



GUIA DOCENT

25/26

Curs Sophie Germain

Grau en Matemàtiques



Sophie Germain
01/04/1776-27/06/1831



UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA
BARCELONATECH

Facultat de Matemàtiques i Estadística



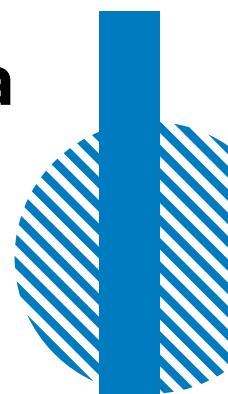
Curs 2025-2026

Facultat de Matemàtiques i Estadística



UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA
BARCELONATECH

Facultat de Matemàtiques i Estadística



SUMARI

CAT

Grau en matemàtiques
Informació general
Fitxes de les assignatures

CAS

Grado en matemáticas
Información general
Fichas de las asignaturas

ENG

Bachelor's Degree in Mathematics
General Information
Subject Index



Grau en Matemàtiques

FACULTAT DE MATEMÀTIQUES I ESTADÍSTICA (FME)

Amb el **grau en Matemàtiques**, acreditat amb excel·lència per l'AQU Catalunya, rebràs una formació completa i exigent en totes les matèries bàsiques de les matemàtiques i les seves aplicacions. Si el teu objectiu és la recerca, podràs integrar-te amb èxit en grups capdavanters per investigar en matemàtiques, en enginyeria i tecnologia, en ciències de la natura i la salut o en ciències socials. Podràs desenvolupar la teva activitat en el món de l'empresa o la indústria, o en els sectors de banca i finances, consultoria, salut i serveis, on els matemàtics són cada cop més apreciats per la seva formació i per la seva capacitat d'aprenentatge. Si la teva opció és la docència, després de cursar el màster de formació de professorat, podràs dedicar-te a l'ensenyament de les matemàtiques en centres de secundària. Hi ha la possibilitat de cursar la **dobla titulació de Matemàtiques i Música** (Escola Superior de Música de Catalunya - ESMUC).

DADES GENERALS

Durada

4 cursos acadèmics

Càrrega lectiva

240 crèdits ECTS (incloent-hi el treball de fi de grau). Un crèdit equival a 25-30 hores de treball.

Tipus de docència

Presencial

Nota de tall del curs 2025-2026

12,644

Horaris/torns

Matí

Idiomes

Consulta l'idioma d'impartició de cada assignatura a la guia docent dintre del pla d'estudis, i als horaris dels grups.

Informació sobre [l'ús de llengües a l'aula i els drets lingüístics de l'estudiantat](#).

Preus i beques

Preu aproximat per curs, 1.061 € (1.800 € per a no residents a la UE). [Consulta el percentatge de minoració en funció de la renda \(beques i modalitats de pagament\)](#).

Lloc d'impartició

[Facultat de Matemàtiques i Estadística \(FME\)](#)

Títol oficial

[Inscrit en el registre del Ministeri d'Educació, Cultura i Esport](#)

ACCÉS

Places de nou ingrés

75

Codi de preinscripció

31040

PLA D'ESTUDIS

Assignatures	crèdits ECTS	Tipus
PRIMER QUADRIMESTRE		
Àlgebra Lineal	7.5	Obligatòria
Càlcul en una Variable	7.5	Obligatòria
Fonaments de la Matemàtica	7.5	Obligatòria
Informàtica	7.5	Obligatòria
SEGON QUADRIMESTRE		
Àlgebra Lineal Numèrica	7.5	Obligatòria
Càlcul Diferencial	7.5	Obligatòria
Geometria Afí i Euclidiana	7.5	Obligatòria
Matemàtica Discreta	7.5	Obligatòria
TERCER QUADRIMESTRE		
Àlgebra Multilineal i Geometria	7.5	Obligatòria
Algorísmia	7.5	Obligatòria
Càlcul Integral	7.5	Obligatòria
Programació Matemàtica	7.5	Obligatòria
QUART QUADRIMESTRE		
Anàlisi Real	7.5	Obligatòria
Física	7.5	Obligatòria
Funcions de Variable Complexa	7.5	Obligatòria
Topologia	7.5	Obligatòria
CINQUÈ QUADRIMESTRE		
Càlcul Numèric	7.5	Obligatòria
Equacions Diferencials Ordinàries	7.5	Obligatòria
Estructures Algebraiques	7.5	Obligatòria
Teoria de la Probabilitat	7.5	Obligatòria

Assignatures	crèdits ECTS	Tipus
SISÈ QUADRIMESTRE		
Equacions en Derivades Parcial	7.5	Obligatòria
Estadística	7.5	Obligatòria
Geometria Diferencial	7.5	Obligatòria
Models Matemàtics de la Física	7.5	Obligatòria
SETÈ QUADRIMESTRE		
Models Matemàtics de la Tecnologia	9	Obligatòria
Àlgebra Abstracta	3	Optativa
Algorísmia i Complexitat	6	Optativa
Anàlisi de Sèries Temporals	6	Optativa
Ciència de Dades Aplicada a les Finances	3	Optativa
Combinàtoria i Teoria de Grafs	6	Optativa
Criptologia	6	Optativa
Disseny d'Experiments	6	Optativa
Enginyeria de Dades i Blockchain	3	Optativa
Estadística Industrial	6	Optativa
Fitxers i Bases de Dades	6	Optativa
Matemàtiques Aplicades a la Música	3	Optativa
Matemàtiques de les Tecnologies Digitals	3	Optativa
Matemàtiques per a l'Ensenyament i la Divulgació	6	Optativa
Mètodes Bayesians	6	Optativa
Mètodes Estadístics en Minería de Dades	6	Optativa
Mètodes Estadístics per a Finances i Assegurances	6	Optativa
Mètodes Numèrics per a Equacions Diferencials	6	Optativa
Models Lineals	6	Optativa
Models Lineals Generalitzats	6	Optativa
Sistemes Dinàmics	6	Optativa
Teoria de Galois	6	Optativa
Varietats Diferenciables	6	Optativa
VUITÈ QUADRIMESTRE		
Anàlisi de Sèries Temporals No Lineals	6	Optativa
Anàlisi de Supervivència	6	Optativa
Anàlisi Funcional	6	Optativa
Anàlisi Multivariant	6	Optativa
Computació Quàntica	6	Optativa
Demografia	6	Optativa
Econometria	6	Optativa
Estadística per a les Biociències	6	Optativa

Assignatures	crèdits ECTS	Tipus
Geometria Algebraica	6	Optativa
Història de la Matemàtica	6	Optativa
Matemàtica Financera	6	Optativa
Mètodes No Paramètrics i de Remostreig	6	Optativa
Modelització Computacional	6	Optativa
Música i Matemàtiques	3	Optativa
Optimització en Enginyeria	6	Optativa
Optimització Financera	6	Optativa
Teoria de Control	6	Optativa
Teoria de Cues i Simulació	6	Optativa
Topologia Algebraica	6	Optativa
Treball de Fi de Grau	15	Projecte

SORTIDES PROFESSIONALS

Sortides professionals

- Consultoria estratègica, consultoria tecnològica, gestió de projectes i estudis.
- Empresa, indústria i serveis: anàlisi de dades, programació i enginyeria del software, estudis de mercat, planificació i personal directiu, criptografia i seguretat.
- Recerca en matemàtiques: personal docent i investigador en universitats o centres de recerca.
- Recerca en altres ciències i en enginyeria i tecnologia: centres de recerca i laboratoris, tant del sector públic com privat: computació, comunicacions, robòtica, mecànica, biologia o medicina.
- Banca, finances, assegurances: anàlisi i control de riscos, gestió de carteres i fons, responsables d'inversions, disseny i valoració de productes financers, criptografia i seguretat.
- Professorat de secundària en centres públics o privats, editorials i empreses del sector de l'ensenyament.

ACORDS DE DOBLE TITULACIÓ

Amb l'Escola Superior de Música de Catalunya (ESMUC)

- Grau en Matemàtiques + Títol Superior de Música (més informació al [web de l'FME](#))

Amb altres universitats internacionals

- [Consulta els acords de doble titulació amb altres universitats internacionals](#)

En el marc de l'oferta d'estudis del Centre de Formació Interdisciplinària Superior (CFIS)

També pots cursar una doble titulació interdisciplinària a dos centres docents UPC coordinada pel CFIS.

Més informació al [web del CFIS](#)

SEGELLS DE QUALITAT

Consulta els indicadors principals de qualitat de la titulació al portal Estudis Universitaris de Catalunya de l'Agència per a la Qualitat del Sistema Universitari de Catalunya. Podràs conèixer, entre d'altres, els resultats de l'avaluació dels estudis, el grau de satisfacció de l'estudiantat o les dades d'inserció laboral dels titulats i titulades.

[Més informació](#)

ORGANITZACIÓ ACADÈMICA: NORMATIVES, CALENDARIS

Organització dels estudis

Els estudis s'organitzen en quatre cursos i cada curs està dividit en dos quadrimestres de quinze setmanes. A cadascun dels tres primers cursos hi ha 8 assignatures obligatòries quadrimestrals, de 7,5 ECTS. A quart curs se n'ha de cursar una obligatòria de 9 ECTS, 6 optatives de 6 ECTS cadascuna i el treball de fi de grau, de 15 ECTS.

Es podran seguir tres itineraris: un de genèric, en què es poden escollir les assignatures optatives que es vulgui, i dos d'especialització, que donen lloc a dues mencions: la Menció en Enginyeria Matemàtica i la Menció en Estadística. Per aconseguir-les, cal cursar les optatives de l'especialitat i fer el treball de fi de grau relacionat amb el tema.

Calendari acadèmic

[Calendari acadèmic dels estudis universitaris de la UPC](#)

Normatives acadèmiques

[Normativa acadèmica dels estudis de grau de la UPC](#)

Acreditació i reconeixement d'idiomes

Els estudiants de grau han d'acreditar la competència en una tercera llengua per obtenir el títol de grau. [Certifica el teu nivell d'idiomes](#).

