^a$

Es tracta per la mateixa raó a la seva inversa.

Tracta pel producte $x, y \in (F)^a \Rightarrow a \cdot x = x \cdot a = x^2 = x$ i $a \cdot y = y \cdot a = y^2 = y$

$(F)^2 \subseteq \mathbb{F}_2$



025

23

Assignatura

Estudis

Data: 08/01/2020

1D6

0.5

PROBLEMA 2

b) Orde maximal de S_5 he de ser me permutacions que continguin un cicle d'orde 3 i una permutació per tenir zero 6. !?

$$C_{S_5}(\sigma) = \{ \tau \in S_5 \mid \tau \sigma \tau^{-1} = \sigma \}$$

$$\text{Si } \sigma \text{ sigui } \sigma = (a_1 a_2 a_3)(a_4 a_5)$$

$$\begin{aligned} \langle \sigma \rangle &= \{ \text{id}, (a_1 a_2 a_3)(a_4 a_5), (a_1 a_3 a_2), (a_4 a_5), (a_1 a_2 a_3), (a_1 a_3 a_2)(a_4 a_5) \} \\ &= \langle (a_1 a_2 a_3), (a_4 a_5) \rangle \end{aligned}$$

Com $\langle \sigma \rangle$ forma tots les combinacions possibles dels cicles ~~ajuntats~~
modificar la seva descomposició en cicles disjunts ~~tenien que~~
no existeix cap més permutació fora de $\langle \sigma \rangle$ que estigui
dintre del centralitzador.

τ evidentment, com tots els permutacions de S_5 ~~estacionen~~
la seva descomposició

~~Dues d'elles són les que~~

~~Per exemple en aquest cas~~

Com $\langle \sigma \rangle$ forma tots les combinacions possibles dels cicles disjunts dels cicles
de la seva descomposició ha hi haurà cap més que hi pugui ser el

centralitzador i, a la vegada, forma tots les permutacions del centralitzador.

→ clarament si $\tau \notin \langle (a_1 a_2 a_3)(a_4 a_5) \rangle$; $\tau \sigma \tau^{-1} \neq \sigma$!

$$\tau \sigma \tau^{-1} = \langle (a_1 a_2 a_3)(a_4 a_5) \rangle$$

Així es veu a que els cicles de la descomposició són primer entre ells

Assignatura: _____ D6

Estudiant/ _____

Data: 08/04/2020

PROBLEMA 3:

2) $d \in T(M)$

Si $d \in T(M)$ per les propietats de f bijectiva $f(f^{-1}(d)) = f(d)$
 $\exists \beta \in N$ tal que $\beta = f^{-1}(d) \in T(N)$
 $\Rightarrow f(T(N)) \subseteq T(M)$

Verem l'altre inclús però utilitzant la bijectivitat de f i que

per $d \in T(M) \exists \beta \in M$ tal que $\beta = f^{-1}(d)$ i aleshores

comprovant que $\beta^{-1} \in T(N) \Rightarrow T(N) \subseteq f(T(N))$.

i veiem les dues inclúsions han estat aconseguit.

Q

Assignatura:

Estudiant

Data: 08/05/2020

PROBLEMA 4

(b)

$$x = \frac{1}{2} \rightarrow 2x = 1$$

$$\begin{array}{r} \dots b_2 b_1 b_0 \\ \hline 2 \\ \hline 1 \end{array}$$

$$27: 2b_0 \equiv 1 \pmod{7} \rightarrow b_0 = 4 \text{ i en posarem 1.}$$

$$2b_1 + 1 \equiv 0 \pmod{7} \rightarrow b_1 = 3 \text{ ; en posarem 1}$$

$$\text{+ per d'aquí: veiem que } 2b_{n+1} \equiv 0 \pmod{7} \rightarrow b_{n+1} = 3 \text{ iud.}$$

L'expansió p-àdica de $\frac{1}{2}$ a 7 és $\dots 3334$

Per veureix prou és veiem que l'expansió p-àdica de $\frac{1}{2}$ a 7 és $\dots 5556$. ($b_n = 5 \text{ } n \geq 1$ i $b_0 = 6$)