Métodos de computación intensiva (MESIO UPC-UB) Curso 2014-15
Práctica en el aula informática 1

Uso de la función `optim`. Implementación de algoritmos IRWLS

El resultado de la práctica se entregará en un documento en formato pdf (procesado en LaTeX, Word, OpenOffice o equivalente) que explique qué hacéis, cómo lo hacéis y los resultados que habéis obtenido. El texto principal (de pocas páginas: 2 o 3) debería incluir extractos de código y parte de la salida gráfica y numérica que obtengáis.
Debe haber un apéndice que contenga todo el código que uséis de forma que vuestro trabajo sea reproducible.
El documento se ha de entregar en ATENEA. La entrega es individual.

1. (Lange 1999, Problema 11.4, page 139)
   En el libro de D.R.Cox. (1970) *The Analysis of Binary Data* (p. 11) se presenta un conjunto de datos sobre un experimento que compara distintas condiciones en las que se preparan lingotes de un metal. La respuesta principal del experimento es si el lingote finalmente está o no listo para su uso.

   La descripción de los datos es ésta (extraída del paquete de R330, `help(ingots.df)`):

   n_i **trials** the total number of ingots which were tested under a set of conditions.

   x_i **notready** the number of ingots not ready for rolling.

   z_i **heat** heating times for ingots either 7, 14, 27 or 51.

   La tabla recoge los datos:

n_i trials	x_i notready	z_i heat
55	0	7
157	2	14
159	7	27
16	3	57

Suponemos que $x_1, \ldots, x_4$, son observaciones de 4 varaibles aleatorias independientes $X_1, \ldots, X_4$, con $X_i = B(n_i, p_i(\beta))$, $i = 1, \ldots, 4$, donde $\beta = (\beta_0, \beta_1)$

$$p_i(\beta) = \frac{e^{\beta_0+\beta_1 z_i}}{1 + e^{\beta_0+\beta_1 z_i}},$$

dando así lugar a un modelo lineal generalizado.

a) Estimar $\beta = (\beta_0, \beta_1)$ por máxima verosimilitud usando la función `optim` de R. Llamar a esta función con cada uno de los siguientes valores del parámetro `method`:
`''Nelder-Mead'', ''BFGS'', ''CG'', ''L-BFGS-B''`
Hacer una tabla comparativa que recoja los valores estimados, el número de evaluaciones de la función logaritmo de la verosimilitud, los tiempos de ejecución (usar la función `system.time`), etc.

b) Para los métodos `''BFGS''`, `''G''` y `''L-BFGS-B''` estimar la matriz de varianzas de los estimadores máximo verosímiles calculados a partir de la matriz Hessiana que proporciona la función `optim` cuando se usa el parámetro `hessian=TRUE`.

c) Para el método `''Nelder-Mead''` estimar la matriz de varianzas del estimador máximo verosímil calculado mediante bootstrap paramétrico.

2. Considera un modelo lineal generalizado de la familia Poisson con link logarítmico:

$$X_i \sim \text{Poisson}(\lambda_i),\ i = 1, \ldots, n,$$

con $\log(\lambda_i) = \beta_0 + \beta_1 n_i + \beta_2 z_i$, con n_i y z_i constantes conocidas, $i = 1, \ldots, n$. (*Nota:* Esta modelización se basa en la aproximación de la binomial por la Poisson: $B(n_i, p_i) \approx \text{Poisson}(\lambda_i = n_i p_i)$).

a) Describe cómo se haría en este caso la estimación máximo verosímil de (β_0, β_1) mediante un algoritmo del tipo IRWLS.

b) Impleméntalo en R.

c) Considera los datos del problema anterior (ingots data). Supondremos un modelo de regresión GLM de la familia Poisson
`notready ~ trials + heat`
Compara tus resultados con los dados por la función `glm`:
`glm(notready ~ trials + heat, family=poisson)`