Índex

200246 - Àlgebra Abstracta
200002 - Àlgebra Lineal
200151 - Àlgebra Lineal Numèrica
200111 - Àlgebra Multilineal i Geometria
200162 - Algorísmia
200231 - Algorísmia i Complexitat
200211 - Anàlisi Funcional
200102 - Anàlisi Real
200004 - Càlcul Diferencial
200001 - Càlcul en una Variable
200006 - Càlcul Integral
200153 - Càlcul Numèric
200232 - Combinàtoria i Teoria de Grafs
200249 - Computació Quàntica
200251 - Enginyeria de Dades i Blockchain
200141 - Equacions Diferencials Ordinàries
200142 - Equacions en Derivades Parcial
200132 - Estadística
200112 - Estructures Algebraiques
200021 - Física
200003 - Fonaments de la Matemàtica
200101 - Funcions de Variable Complexa
200005 - Geometria Afí i Euclidiana
200204 - Geometria Algebraica
200122 - Geometria Diferencial
200241 - Història de la Matemàtica
200011 - Informàtica
200161 - Matemàtica Discreta
200223 - Matemàtica Financera
200255 - Matemàtiques Aplicades a la Música
200254 - Matemàtiques per a l'Ensenyament i la Divulgació
200248 - Mètodes Numèrics per a Equacions Diferencials
200171 - Models Matemàtics de la Física
200172 - Models Matemàtics de la Tecnologia
200252 - Música i Matemàtiques
200152 - Programació Matemàtica
200213 - Sistemes Dinàmics
200212 - Teoria de Control
200201 - Teoria de Galois
200131 - Teoria de la Probabilitat
200121 - Topologia
200202 - Topologia Algebraica

Guia docent

200246 - AABS - Àlgebra Abstracta

Última modificació: 26/06/2025

Unitat responsable: Facultat de Matemàtiques i Estadística
Unitat que imparteix: 749 - MAT - Departament de Matemàtiques.
Titulació: GRAU EN MATEMÀTIQUES (Pla 2009). (Assignatura optativa).
Curs: 2025 **Crèdits ECTS:** 3.0 **Idiomes:** Català

PROFESSORAT

Professorat responsable: Francesc Planas Vilanova

Altres:

CAPACITATS PRÈVIES

Uns mínims conceptes d'àlgebra, estructures, subestructures, homomorfismes. Les capacitats apreses a les assignatures de Fonaments de la Matemàtica i Estructures Algebraiques són perfectament adequades.

REQUISITS

Encara que no seria estrictament necessari, és molt recomanable haver cursat prèviament l'assignatura d'Estructures Algebraiques.

COMPETÈNCIES DE LA TITULACIÓ A LES QUALS CONTRIBUEIX L'ASSIGNATURA

Específiques:

GM-CE2. CE-2. Resoldre problemes de Matemàtiques, mitjançant habilitats de càlcul bàsic i d'altres, tot planificant-ne la resolució en funció de les eines de què es disposi i de les restriccions de temps i recursos.

GM-CE4. CE-4. Desenvolupar programes informàtics que resolguin problemes matemàtics, tot fent servir per a cada cas l'entorn computacional escaient.

GM-CE6. Tenir capacitat per a resoldre problemes d'àmbit acadèmic, tècnic, de les finances o social, mitjançant mètodes matemàtics.

Genèriques:

GM-CB5. Haver desenvolupat les habilitats d'aprenentatge que són necessàries per poder emprendre, amb un grau alt d'autonomia, estudis multidisciplinaris en disciplines científiques en què les Matemàtiques tenen un paper significatiu.

GM-CG1. CG-1. Comprendre i emprar el llenguatge matemàtic. Adquirir la capacitat d'enunciar propietats en diversos camps de la Matemàtica, de construir argumentacions, d'elaborar càlculs i de transmetre els coneixements matemàtics adquirits.

GM-CB4. CB-4. Ser capaç de transmetre conclusions, així com els coneixements i fonaments que les sustenten, tant a un públic especialitzat com al que no ho és, de manera clara i sense ambigüitats.

GM-CG2. CG-2. Conèixer demostracions rigoroses d'alguns teoremes clàssics en diferents àrees de la Matemàtica.

GM-CG3. CG-3. Assimilar la definició d'un nou objecte matemàtic en termes d'altres ja coneguts i ser capaç de fer servir aquest objecte en contextos diferents.

GM-CG4. CG-4. Saber abstraure les propietats estructurals (dels objectes matemàtics, de la realitat observada i d'altres àmbits), distingint-les de les que només són ocasionals. Poder comprovar-les amb demostracions o refutar-les mitjançant contraexemples, així com identificar errors en els raonaments incorrectes.

GM-CG6. CG-6. Detectar deficiències en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per a ampliar aquest coneixement.

Transversals:

04 COE. COMUNICACIÓ EFICAC ORAL I ESCRITA: Comunicar-se de forma oral i escrita amb altres persones sobre els resultats de l'aprenentatge, de l'elaboració del pensament i de la presa de decisions; participar en debats sobre temes de la pròpia especialitat.

07 AAT. APRENENTATGE AUTÒNOM: Detectar mancances en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per a ampliar aquest coneixement.

METODOLOGIES DOCENTS

Dues hores setmanals de teoria i problemes combinats.

OBJECTIUS D'APRENTATGE DE L'ASSIGNATURA

L'objectiu del curs és fer una breu introducció a l'àlgebra commutativa, específicament, la relacionada amb les k -àlgebres afins. Comencem amb anells, ideals, àlgebres i mòduls. Després introduïm i provem el diccionari àlgebra-geometria. Acabem el curs introduïnt l'eina de les bases de Groebner i presentant algun problema obert en àlgebra commutativa, com per exemple els relacionats amb corbes monomials, anells de Shimoda, etc.

HORES TOTALES DE DEDICACIÓ DE L'ESTUDIANTAT

Tipus	Hores	Percentatge
Hores grup gran	15,0	20.00
Hores grup petit	15,0	20.00
Hores aprenentatge autònom	45,0	60.00

Dedicació total: 75 h

CONTINGUTS

Anells, ideals, mòduls.

Descripció:

En el primer tema del curs fem una introducció, recordatori, de la teoria d'anells, ideals i mòduls. Se suposa que això s'ha fet a l'assignatura d'Estructures (algebraiques de tercer). Però en tot cas es farà un repàs. Definició d'anell, els ideals, operacions amb ideals, generació d'ideals. I després mòduls.

Dedicació: 25h

Grup gran/Teoria: 5h

Grup petit/Laboratori: 5h

Aprenentatge autònom: 15h

Diccionari Àlgebra-Geometria

Descripció:

En aquest tema definim Varietats afins.

Demostrarem el diccionari Àlgebra Geometria.

Presentarem algun problema obert en àlgebra commutativa com per exemple, els relacionats amb corbes monomials i anells de Shimoda.

Dedicació: 25h

Grup gran/Teoria: 5h

Grup petit/Laboratori: 5h

Aprenentatge autònom: 15h



Bases de Groebner

Descripció:

Breu introducció a la teoria de les bases de Groebner que permeten fer càlculs efectius.

Això hauria de permetre fer una aproximació i entendre la dificultat dels problemes oberts que s'han presentat.

Dedicació: 25h

Grup gran/Teoria: 5h

Grup petit/Laboratori: 5h

Aprenentatge autònom: 15h

SISTEMA DE QUALIFICACIÓ

Examen al final del quadrimestre. Es valorarà el treball fet a classe.

BIBLIOGRAFIA

Bàsica:

- Cox, D.; Little, J.; O'Shea, D.. Ideals, Varieties and Algorithms. 4th ed. Springer, cop. 1995.

- Atiyah, M.F; MacDonald, I.G.. Introduction to Commutative Algebra. Oxford: Addisson-Wesley., 1969.

Guia docent

200002 - AL - Àlgebra Lineal

Última modificació: 29/05/2025

Unitat responsable: Facultat de Matemàtiques i Estadística
Unitat que imparteix: 749 - MAT - Departament de Matemàtiques.

Titulació: GRAU EN MATEMÀTIQUES (Pla 2009). (Assignatura obligatòria).

Curs: 2025 **Crèdits ECTS:** 7.5 **Idiomes:** Català

PROFESSORAT

Professorat responsable: JOSEP ALVAREZ MONTANER

Altres:

CAPACITATS PRÈVIES

L'alumne ha de dominar els coneixements de matemàtiques de batxillerat i tenir destresa en la resolució de problemes de matemàtiques de nivell de batxillerat.

COMPETÈNCIES DE LA TITULACIÓ A LES QUALS CONTRIBUEIX L'ASSIGNATURA

Específiques:

- CE-2. Resoldre problemes de Matemàtiques, mitjançant habilitats de càlcul bàsic i d'altres, tot planificant-ne la resolució en funció de les eines de què es disposi i de les restriccions de temps i recursos.
- CE-3. Utilitzar aplicacions informàtiques d'anàlisi estadístic, càlcul numèric i simbòlic, visualització gràfica, optimització o d'altres, per a experimentar en Matemàtiques i resoldre problemes.
- CE-4. Desenvolupar programes informàtics que resolguin problemes matemàtics, tot fent servir per a cada cas l'entorn computacional escaient.

Genèriques:

- CB-1. Demostrar posseir i comprendre coneixements de l'àrea de les Matemàtiques, construïts a partir de la base de l'educació secundària general i a un nivell que, tot recolzant-se en llibres de text avançats, inclogui també alguns aspectes que impliquin coneixements provinents de l'avantguarda de l'estudi de les Matemàtiques i de les seves aplicacions a la ciència i a la tecnologia.
- CB-2. Saber aplicar d'una forma professional els coneixements matemàtics al seu treball i posseir les capacitats que, a l'àrea de les Matemàtiques i en les seves aplicacions a la ciència i a la tecnologia, s'acostumen a demostrar mitjançant l'elaboració i defensa d'arguments i la resolució de problemes.
- CB-3. Tenir la capacitat de reunir i interpretar dades rellevants, a l'àrea de les Matemàtiques i en les seves aplicacions, per a emetre judicis que incloguin una reflexió sobre temes rellevants d'indole social, científica o ètica.
- CG-1. Comprendre i emprar el llenguatge matemàtic. Adquirir la capacitat d'enunciar propietats en diversos camps de la Matemàtica, de construir argumentacions, d'elaborar càlculs i de transmetre els coneixements matemàtics adquirits.
- CG-2. Conèixer demostracions rigoroses d'alguns teoremes clàssics en diferents àrees de la Matemàtica.
- CG-3. Assimilar la definició d'un nou objecte matemàtic en termes d'altres ja coneguts i ser capaç de fer servir aquest objecte en contextos diferents.
- CG-4. Saber abstenir-se les propietats estructurals (dels objectes matemàtics, de la realitat observada i d'altres àmbits), distingint-les de les que només són ocasionals. Poder comprovar-les amb demostracions o refutar-les mitjançant contraexemples, així com identificar errors en els raonaments incorrectes.
- CG-6. Detectar deficiències en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per a ampliar aquest coneixement.

