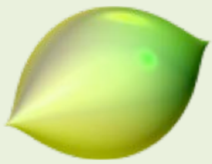
Nombre:

Fecha:



ImaginaryBCN

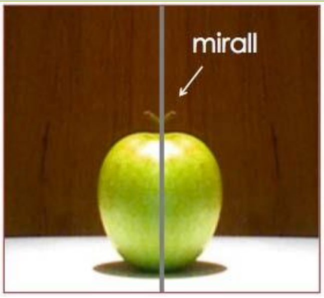
Cuaderno de seguimiento
Actividad: Simetria y coordenadas

◆ El concepto de simetría

Simetría axial

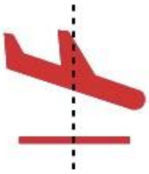
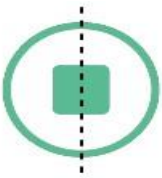
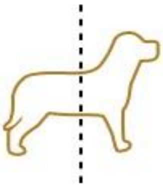
Una figura plana tiene **simetría axial** cuando se puede doblar por la mitad y las dos mitades coinciden exactamente. La línea del pliegue se llama **eje de simetría**. Por ejemplo, la mariposa es simétrica respecto del eje punteado.

Simetría especular

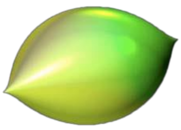
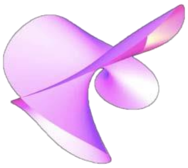
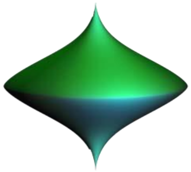
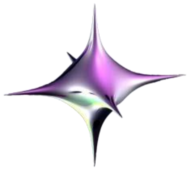


Una figura tridimensional tiene **simetría especular** cuando se puede cortar en dos partes de tal manera que una es el reflejo de la otra en un espejo. Al espejo le llamamos **plano de simetría**. Por ejemplo, si cortas una manzana por la mitad y la ponemos frente un espejo, vuelves a tener la manzana entera.

1. Señala las figuras con simetría axial.

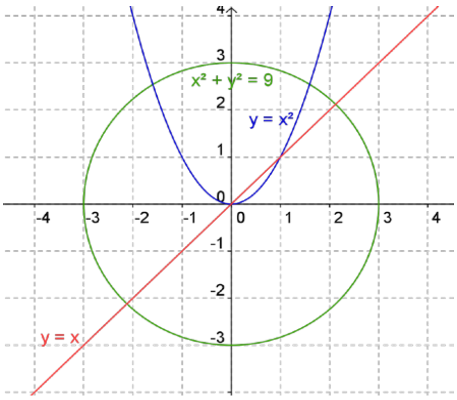
2. Marca las figuras que tienen simetría especular.

Material creado por Maria Alberich, Jordi Buendía, Ferran Dachs, Anna Sabater y Emilio José Sánchez con la colaboración de:

◆ Leer simetrías en las ecuaciones

Las soluciones de una ecuación dan un conjunto de puntos en el espacio, que forman una figura.



Les ecuaciones, nos sirven para distinguir diferentes figuras, y también nos muestran algunas propiedades tales como la simetría axial. Fíjate en les figuras de la izquierda. ¿Qué ecuación corresponde a cada una? Identifica algunos puntos como $(3{,}0)$, $(1{,}1)$,$(0{,}0)$, $(-1{,}1)$; ¿a qué figuras pertenecen? Comprueba que son solución de las correspondientes ecuaciones.

Figura y ecuación	$(3{,}0)$	$(1{,}1)$	$(0{,}0)$	$(-1{,}1)$
Recta: $y = x$	No: $0 \neq 3$	Sí: $1 = 1$		
Circunferencia:				
Parábola:				

Fíjate en las simetrías respecto al eje coordenado vertical y completa: el punto simétrico de $(3{,}0)$ es (,); el punto simétrico de $(1{,}1)$ es (,); el punto simétrico de $(0{,}0)$ es (,); y el punto simétrico de $(-1{,}1)$ es (,).

Dibuja los puntos simétricos y descubre la ley: el punto simétrico del punto (x, y) es el (,).

Toma un punto de una figura, por ejemplo el $(1{,}1)$ de la recta o de la parábola, y comprueba si su punto simétrico también pertenece a la figura. ¿En qué figuras ocurre?

Tener simetría respecto al eje coordenado vertical $x = 0$ quiere decir que la ecuación no cambia al sustituir (x, y) por $(-x, y)$. Por ejemplo en la parábola, se cumple $y = (-x)^2 = x^2$, y concluimos que tiene la simetría buscada. Pero en la recta, la ecuación que resulta, una vez hecho el cambio: $y = -x$, es una nueva recta. Dibújala. ¿Qué ocurrirá con la circunferencia? Razónalo.

Fíjate en las simetrías respecto al eje coordenado horizontal. Tener simetría respecto del eje horizontal $y = 0$ quiere decir que la ecuación no cambia al sustituir (x, y) por $(x, -y)$. ¿Qué figuras crees que no variarán? ¿Cuales sí que lo harán? Escribe las ecuaciones e intenta dibujarlas.