Transversals:

11. APRENENTATGE AUTÒNOM: Detectar mancances en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per ampliar aquest coneixement.

METODOLOGIES DOCENTS

Les classes de teoria serviran per presentar i desenvolupar el temari.

En les sessions de problemes es resoldran, d'entre els exercicis i problemes proposats, aquells que es considerin més il·lustratius. S'insistirà en els aspectes conceptuals de l'assignatura sense descuidar les parts més mecàniques. Durant aquestes sessions es plantejaran les diferents estratègies disponibles per abordar els problemes i es justificarà l'elecció d'aquella que sigui més adient. En aquest sentit es procurarà fomentar la participació activa dels estudiants.

OBJECTIUS D'APRENTATGE DE L'ASSIGNATURA

L'objectiu general de l'assignatura és introduir l'estudiantat en diferents aspectes de l'àlgebra lineal estàndard i de l'anàlisi matricial. Són objectius específics d'aquesta assignatura l'adquisició dels coneixements bàsics d'àlgebra lineal (matrius, sistemes d'equacions lineals, espais vectorials i les seves transformacions). Concretament:

- manipulació i operacions amb matrius; discussió i resolució de sistemes d'equacions lineals;
- espais vectorials; dependència lineal; subespais; bases i coordenades.
- estudi de les aplicacions lineals; canvis de base; subespais invariants; diagonalització d'endomorfismes.
- introducció a les nocions geomètriques bàsiques relacionades amb l'espai euclidià

A més l'assignatura ha de ser fonament i referència en cursos posteriors i, per això, el curs també té com objectius:

- potenciar la capacitat d'abstracció de l'estudiant;
 - familiaritzar l'alumnat en el desenvolupament del llenguatge abstracte i del formalisme matemàtic;
 - introduir l'alumnat a problemes interdisciplinaris que es resolen amb àlgebra lineal.
 - iniciar l'estudiant en l'ús de l'àlgebra lineal com a instrument per a modelitzar i resoldre problemes.
- En acabar el curs, els coneixements, habilitats i les capacitats que l'estudiant ha d'adquirir són les següents:

- Saber operar amb matrius. Calcular rangs i determinants. Saber interpretar les matrius, les operacions i els resultats en diferents contextos. Discutir i resoldre sistemes d'equacions lineals. Saber plantejar sistemes i saber interpretar-ne les solucions.
- Reconèixer espais vectorials, subespais vectorials i aplicacions lineals.
- Saber calcular relacions de dependència lineal. Comprendre les nocions de bases i dimensió. Saber calcular i canviar de coordenades. Comprendre les diferents operacions entre subespais i entre espais vectorials. Tenir facilitat en el seu càlcul. Familiaritzar-se amb l'espai dual i el quocient i saber treballar-hi.
- Determinar el nucli i la imatge d'una aplicació lineal. Calcular imatges i antiimatges d'elements i de subespais. Saber representar matricialment les aplicacions lineals. Entendre la relació amb els sistemes d'equacions i saber canviar de base. Entendre el concepte de subespai vectorial i de restricció. Entendre la necessitat de transformar una matriu a una forma predeterminada. Discutir i trobar la forma diagonal d'una matriu, tant en el cas real com en el cas complex. Saber treballar amb tipus concrets de matrius.
- Conèixer aplicacions de la diagonalització d'un endomorfisme.
- Entendre el concepte de producte escalar i conceptes derivats. Saber treballar en espais euclidians. Comprendre la noció d'ortogonalitat i de projecció ortogonal. Conèixer el Teorema Espectral real.

HORES TOTALES DE DEDICACIÓ DE L'ESTUDIANTAT

Tipus	Hores	Percentatge
Hores grup gran	45,0	24.00
Hores grup petit	30,0	16.00
Hores aprenentatge autònom	105,0	56.00
Hores activitats dirigides	7,5	4.00

Dedicació total: 187.5 h

CONTINGUTS

Matrius, sistemes lineals i determinants

Descripció:

Definició i operacions amb matrius; transformacions elementals, forma esglaonada; determinant (expansió de Laplace), rang. Sistemes lineals, eliminació Gaussiana, Cramer, Teorema de Rouché-Frobenius. Matriu adjunta i matriu inversa

Dedicació: 18h

Grup mitjà/Pràctiques: 8h

Aprenentatge autònom: 10h

Espais vectorials

Descripció:

Espais vectorials. Combinacions lineals; subespais, intersecció i suma, generadors; dependència lineal; bases, dimensió, coordenades, canvi de base; fórmula de Grassmann, suma directa, extensió de bases. Espai quocient.

Dedicació: 44h

Grup gran/Teoria: 12h

Grup mitjà/Pràctiques: 7h

Aprenentatge autònom: 25h

Aplicacions lineals

Descripció:

Definició, exemples i propietats. Nucli i imatge, rang. Matriu d'una aplicació lineal; composició d'aplicacions; canvi de base i aplicacions lineals. Subespais invariants d'endomorfismes. Teorema d'isomorfisme. Espai dual i base dual.

Dedicació: 35h

Grup gran/Teoria: 10h

Grup mitjà/Pràctiques: 5h

Aprenentatge autònom: 20h

Reducció d'endomorfismes

Descripció:

Valors i vectors propis; polinomi característic, multiplicitat algebraica i geomètrica. Primer teorema de descomposició; criteris de diagonalització. Polinomis anul·ladors, teorema de Cayley-Hamilton, polinomi mínim. Forma de Jordan d'un endomorfisme. Aplicacions.

Dedicació: 36h

Grup gran/Teoria: 11h

Grup mitjà/Pràctiques: 5h

Aprenentatge autònom: 20h

Espai Vectorial Euclidià

Descripció:

Productes escalars i Espai Euclidià; norma, distància, angles, subespai ortogonal, projecció ortogonal. Bases ortonormals i Gram-Schmidt. Teorema espectral. Aplicacions

Dedicació: 37h

Grup gran/Teoria: 12h

Grup mitjà/Pràctiques: 5h

Aprenentatge autònom: 20h

SISTEMA DE QUALIFICACIÓ

L'avaluació de l'assignatura es realitzarà mitjançant un Examen Parcial a meitat de quadrimestre, una avaluació continuada i un examen final. La nota d'avaluació continuada s'obté de la valoració de problemes resolts i entregats periòdicament per part dels estudiants.

La nota de l'assignatura s'obté segons la fórmula:

$$\text{Nota} = \max\{\text{nota examen final}; 70\% \text{ nota examen final} + 20\% \text{ nota examen parcial} + 10\% \text{ avaluació continuada}; 90\% \text{ examen final} + 10\% \text{ avaluació continuada}; 80\% \text{ examen final} + 20\% \text{ examen parcial}\}.$$

Adicionalment, hi haurà un examen final extraordinari al juliol per als qui hagin suspès. La nota de reavaluació es calcularà així:

$$\text{Nota Reavaluació} = \max\{\text{nota examen final extraordinari}; 70\% \text{ nota examen final extraordinari} + 20\% \text{ nota examen parcial} + 10\% \text{ avaluació continuada}; 90\% \text{ examen final extraordinari} + 10\% \text{ avaluació continuada}; 80\% \text{ examen final extraordinari} + 20\% \text{ examen parcial}\}.$$

BIBLIOGRAFIA

Bàsica:

- Castellet, M. ; Llerena, I. Àlgebra lineal i geometria. 4a ed. Bellaterra: Universitat Autònoma de Barcelona. Servei de Publicacions, 2000. ISBN 847488943X.
- Strang, Gilbert. Introduction to linear algebra. 5th ed. Wellesley: Cambridge Press, cop. 2016. ISBN 9780980232776.
- Jeronimo, G.; Sabia, J.; Tesauri, S. Àlgebra lineal (recopilació de notes de l'autor) [en línia]. Disponible a: http://mate.dm.uba.ar/~jeronimo/algebra_lineal/.

Complementària:

- Friedberg, Stephen H; Insel, Arnold J; Spence, Lawrence E. Linear algebra. 4th ed. Upper Saddle River: Pearson Education, cop. 2003. ISBN 0131202669.
- Poole, David. Álgebra lineal: una introducción moderna. 2004. ISBN 9706862722.
- Lay, David C; Murrieta Murrieta, Jesús Elmer; Alfaro Pastor, Javier. Álgebra lineal y sus aplicaciones [en línia]. 3a ed. México: Pearson Educación, 2007 [Consulta: 21/06/2023]. Disponible a: https://www-ingebook-com.recursos.biblioteca.upc.edu/ib/NPcd/IB_BooksVis?cod_primaria=1000187&codigo_libro=1275. ISBN 9789702609063.
- Puerta Sales, Ferran. Àlgebra Lineal. Barcelona: Edicions UPC, 2005. ISBN 9788483018033.

RECURSOS

Altres recursos:

*Llistes de problemes publicades al campus virtual

* Strang, G., Linear algebra, curs en vídeo: <https://ocw.mit.edu/courses/mathematics/18-06-linear-algebra-spring-2010/>



Guia docent 200151 - ALN - Àlgebra Lineal Numèrica

Última modificació: 29/05/2025

Unitat responsable: Facultat de Matemàtiques i Estadística
Unitat que imparteix: 749 - MAT - Departament de Matemàtiques.
Titulació: GRAU EN MATEMÀTIQUES (Pla 2009). (Assignatura obligatòria).
Curs: 2025 **Crèdits ECTS:** 7.5 **Idiomes:** Català

PROFESSORAT

Professorat responsable: JUAN RAMON PACHA ANDUJAR

Altres:

CAPACITATS PRÈVIES

L'estudiant haurà d'haver assolit els objectius que es detallen a la guia docent de l'assignatura d'Àlgebra Lineal (codi AL-200002) la qual s'imparteix al primer quadrimestre del Grau de Matemàtiques.

REQUISITS

Haver seguit almenys un curs d'Àlgebra Lineal amb continguts semblats al curs d'Àlgebra Lineal de primer del Grau de Matemàtiques. Consulteu la Guia docent, codi AL-200002.

COMPETÈNCIES DE LA TITULACIÓ A LES QUALS CONTRIBUEIX L'ASSIGNATURA

Específiques:

1. CE-2. Resoldre problemes de Matemàtiques, mitjançant habilitats de càlcul bàsic i d'altres, tot planificant-ne la resolució en funció de les eines de què es disposi i de les restriccions de temps i recursos.
2. CE-3. Utilitzar aplicacions informàtiques d'anàlisi estadístic, càlcul numèric i simbòlic, visualització gràfica, optimització o d'altres, per a experimentar en Matemàtiques i resoldre problemes.
3. CE-4. Desenvolupar programes informàtics que resolguin problemes matemàtics, tot fent servir per a cada cas l'entorn computacional escaient.

Genèriques:

4. CB-1. Demostrar posseir i comprendre coneixements de l'àrea de les Matemàtiques, construïts a partir de la base de l'educació secundària general i a un nivell que, tot recolzant-se en llibres de text avançats, inclogui també alguns aspectes que impliquin coneixements provinents de l'avantguarda de l'estudi de les Matemàtiques i de les seves aplicacions a la ciència i a la tecnologia.
5. CB-2. Saber aplicar d'una forma professional els coneixements matemàtics al seu treball i posseir les capacitats que, a l'àrea de les Matemàtiques i en les seves aplicacions a la ciència i a la tecnologia, s'acostumen a demostrar mitjançant l'elaboració i defensa d'arguments i la resolució de problemes.
6. CB-3. Tenir la capacitat de reunir i interpretar dades rellevants, a l'àrea de les Matemàtiques i en les seves aplicacions, per a emetre judicis que incloguin una reflexió sobre temes rellevants d'índole social, científica o ètica.
7. CG-1. Comprendre i emprar el llenguatge matemàtic. Adquirir la capacitat d'enunciar propietats en diversos camps de la Matemàtica, de construir argumentacions, d'elaborar càlculs i de transmetre els coneixements matemàtics adquirits.
8. CG-2. Conèixer demostracions rigoroses d'alguns teoremes clàssics en diferents àrees de la Matemàtica.
9. CG-3. Assimilar la definició d'un nou objecte matemàtic en termes d'altres ja coneguts i ser capaç de fer servir aquest objecte en contextos diferents.
10. CG-4. Saber abstraure les propietats estructurals (dels objectes matemàtics, de la realitat observada i d'altres àmbits), distingint-les de les que només són ocasionals. Poder comprovar-les amb demostracions o refutar-les mitjançant contraexemples, així com identificar errors en els raonaments incorrectes.
12. CG-6. Detectar deficiències en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per a ampliar aquest coneixement.

Transversals:

11. APRENTATGE AUTÒNOM: Detectar mancances en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per a ampliar aquest coneixement.

METODOLOGIES DOCENTS

Les 5 hores de classe setmanals es divideixen en 3 hores a aula convencional i 2 hores a aula d'ordinadors. Generalment, els conceptes teòrics es presenten i desenvolupen a l'aula convencional. A l'aula d'ordinadors es fan majoritàriament problemes, exemples d'implementació i ús dels mètodes numèrics, així com exemples d'aplicació en ciències i enginyeria. També es realitza el seguiment de l'evolució dels exercicis pràctics proposats.

Tota la informació referent a la organització i seguiment de l'assignatura, i tot el material docent es publica a la intranet docent.

OBJECTIUS D'APRENTATGE DE L'ASSIGNATURA

L'assignatura té dos objectius principals: (1) donar una idea global del paper dels mètodes numèrics en la resolució de problemes habituals a les matemàtiques, la física i l'enginyeria, i (2) proporcionar una sòlida base en la resolució numèrica dels problemes d'àlgebra lineal.

L'alumne ha d'adquirir capacitats per:

- Conèixer i entendre les possibilitats, i les limitacions, dels mètodes numèrics per a la resolució de problemes de la matemàtica i d'altres disciplines
- Conèixer i entendre les tècniques numèriques bàsiques per a resolució de sistemes d'equacions lineals i problemes d'autovalors.
- Seleccionar i utilitzar un mètode numèric apropiat per a la resolució d'un problema concret, identificant-ne els avantatges i inconvenients.
- Adquirir competència i agilitat a l'hora d'expressar els mètodes numèrics estudiats en forma d'algorismes per a, finalment, codificar-los d'una manera eficient en el llenguatge de programació Python.
- Analitzar críticament els resultats obtinguts (precisió en el resultat d'interès, adequació del mètode numèric i del model matemàtic, interpretació dels resultats).
- Presentar els resultats de forma clara i concisa.

HORES TOTS DE DEDICACIÓ DE L'ESTUDIANTAT

Tipus	Hores	Percentatge
Hores grup gran	45,0	24.00
Hores aprenentatge autònom	105,0	56.00
Hores grup petit	30,0	16.00
Hores activitats dirigides	7,5	4.00

Dedicació total: 187.5 h

CONTINGUTS

Introducció als mètodes numèrics

Descripció:

- Introducció: Iteracions, recurrències, diferències finites, etc.
- El llenguatge de programació Python. Llibreries numpy, sympy i matplotlib.

Competències relacionades:

GM-CE3. CE-3. Utilitzar aplicacions informàtiques d'anàlisi estadístic, càlcul numèric i simbòlic, visualització gràfica, optimització o d'altres, per a experimentar en Matemàtiques i resoldre problemes.

Dedicació: 17h 30m

Grup mitjà/Pràctiques: 4h

Aprenentatge autònom: 13h 30m

Aritmètica finita i precisió

Descripció:

- Representació binària de nombres en coma flotant. L'estàndard IEEE-754 de l'aritmètica de coma flotant.
- Errors en les operacions numèriques. Propagació dels errors. Anàlisi progressiu i regressiu de propagació d'errors.
- Estabilitat i inestabilitat numèriques. Exemples. Condicionament d'algorismes numèrics.

Competències relacionades:

GM-CE2. CE-2. Resoldre problemes de Matemàtiques, mitjançant habilitats de càlcul bàsic i d'altres, tot planificant-ne la resolució en funció de les eines de què es disposi i de les restriccions de temps i recursos.

Dedicació: 20h

Grup gran/Teoria: 5h

Grup petit/Laboratori: 3h

Aprenentatge autònom: 12h

Sistemes d'equacions lineals. Mètodes directes

Descripció:

- Conceptes bàsics. Tipologia de matrius. Ortogonalitat. Normes vectorials i matricials, i equivalència.
- Eliminació gaussiana. Pivotatge parcial i total, factoritzacions LU, Cholesky, Doolittle i Crout.
- Factorització QR. Ortogonalització de Gram-Schmidt i variants estables. Projectors ortogonals de Givens i Householder.
- Sistemes sobre-determinats i aproximacions per mínims quadrats.
- Nombre de condició d'una matriu i errors en la solució de sistemes lineals. Refinament iteratiu.
- Matrius banda, matrius per blocs i disperses. Factorització LU de matrius banda i disperses, i fill-in. Factorització LU incompleta, criteris. Us com a preconditionadors.
- Factorització de matrius particionades. Subestructuració i complement de Schur.

Competències relacionades:

GM-CE2. CE-2. Resoldre problemes de Matemàtiques, mitjançant habilitats de càlcul bàsic i d'altres, tot planificant-ne la resolució en funció de les eines de què es disposi i de les restriccions de temps i recursos.

Dedicació: 57h 30m

Grup gran/Teoria: 15h

Grup petit/Laboratori: 8h

Aprenentatge autònom: 34h 30m

Sistemes d'equacions lineals. Mètodes iteratius

Descripció:

- Mètodes estacionaris clàssics: Jacobi, Gauss-Seidel, sobre relaxació (SOR).
- Mètodes per a matrius simètriques. Gradient i gradient conjugat.
- Preconditionadors.

Competències relacionades:

GM-CE2. CE-2. Resoldre problemes de Matemàtiques, mitjançant habilitats de càlcul bàsic i d'altres, tot planificant-ne la resolució en funció de les eines de què es disposi i de les restriccions de temps i recursos.

Dedicació: 35h

Grup gran/Teoria: 8h

Grup petit/Laboratori: 9h

Aprenentatge autònom: 18h

Càlcul de valors propis i descomposició en valors singulars, DVS

Descripció:

- Mètode de la potència i derivats: Potència inversa, desplaçada i inversa desplaçada.
- Mètode de Jacobi. Reducció a forma tridiagonal de matrius simètriques.
- Iteracions basades en factoritzacions QR. Reducció a forma Hessenberg.
- Descomposició en valors singulars, SVD.
- Aplicacions.

Competències relacionades:

GM-CE2. CE-2. Resoldre problemes de Matemàtiques, mitjançant habilitats de càlcul bàsic i d'altres, tot planificant-ne la resolució en funció de les eines de què es disposi i de les restriccions de temps i recursos.

Dedicació: 57h 30m

Grup gran/Teoria: 15h

Grup petit/Laboratori: 8h

Aprenentatge autònom: 34h 30m

SISTEMA DE QUALIFICACIÓ

L'assignatura s'avalua mitjançant exàmens (E) i un conjunt de pràctiques que s'hauran de lliurar dins un termini especificat (AC). La nota de l'assignatura serà la mitjana ponderada

$$NF = 0.8E + 0.2AC$$

on la nota E es calcula a partir de la les notes dels exàmens parcials (EP), final (EF) com

$$E = \max(0.3 EP + 0.7 EF, EF)$$

A la convocatòria extraordinària E és el mínim entre 7 i la nota de l'examen extraordinari.