Material creado por Maria Alberich, Jordi Buendía, Ferran Dachs, Anna Sabater y Emilio José Sánchez con la colaboración de:

◆ El abecedario de las ecuaciones

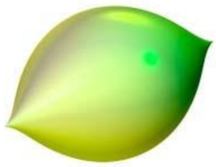
Las ecuaciones algebraicas son unas fórmulas muy especiales; sólo efectúan operaciones elementales: multiplicaciones y sumas. Las ecuaciones se pueden descomponer como una suma de monomios. En un monomio, se distinguen los siguientes elementos: el signo, el coeficiente, las variables, los exponentes y el grado:

$$2xy^2z = +2x^1y^2z^1$$

El grado del monomio es la suma de los exponentes de las variables que lo componen

$$grado = 1 + 2 + 1 = 4$$

El grado de la ecuación es el grado del monomio de grado más elevado

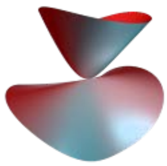


Por ejemplo la ecuación del *Limón* $x^2 + z^2 = y^3 1 - y^3$ desarrollada queda $x^2 + z^2 - y^3 + 3y^4 - 3y^5 + y^6 = 0$. Tiene dos monomios de grado 2: x^2 y z^2; un monomio de grado 3: $-y^3$; un monomio de grado 4: $3y^4$; un monomio de grado 5: $-3y^5$; y un monomio de grado 6: y^6. Luego tiene grado 6.

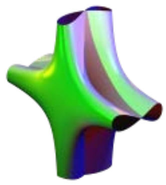
Practica el lenguaje del álgebra contestando las siguientes preguntas:

1. ¿Cuál de estas figuras tiene la ecuación de menor grado?

$(xy - z^3 - 1)^2 = (1 - x^2 - y^2)^3$



$x^2 + y^2z = z^2$



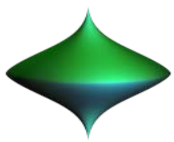
$6x^2 = 2x^4 + y^2z^2$

2. ¿Cuál es el coeficiente de mayor grado del *Caballito de Mar*?

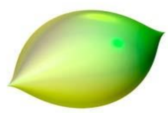
$(x^2 - y^3)^2 = (x + y^2)z^3$

3. ¿Cuál de estas figuras no pasa por el origen de coordenadas $(0,0,0)$?

$xy - z^3 - 1^2 = (1 - x^2 - y^2)^3$

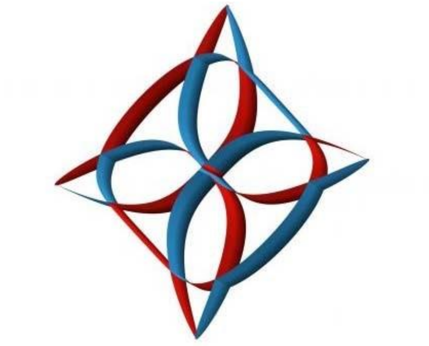


$60\ (x^2 + y^2)\ z^4 = (60 - x^2 - y^2 - z^2)^3$



$x^2 + z^2 = y^3\ (1 - y)^3$

◆ ¡Crea con el SURFER!

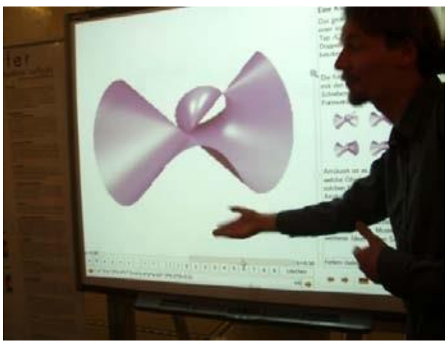


$0 = (x^2 + y^6 - 1) \cdot (2x^3 + 4y) \cdot (2y^3 + 2x) \cdot (2x^3 - 4y) \cdot (2y^3 - 2x)$

Inventa una ecuación que tenga un grado bajo, por ejemplo 2, y otra que tenga un grado elevado, por ejemplo 5. Comprueba cómo son las superficies que has inventado con el programa SURFER. ¿Es verdad que la ecuación de grado elevado da lugar a una superficie más complicada?

Imagina que quieres crear una superficie con una punta como la del *Limón*, es decir una punta que delimita la superficie sólo en un lado (que la podrías seguir con el dedo y ¡pincharte!): ¿De qué grado crees que deberá ser la ecuación? Para investigarlo, completa la siguiente tabla visualizando las figuras con el SURFER:

Ecuación	Grado	Punta tipo *Limón*	Punta de otro tipo
$x^2 + z^2 - y^3\,(1 - y)^3 = 0$			
$x^2 + z^2 - y^3 = 0$			
$x^2 + z^2 - y^2 = 0$			
$x^2 + z^2 - 100y^2 = 0$			
$100x^2 + 100z^2 - y^2 = 0$			
$x^2 + z^2 - y^2 + xz = 0$			
$x^2 + z^2 - y^2 + y = 0$			



¿A qué conclusión has llegado? ¿Te atreves a conjeturar que el grado mínimo necesario para obtener una punta cómo la del *Limón*?