Tot i que, pel que fa a la nota de pràctiques (AC) només s'avaluaran les pràctiques lliurades, és convenient fer tots els exercicis proposats, ja que algunes preguntes dels exàmens poden estar basades en ells o requerir desenvolupaments tècnics similars.

Donat que una part dels exàmens consistirà en l'aplicació dels codis desenvolupats a les classes de pràctiques, el exàmens es realitzaran a les aules de PCs.

BIBLIOGRAFIA

Bàsica:

- Allaire, Grégoire; Trabelsi, Karim; Kaber, Sidi Mahmoud. Numerical linear algebra [en línia]. New York: Springer, cop. 2008 [Consulta: 04/06/2024]. Disponible a: <https://link-springer-com.recursos.biblioteca.upc.edu/book/10.1007/978-0-387-68918-0>. ISBN 9780387341590.
- Aubanell, Anton; Benseny, Antoni; Delshams, Amadeu. Útiles básicos de cálculo numérico. Barcelona: Labor, 1993. ISBN 8433551566.
- Björck, A. Numerical methods in matrix computations [en línia]. Cham: Springer, 2015 [Consulta: 04/06/2024]. Disponible a: <https://link-springer-com.recursos.biblioteca.upc.edu/book/10.1007/978-3-319-05089-8>. ISBN 3319050893.
- Bonet, Carles. Càlcul numèric [en línia]. Barcelona: Edicions UPC, 1994 [Consulta: 04/06/2024]. Disponible a: <https://upcommons.upc.edu/handle/2099.3/36356>. ISBN 8476533764.
- Golub, Gene H; Van Loan, Charles F. Matrix computations. 4th ed. Baltimore: The Johns Hopkins University Press, 2013. ISBN 9781421407944.
- Grau Sánchez, Miquel; Noguera Batlle, Miquel. Càlcul numèric. Barcelona: Edicions UPC, 1993. ISBN 8476532563.
- Saad, Y. Iterative methods for sparse linear systems. 2nd ed. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics, SIAM, cop. 2003. ISBN 0898715342.
- Saad, Y. Numerical methods for large eigenvalue problems [en línia]. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics, SIAM, 2011 [Consulta: 04/06/2024]. Disponible a: <https://www-users.cse.umn.edu/~saad/books.html>.
- Stoer, Josef; Bulirsch, Roland. Introduction to numerical analysis. 3rd ed. New York [etc.]: Springer, cop. 2002. ISBN 9781441930064.
- Wilkinson, J. H. The Algebraic eigenvalue problem. Oxford: Clarendon Press, cop. 1965. ISBN 0198534183.

Complementària:

- Demmel, James W. Applied numerical linear algebra. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics, SIAM, cop. 1997. ISBN 0898713897.
- Goldberg, D.. "What every computer scientist should know about floating-point arithmetic". ACM Computing Surveys [en línia]. Vol. 23, Num. 1, 1991 [Consulta: 04/06/2024]. Disponible a: <https://dl-acm-org.recursos.biblioteca.upc.edu/doi/abs/10.1145/103162.103163>.
- Higham, Nicholas J. Accuracy and stability of numerical algorithms. 2nd ed. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics, cop. 2002. ISBN 0898715210.
- Kincaid, David; Cheney, E. W. Análisis numérico: las matemáticas del cálculo científico. Argentina [etc.]: Addison-Wesley Iberoamericana, cop. 1994. ISBN 0201601303.
- Press, William H. Numerical recipes in C : the art of scientific computing. 1st publ. Cambridge [etc.]: Cambridge University Press, cop. 1988. ISBN 052135465X.
- Quarteroni, Alfio; Saleri, Fausto; Gervasio, Paola. Scientific computing with MATLAB and Octave [en línia]. 3rd ed. Heidelberg [etc.]: Springer, 2010 [Consulta: 04/06/2024]. Disponible a: <https://link-springer-com.recursos.biblioteca.upc.edu/book/10.1007/978-3-642-12430-3>. ISBN 9783642124297.
- Trefethen, Lloyd N; Bau, David. Numerical linear algebra. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics, 1997. ISBN 9780898713619.

Guia docent

200111 - AMG - Àlgebra Multilineal i Geometria

Última modificació: 29/05/2025

Unitat responsable: Facultat de Matemàtiques i Estadística
Unitat que imparteix: 749 - MAT - Departament de Matemàtiques.
Titulació: GRAU EN MATEMÀTIQUES (Pla 2009). (Assignatura obligatòria).
Curs: 2025 **Crèdits ECTS:** 7.5 **Idiomes:** Català, Castellà

PROFESSORAT

Professorat responsable: CARLES PADRO LAIMON

Altres:

CAPACITATS PRÈVIES

L'alumne ha d'haver assolit els objectius de les assignatures Àlgebra lineal i Geometria afí i Euclidiana.

COMPETÈNCIES DE LA TITULACIÓ A LES QUALS CONTRIBUEIX L'ASSIGNATURA

Específiques:

- CE-2. Resoldre problemes de Matemàtiques, mitjançant habilitats de càlcul bàsic i d'altres, tot planificant-ne la resolució en funció de les eines de què es disposi i de les restriccions de temps i recursos.
- CE-3. Utilitzar aplicacions informàtiques d'anàlisi estadístic, càlcul numèric i simbòlic, visualització gràfica, optimització o d'altres, per a experimentar en Matemàtiques i resoldre problemes.
- CE-4. Desenvolupar programes informàtics que resolguin problemes matemàtics, tot fent servir per a cada cas l'entorn computacional escaient.

Genèriques:

- CB-1. Demostrar posseir i comprendre coneixements de l'àrea de les Matemàtiques, construïts a partir de la base de l'educació secundària general i a un nivell que, tot recolzant-se en llibres de text avançats, inclogui també alguns aspectes que impliquin coneixements provinents de l'avantguarda de l'estudi de les Matemàtiques i de les seves aplicacions a la ciència i a la tecnologia.
- CB-2. Saber aplicar d'una forma professional els coneixements matemàtics al seu treball i posseir les capacitats que, a l'àrea de les Matemàtiques i en les seves aplicacions a la ciència i a la tecnologia, s'acostumen a demostrar mitjançant l'elaboració i defensa d'arguments i la resolució de problemes.
- CB-3. Tenir la capacitat de reunir i interpretar dades rellevants, a l'àrea de les Matemàtiques i en les seves aplicacions, per a emetre judicis que incloguin una reflexió sobre temes rellevants d'índole social, científica o ètica.
- CG-1. Comprendre i emprar el llenguatge matemàtic. Adquirir la capacitat d'enunciar propietats en diversos camps de la Matemàtica, de construir argumentacions, d'elaborar càlculs i de transmetre els coneixements matemàtics adquirits.
- CG-2. Conèixer demostracions rigoroses d'alguns teoremes clàssics en diferents àrees de la Matemàtica.
- CG-3. Assimilar la definició d'un nou objecte matemàtic en termes d'altres ja coneguts i ser capaç de fer servir aquest objecte en contextos diferents.
- CG-4. Saber abstraure les propietats estructurals (dels objectes matemàtics, de la realitat observada i d'altres àmbits), distingint-les de les que només són ocasionals. Poder comprovar-les amb demostracions o refutar-les mitjançant contraexemples, així com identificar errors en els raonaments incorrectes.
- CG-6. Detectar deficiències en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per a ampliar aquest coneixement.

Transversals:

11. APRENENTATGE AUTÒNOM: Detectar mancances en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per ampliar aquest coneixement.

METODOLOGIES DOCENTS

Les hores de classe setmanals es divideixen en tres sessions teòriques i dues de problemes. A les classes teòriques s'exposen els continguts del programa, i s'acompanyen amb exemples i demostracions. A les classes de problemes es presenten solucions als problemes proposats i es discuteixen amb els estudiants.

OBJECTIUS D'APRENENTATGE DE L'ASSIGNATURA

Aprofundir en el coneixement de l'espai dual. Conèixer les nocions bàsiques de l'àlgebra multilinear: tensors i producte tensorial, bases dels espais de tensors, operacions amb tensors.

Adquirir coneixements i destreses en geometria projectiva: sistemes de referència, relació amb la geometria afí, projectivitats, classificació de còniques i quàdriques.

Familiaritzar-se amb la resolució analítica i sintètica de problemes geomètrics.

Iniciar-se en l'abstracció en geometria i el programa d'Erlangen.

HORES TOTALS DE DEDICACIÓ DE L'ESTUDIANTAT

Tipus	Hores	Percentatge
Hores grup gran	45,0	24.00
Hores aprenentatge autònom	112,5	60.00
Hores grup petit	30,0	16.00

Dedicació total: 187.5 h

CONTINGUTS

Àlgebra multilinear

Descripció:

- Formes bilineals i quadràtiques.
- L'espai vectorial dels tensors.
- Producte tensorial. Bases.
- Tensors simètrics i antisimètrics. Operadors.
- Producte exterior. Bases.

Dedicació: 18h

Grup gran/Teoria: 11h

Grup mitjà/Pràctiques: 7h

Forma canònica de Jordan

Descripció:

Es complementa l'anàlisi de la diagonalització de matrius fet a l'Àlgebra Lineal amb la introducció de la forma canònica de Jordan.

Dedicació: 5h

Grup gran/Teoria: 3h

Grup petit/Laboratori: 2h

-Geometria projectiva

Descripció:

- Espai projectiu (real i complex).
- Interpretacions del pla projectiu.
- Completació projectiva d'un espai afí.
- Varietats lineals. Grassman
- Sistemes de referència i coordenades projectives.
- Equacions de les varietats lineals.
- Raó doble.
- Dualitat.
- Teoremes de Pappus i Desargues.
- Definició axiomàtica del pla projectiu. Plans no desarguesians.

Dedicació: 19h 10m

Grup gran/Teoria: 11h 40m

Grup mitjà/Pràctiques: 7h 30m

-Quàdriques

Descripció:

- Hiperquàdriques d'un espai projectiu.
- Polaritat.
- Classificació projectiva de quàdriques (real i complexa).
- Classificació afí de quàdriques (real i complexa).
- Transformacions per projectivitat. Seccions hiperplanes
- Còniques. Teorema de Steiner.
- Geometria mètrica en el context projectiu.

Dedicació: 17h

Grup gran/Teoria: 10h

Grup mitjà/Pràctiques: 7h

-Projectivitats

Descripció:

- Projectivitats i homografies
- El Teorema Fonamental de la Geometria Projectiva
- Matrius de projectivitats
- Projectivitats, varietats lineals i dualitat.
- Punts fixos i varietats fixes.
- Algunes famílies de projectivitats: perspectivitats, involucions i homologies. El Teorema de Poncelet.
- Homografies de la recta i el pla.
- Afinitats en el context projectiu.

Dedicació: 18h

Grup gran/Teoria: 11h

Grup petit/Laboratori: 7h

SISTEMA DE QUALIFICACIÓ

La qualificació constarà d'un examen final (nota EF) i d'un examen parcial a mig quadrimestre (nota EP).

L'examen final constarà d'una part de problemes i d'una part teòrica.

La qualificació final de l'assignatura vindrà donada per: màxim { EF , 0.8 EF+ 0.2 EP }

Addicionalment, hi haurà un examen extraordinari al juliol per als estudiants suspesos.

BIBLIOGRAFIA

Bàsica:

- Casas Alvero, Eduardo. Analytic projective geometry. European Mathematical Society, 2011. ISBN 9783037191385.
- Greub, Werner Hildbert. Multilinear algebra. New York: Springer-Verlag, 1967.
- Puerta Sales, Fernando. Algebra Lineal. Barcelona: Edicions UPC, 2005.
- Reventós i Tarrida, Agustí. Geometria projectiva. Bellaterra: Servei de Publicacions UAB, 2000. ISBN 8449019788.

Complementària:

- Audin, Michèle. Geometry. Berlin: Springer, 2003. ISBN 3540434984.
- Hartshorne, Robin. Foundations of projective geometry. New York: Irish Press International, 2009. ISBN 9784871878371.
- Projective geometry : b3 course 2003 [en línia]. Disponible a: https://people.maths.ox.ac.uk/hitchin/files/LectureNotes/Projective_geometry/Chapter_1_Projective_geometry.pdf.- Santaló, Luís. Geometria projectiva. 3a ed. Buenos Aires: Eudeba, 1977.
- Xambó Descamps, Sebastián. Geometria [en línia]. 2a ed. Barcelona: Edicions UPC, 2001 [Consulta: 21/05/2020]. Disponible a: <http://hdl.handle.net/2099.3/36176>. ISBN 8483015110.

Guia docent

200162 - ALGO - Algorísmia

Última modificació: 29/05/2025

Unitat responsable: Facultat de Matemàtiques i Estadística
Unitat que imparteix: 723 - CS - Departament de Ciències de la Computació.
Titulació: GRAU EN MATEMÀTIQUES (Pla 2009). (Assignatura obligatòria).
Curs: 2025 **Crèdits ECTS:** 7.5 **Idiomes:** Català

PROFESSORAT

Professorat responsable: SALVADOR ROURA FERRET

Altres:

COMPETÈNCIES DE LA TITULACIÓ A LES QUALS CONTRIBUEIX L'ASSIGNATURA

Específiques:

1. CE-2. Resoldre problemes de Matemàtiques, mitjançant habilitats de càlcul bàsic i d'altres, tot planificant-ne la resolució en funció de les eines de què es disposi i de les restriccions de temps i recursos.
2. CE-3. Utilitzar aplicacions informàtiques d'anàlisi estadístic, càlcul numèric i simbòlic, visualització gràfica, optimització o d'altres, per a experimentar en Matemàtiques i resoldre problemes.
3. CE-4. Desenvolupar programes informàtics que resolguin problemes matemàtics, tot fent servir per a cada cas l'entorn computacional escaient.

Genèriques:

4. CB-1. Demostrar posseir i comprendre coneixements de l'àrea de les Matemàtiques, construïts a partir de la base de l'educació secundària general i a un nivell que, tot recolzant-se en llibres de text avançats, inclogui també alguns aspectes que impliquin coneixements provinents de l'avantguarda de l'estudi de les Matemàtiques i de les seves aplicacions a la ciència i a la tecnologia.
5. CB-2. Saber aplicar d'una forma professional els coneixements matemàtics al seu treball i posseir les capacitats que, a l'àrea de les Matemàtiques i en les seves aplicacions a la ciència i a la tecnologia, s'acostumen a demostrar mitjançant l'elaboració i defensa d'arguments i la resolució de problemes.
6. CB-3. Tenir la capacitat de reunir i interpretar dades rellevants, a l'àrea de les Matemàtiques i en les seves aplicacions, per a emetre judicis que incloguin una reflexió sobre temes rellevants d'índole social, científica o ètica.
7. CG-1. Comprendre i emprar el llenguatge matemàtic. Adquirir la capacitat d'enunciar propietats en diversos camps de la Matemàtica, de construir argumentacions, d'elaborar càlculs i de transmetre els coneixements matemàtics adquirits.
8. CG-2. Conèixer demostracions rigoroses d'alguns teoremes clàssics en diferents àrees de la Matemàtica.
9. CG-3. Assimilar la definició d'un nou objecte matemàtic en termes d'altres ja coneguts i ser capaç de fer servir aquest objecte en contextos diferents.
10. CG-4. Saber abstraure les propietats estructurals (dels objectes matemàtics, de la realitat observada i d'altres àmbits), distingint-les de les que només són ocasionals. Poder comprovar-les amb demostracions o refutar-les mitjançant contraexemples, així com identificar errors en els raonaments incorrectes.
12. CG-6. Detectar deficiències en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per a ampliar aquest coneixement.

Transversals:

11. APRENTATGE AUTÒNOM: Detectar mancances en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per a ampliar aquest coneixement.

METODOLOGIES DOCENTS

Hi haurà classes de teoria i classes de laboratori.

A les classes de teoria es presentaran i es desenvoluparan els continguts de l'assignatura. En particular, es mostraran els algorismes i estructures de dades i la seva implementació, i es proposaran i resoldran problemes relacionats. Per això es disposarà d'una extensa col·lecció d'exercicis.

A les classes de laboratori es demanarà que els alumnes escriguin programes que resolguin problemes de tipus algorísmic, fent servir els coneixements vistos a les classes de teoria. Per poder comprovar la correctesa dels programes escrits, els alumnes disposaran d'accés a un sistema de correcció automàtica dels programes demanats.

OBJECTIUS D'APRENTATGE DE L'ASSIGNATURA

L'objectiu d'aquesta assignatura és doble. Per una banda, l'alumne ha d'aprendre alguns dels algorismes més importants, juntament amb els esquemes algorísmics bàsics per a la resolució de problemes diversos, així com les tècniques per calcular l'eficiència de les solucions trobades. Aquests coneixements li haurien de permetre tractar amb una gran quantitat de problemes que sorgeixen en un context matemàtic. A tall d'exemple, ser capaç de generar de forma exhaustiva objectes combinatoris, o enumerar aquests objectes eficientment, o resoldre els problemes més coneguts sobre grafs.

El segon objectiu d'aquesta assignatura és que l'alumne sigui capaç de fer servir un llenguatge de programació actual (en el nostre cas, C++ juntament amb la biblioteca estàndard STL) per implementar aquests algorismes de manera correcta, eficient i elegant. Amb aquest objectiu en ment, els professors mostraran a classe de teoria o laboratori com programar els algorismes que es vegin durant el curs, i exigiran a classe de laboratori que els alumnes siguin capaços de fer el mateix.

HORES TOTALES DE DEDICACIÓ DE L'ESTUDIANTAT

Tipus	Hores	Percentatge
Hores grup petit	30,0	16.00
Hores grup gran	45,0	24.00
Hores aprenentatge autònom	112,5	60.00

Dedicació total: 187.5 h

CONTINGUTS

COST DELS ALGORISMES

Descripció:

Notació asimptòtica. Anàlisi del cost dels algorismes iteratius i recursius. Recurrències.

ESQUEMES ALGORÍSMICS

Descripció:

Força bruta. Divideix-i-venceràs. Algorismes voraços. Programació dinàmica.

ÚS D'ESTRUCTURES DE DADES BÀSIQUES

Descripció:

Piles i cues. Cues de prioritats. Conjunts i diccionaris.

IMPLEMENTACIÓ D'ESTRUCTURES DE DADES BÀSIQUES

Descripció:

Heaps. Taules de dispersió. Arbres de cerca balancejats. MF-sets.

ALGORISMES SOBRE GRAFS

Descripció:

Representació. Recorreguts en amplada i profunditat, connectivitat. Camins òptims. Arbres generadors mínims.

SISTEMA DE QUALIFICACIÓ

La qualificació es calcularà com $2T/5 + 2L/5 + P/5$, on T és la nota de teoria, L és la nota de laboratori, i P és la nota de pràctiques. Les tres notes s'obtenen de forma independent.

Per calcular la nota de teoria, es faran dos exàmens de tipus convencional sobre paper, on es comprovarà els coneixements de l'assignatura i la capacitat de resoldre problemes relacionats. Es farà un examen parcial i un examen final. Siguin PT i FT les notes respectives. Llavors $T = \text{Màxim}(PT/3 + 2FT/3, FT)$.

Els dos exàmens de laboratori es faran davant ordinador, i es demanarà que els alumnes programin la solució a diversos problemes algorísmics. Es valorarà principalment que el programa proposat sigui correcte, eficient, clar, i que faci servir els esquemes algorísmics i les estructures de dades adients. Sigui PL la nota de l'examen parcial de laboratori, i FL la nota de l'examen final de laboratori. Llavors $L = \text{Màxim}(PL/3 + 2FL/3, FL)$.

Adicionalment, hi haurà una nota de pràctiques, la qual es calcularà fent la mitjana de les notes de les pràctiques avaluades durant el curs.

Adicionalment, hi haurà dos exàmens extraordinaris al juliol per als estudiants suspesos: un per a l'apartat T i un altre per a l'apartat L. La nota P serà l'obtinguda durant el curs regular.

BIBLIOGRAFIA

Bàsica:

- Cormen, T.H. [et al.]. Introduction to algorithms [en línia]. 3rd ed. Cambridge: MIT Press, 2009 [Consulta: 21/06/2023]. Disponible a :
<https://ebookcentral-proquest-com.recursos.biblioteca.upc.edu/lib/upcatalunya-ebooks/detail.action?pq-origsite=primo&docID=3339142>. ISBN 9780262033848.
- Dasgupta S.; Papadimitriou C.; Vazirani U. Algorithms. Boston: Mc Graw Hill Higher Education, 2006. ISBN 9780073523408.
- Josuttis, Nicolai M. The C++ standard library : a tutorial and reference [en línia]. 2a ed. Upper Saddle River, NJ: Addison-Wesley, 2012 [Consulta: 14/06/2024]. Disponible a :
<https://ebookcentral-proquest-com.recursos.biblioteca.upc.edu/lib/upcatalunya-ebooks/detail.action?pq-origsite=primo&docID=7115780>. ISBN 9780321623218.
- Sedgewick, R. Algorithms in C++. Parts 1-5: fundamentals, data structures, sorting, searching, and graph algorithms. 3rd ed. Reading, Massachusetts: Addison-Wesley, 2002. ISBN 9780201726848.
- Skiena, Steven S. The Algorithm design manual [en línia]. 2nd ed. London: Springer, 2012 [Consulta: 21/06/2023]. Disponible a :
<http://link.springer.com/book/10.1007/978-1-84800-070-4>. ISBN 9781848000698.

Complementària:

- Knuth, Donald E. The Art of computer programming. Vol. 1. 3rd ed. Reading, Massachusetts: Addison-Wesley, 1998. ISBN 0201896834.
- Knuth, Donald E. The Art of computer programming. Vol. 3. 3rd ed. Reading (Mass.): Addison-Wesley, 1998. ISBN 0201038218.
- Meyers, Scott. Effective C++ : 55 specific ways to improve your programs and designs. 3rd ed. Upper Saddle River, NJ: Addison-Wesley, 2005. ISBN 0321334876.
- Meyers, Scott. More effective C++ : 35 new ways to improve your programs and designs. Reading, Massachusetts: Addison-Wesley, 1996. ISBN 020163371X.
- Skiena, S.S.; Revilla, M. Programming challenges : the programming contest training manual [en línia]. New York: Springer, 2003 [Consulta: 21/06/2023]. Disponible a : <https://link.springer-com.recursos.biblioteca.upc.edu/book/10.1007/b97559>. ISBN 0387001638.
- Stroustrup, Bjarne. Programming : principles and practice using C++. Upper Saddle River, NJ: Addison-Wesley, 2009. ISBN 9780321543721.
- Weiss, Mark Allen. Data structures and algorithm analysis in C++. 4th ed. Upper Saddle River: Pearson Education, 2014. ISBN 9780273769385.

Guia docent

200231 - AIC - Algorísmia i Complexitat

Última modificació: 05/06/2025

Unitat responsable: Facultat de Matemàtiques i Estadística
Unitat que imparteix: 723 - CS - Departament de Ciències de la Computació.
Titulació: GRAU EN MATEMÀTIQUES (Pla 2009). (Assignatura optativa).
Curs: 2025 **Crèdits ECTS:** 6.0 **Idiomes:** Anglès

PROFESSORAT

Professorat responsable: MARIA JOSE SERNA IGLESIAS

Altres:

CAPACITATS PRÈVIES

Aquest és un curs avançat d'algorísmia i complexitat.

S'espera que els estudiants tinguin un coneixement previ, a nivell de segon curs, de tècniques algorítmiques, programació i mètodes matemàtics, en particular matemàtica discreta i probabilitat.

REQUISITS

S'espera que els estudiants tinguin un cert coneixement de les tècniques algorísmiques bàsiques, dividir i conquerir, golafres, programació lineal i programació dinàmica. També s'espera que tinguin una maduresa matemàtica a nivell de segon any a la FME.

COMPETÈNCIES DE LA TITULACIÓ A LES QUALS CONTRIBUEIX L'ASSIGNATURA

Específiques:

3. CE-2. Resoldre problemes de Matemàtiques, mitjançant habilitats de càlcul bàsic i d'altres, tot planificant-ne la resolució en funció de les eines de què es disposi i de les restriccions de temps i recursos.

5. Tenir capacitat per a resoldre problemes d'àmbit acadèmic, tècnic, de les finances o social, mitjançant mètodes matemàtics.

GM-CE1. CE-1. Proposar, analitzar, validar i interpretar models de situacions reals senzilles, mitjançant les eines matemàtiques més adients als objectius que es vol aconseguir.

GM-CE3. CE-3. Utilitzar aplicacions informàtiques d'anàlisi estadístic, càlcul numèric i simbòlic, visualització gràfica, optimització o d'altres, per a experimentar en Matemàtiques i resoldre problemes.

Genèriques:

GM-CB1. CB-1. Demostrar posseir i comprendre coneixements de l'àrea de les Matemàtiques, construïts a partir de la base de l'educació secundària general i a un nivell que, tot recolzant-se en llibres de text avançats, inclogui també alguns aspectes que impliquin coneixements provinents de l'avantguarda de l'estudi de les Matemàtiques i de les seves aplicacions a la ciència i a la tecnologia.

GM-CB2. CB-2. Saber aplicar d'una forma professional els coneixements matemàtics al seu treball i posseir les capacitats que, a l'àrea de les Matemàtiques i en les seves aplicacions a la ciència i a la tecnologia, s'acostumen a demostrar mitjançant l'elaboració i defensa d'arguments i la resolució de problemes.

GM-CB3. CB-3. Tenir la capacitat de reunir i interpretar dades rellevants, a l'àrea de les Matemàtiques i en les seves aplicacions, per a emetre judicis que incloguin una reflexió sobre temes rellevants d'índole social, científica o ètica.

8. CG-3. Assimilar la definició d'un nou objecte matemàtic en termes d'altres ja coneguts i ser capaç de fer servir aquest objecte en contextos diferents.

9. CG-4. Saber abstraure les propietats estructurals (dels objectes matemàtics, de la realitat observada i d'altres àmbits), distingint-les de les que només són ocasionals. Poder comprovar-les amb demostracions o refutar-les mitjançant contraexemples, així com identificar errors en els raonaments incorrectes.

METODOLOGIES DOCENTS

Dues hores de classe magistral i dues hores de presentació i discussió de problemes per part dels alumnes.
S'espera que els alumnes dediquin un cert nombre d'hores setmanals a la resolució dels problemes proposats a classe.

OBJECTIUS D'APRENTATGE DE L'ASSIGNATURA

Proporcionar una base algorítmica sòlida per abordar la resolució de problemes computacionals, tant en un futur treball professional a la indústria com a l'acadèmia en el camp de la matemàtica discreta o la informàtica teòrica.

Repasar les tècniques bàsiques i estructures de dades utilitzades per a la resolució de problemes algorítmics: dividir i vèncer, voraçs, programació dinàmica, heaps, hashing, programació lineal. Introduir nous temes com complexitat computacional, tècniques aleatòries, algorismes aproximats i parametrització.

HORES TOTALES DE DEDICACIÓ DE L'ESTUDIANTAT

Tipus	Hores	Percentatge
Hores grup gran	30,0	20.00
Hores grup petit	30,0	20.00
Hores aprenentatge autònom	90,0	60.00

Dedicació total: 150 h

CONTINGUTS

Introducció

Descripció:

Notació asimptòtica, anàlisi del cost dels algorismes. Repàs i consolidació de les tècniques algorítmiques bàsiques.

Objectius específics:

Exemples d'aplicació de les tècniques algorítmiques bàsiques.

Activitats vinculades:

Resolució de problemes.

Dedicació: 13h

Grup gran/Teoria: 4h

Grup mitjà/Pràctiques: 4h

Aprenentatge autònom: 5h

Complexitat computacional

Descripció:

Decidibilitat i indecidibilitat. Les classes P, NP i NP-completa. Reduccions. Exemples problemes NP-complets

Objectius específics:

Màquines de Turing, el problema de l'aturada, el problema dels mots. Les classes P, NP i EXP. Clique, SAT i variants, Conjunt Independent, Recobriment de vèrtexs.

Dedicació: 32h

Grup gran/Teoria: 6h

Grup mitjà/Pràctiques: 6h

Aprenentatge autònom: 20h

Algorismes aleatoris. Aritmètica modular i primalitat

Descripció:

Introducció als algorismes aleatoris. Primalitat i aplicacions.

Objectius específics:

Exemples d'algorismes aleatoris. Aritmètica modular, MCD, Generació aleatòria de nombres primers, Algorisme aleatori per a primalitat, Criptografia i el RSA.

Activitats vinculades:

Resolució de problemes.

Dedicació: 23h

Grup gran/Teoria: 4h

Grup mitjà/Pràctiques: 4h

Aprenentatge autònom: 15h

Algorismes d'aproximació

Descripció:

Introducció a les tècniques bàsiques per dissenyar algorismes d'aproximació. Classes de complexitat i límits a l'aproximació.

Objectius específics:

Load balancing, Max cut, Motxilla, el problema del viajant. Programació entera y lineal, relaxació i arrodoniment. Dualitat i aproximació.

Activitats vinculades:

Resolució de problemes.

Dedicació: 41h

Grup gran/Teoria: 8h

Grup mitjà/Pràctiques: 8h

Aprenentatge autònom: 25h

Parametrització

Descripció:

Introducció a les tècniques bàsiques de disseny d'algorismes per problemes parametritzats. Complexitat parametritzada.

Objectius específics:

Parametres y complexitat. Algorismes de cerca afitada i kernelization. Parametres per grafs, treewidth.

Activitats vinculades:

Resolució de problemes.

Dedicació: 41h

Grup gran/Teoria: 8h

Grup mitjà/Pràctiques: 8h

Aprenentatge autònom: 25h

SISTEMA DE QUALIFICACIÓ

Dos parcials (P1, P2).

Un examen final cobrint tot el curs (F).

Resolució i presentació de problemes, participació a classe (C).

La nota d'examen (E) és $E = F$, si s'opta per presentar-se a l'examen final, o bé $(P1+P2)/2$ en cas contrari.

Nota final curs: $E*0.80+C*0.2$

NORMES PER A LA REALITZACIÓ DE LES PROVES.

Durant els exàmens no es podrà accedir a cap material de suport

BIBLIOGRAFIA

Bàsica:

- Cormen, Thomas H., Leiserson, Charles Eric, Rivest, Ronald L., Stein, Clifford. Introduction to algorithms [en línia]. 4th ed. Cambridge: MIT Press, cop. 2022 [Consulta: 24/05/2024]. Disponible a: <https://web-p-ebshost-com.recursos.biblioteca.upc.edu/ehost/ebookviewer/ebook?sid=5c0f1538-dfb6-47bd-8ecb-78fb365150f3%40redis&vid=0&format=EK>. ISBN 0262367505.
- Sipser, Michael. Introduction to the theory of computation. 2nd ed. Boston: Thomson Course Technology, cop. 2006. ISBN 0534950973.
- Kleinberg, Jon; Tardos, Éva. Algorithm design. Boston: Pearson, 2014. ISBN 9781292023946.

Complementària:

- Moore, Christopher; Mertens, Stephan. The Nature of computation. New York: Oxford University Press, cop. 2011. ISBN 9780199233212.
- Cygan, Marek; Saurabh, Saket; Pilipczuk, Marcin; Pilipczuk, Michal; Marx, Dániel; Lokshtanov, Daniel; Kowalik, Lukasz; Fomin, Fedor V. Parameterized algorithms. New York: Springer, 2015. ISBN 9783319212746.
- Vazirani, Vijay V. Approximation algorithms. Berlin: Springer, 2001. ISBN 9783540653677.
- Mitzenmacher, Michael; Upfal, Eli. Probability and computing: randomized algorithms and probabilistic analysis. Cambridge: Cambridge University Press, cop. 2005. ISBN 0521835402.

Guia docent

200211 - AF - Anàlisi Funcional

Última modificació: 22/06/2025

Unitat responsable: Facultat de Matemàtiques i Estadística
Unitat que imparteix: 749 - MAT - Departament de Matemàtiques.
Titulació: GRAU EN MATEMÀTIQUES (Pla 2009). (Assignatura optativa).
Curs: 2025 **Crèdits ECTS:** 6.0 **Idiomes:** Català

PROFESSORAT

Professorat responsable: XAVIER CABRÉ VILAGUT

Altres:

REQUISITS

Anàlisi real.
Equacions diferencials (EDO i EDP).
Topologia.
Àlgebra.

COMPETÈNCIES DE LA TITULACIÓ A LES QUALS CONTRIBUEIX L'ASSIGNATURA

Específiques:

8. Tenir capacitat per a resoldre problemes d'àmbit acadèmic, tècnic, de les finances o social, mitjançant mètodes matemàtics.
9. CE-4. Desenvolupar programes informàtics que resolguin problemes matemàtics, tot fent servir per a cada cas l'entorn computacional escaient.
10. CE-3. Utilitzar aplicacions informàtiques d'anàlisi estadístic, càlcul numèric i simbòlic, visualització gràfica, optimització o d'altres, per a experimentar en Matemàtiques i resoldre problemes.
11. CE-2. Resoldre problemes de Matemàtiques, mitjançant habilitats de càlcul bàsic i d'altres, tot planificant-ne la resolució en funció de les eines de què es disposi i de les restriccions de temps i recursos.
12. CE-1. Proposar, analitzar, validar i interpretar models de situacions reals senzilles, mitjançant les eines matemàtiques més adients als objectius que es vol aconseguir.

Genèriques:

3. CG-6. Detectar deficiències en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per a ampliar aquest coneixement.
4. CG-4. Saber abstraure les propietats estructurals (dels objectes matemàtics, de la realitat observada i d'altres àmbits), distingint-les de les que només són ocasionals. Poder comprovar-les amb demostracions o refutar-les mitjançant contraexemples, així com identificar errors en els raonaments incorrectes.
5. CG-3. Assimilar la definició d'un nou objecte matemàtic en termes d'altres ja coneguts i ser capaç de fer servir aquest objecte en contextos diferents.
6. CG-2. Conèixer demostracions rigoroses d'alguns teoremes clàssics en diferents àrees de la Matemàtica.
7. CG-1. Comprendre i emprar el llenguatge matemàtic. Adquirir la capacitat d'enunciar propietats en diversos camps de la Matemàtica, de construir argumentacions, d'elaborar càlculs i de transmetre els coneixements matemàtics adquirits.
13. CB-4. Ser capaç de transmetre conclusions, així com els coneixements i fonaments que les sustenten, tant a un públic especialitzat com al que no ho és, de manera clara i sense ambigüitats.
14. Haver desenvolupat les habilitats d'aprenentatge que són necessàries per poder emprendre, amb un grau alt d'autonomia, estudis multidisciplinaris en disciplines científiques en què les Matemàtiques tenen un paper significatiu.

Transversals:

1. APRENENTATGE AUTÒNOM: Detectar mancances en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per ampliar aquest coneixement.
2. COMUNICACIÓ EFICAÇ ORAL I ESCRITA: Comunicar-se de forma oral i escrita amb altres persones sobre els resultats de l'aprenentatge, de l'elaboració del pensament i de la presa de decisions; participar en debats sobre temes de la pròpia especialitat.

METODOLOGIES DOCENTS

Teoria: les classes consistiran en exposicions per part del professor de les definicions, els enunciats, les demostracions i els exemples. Es farà èmfasi a explicar la relació entre conceptes i objectes aparentment diferents per a l'estudiant.

Problemes: resolució de problemes d'una col·lecció proposada prèviament a l'alumne. Resolució d'alguns problemes pels mateixos alumnes.

Entre els objectius de l'assignatura, tindrà més pes la resolució de problemes i la capacitat de relacionar-los amb altres àrees de les matemàtiques que la simple adquisició de coneixements teòrics.

OBJECTIUS D'APRENENTATGE DE L'ASSIGNATURA

El primer objectiu és que un estudiant compregui els resultats bàsics de l'anàlisi funcional: espais de Banach i de Hilbert, operadors lineals i fitats, teorema de la projecció i conseqüències, dualitat, espectre i operadors compactes.

Però, també es pretén que l'estudiant pugui utilitzar aquestes eines per a la resolució d'EDP. Així, s'introdueixen els conceptes d'espais de Sobolev i solucions febles. L'objectiu principal és que un estudiant pugui plantejar-se, davant un problema donat, quin tipus de solucions pot tenir aquest problema i quines eines pot utilitzar per demostrar la seva existència, unicitat i regularitat.

HORES TOTALES DE DEDICACIÓ DE L'ESTUDIANT

Tipus	Hores	Percentatge
Hores aprenentatge autònom	90,0	60.00
Hores grup gran	30,0	20.00
Hores grup petit	30,0	20.00

Dedicació total: 150 h

CONTINGUTS

Espais de Banach

Descripció:

- Espais de Banach
- Exemples
- Operadors lineals i norma
- Resultats bàsics sobre operadors lineals i fitats (aplicació oberta, gràfica tancada, acotació uniforme)

Dedicació: 30h

Grup gran/Teoria: 6h

Grup petit/Laboratori: 6h

Aprenentatge autònom: 18h

Espais de Hilbert

Descripció:

- Producte escalar
- Teorema de la projecció
- Teoremes de representació: Riesz-Frechet, Lax-Milgram
- Adjunts en espais de Hilbert
- Bases ortonormals

Dedicació: 45h

Grup gran/Teoria: 9h

Grup petit/Laboratori: 9h

Aprenentatge autònom: 27h

Aplicacions

Descripció:

- Motivació; problemes de contorn en dimensió 1
- Espais de Sobolev
- Solucions febles/fortes en dimensió 1
- Problemes d'existència/unicitat i regularitat

Dedicació: 45h

Grup gran/Teoria: 9h

Grup petit/Laboratori: 9h

Aprenentatge autònom: 27h

Operadors compactes

Descripció:

- Propietats
- Espectre
- Alternativa de Fredholm
- Operadors compactes i autoadjunts

Dedicació: 30h

Grup gran/Teoria: 6h

Grup petit/Laboratori: 6h

Aprenentatge autònom: 18h

SISTEMA DE QUALIFICACIÓ

Els alumnes faran un examen parcial, que suposarà un 30% de la nota, i un examen final amb un 50%; el 20% restant s'avalua a partir de les entregues i exposicions de problemes realitzats durant el curs. La nota final serà el màxim de la nota de l'examen final i la nota ponderada calculada com indicat a la frase anterior.

BIBLIOGRAFIA

Bàsica:

- Brézis, H. (Haim). Análisis funcional : teoría y aplicaciones. Madrid: Alianza, 1984. ISBN 8420680885.
- Lax, Peter D. Functional Analysis. New York: Wiley-Interscience [John Wiley & Sons], 2002. ISBN 0471556041.

Complementària:

- Salsa, Sandro. Partial differential equations in action. From modelling to theory. Second edition. ISBN 8847007518.
- Rakotoson, Jean-Emile; Rakotoson, Jean-Michel. Analyse fonctionnelle appliquée aux équations aux dérivées partielles. 1999. ISBN 1130498388.
- Salsa, Sandro; Verzini, Gianmaria. Partial differential equations in action. Complements and exercises. 2015. ISBN 331915415X.
- Dieudonné, Jean. History of functional analysis. 1983. ISBN 0444861483.

Guia docent

200102 - AR - Anàlisi Real

Última modificació: 22/06/2025

Unitat responsable: Facultat de Matemàtiques i Estadística
Unitat que imparteix: 749 - MAT - Departament de Matemàtiques.
Titulació: GRAU EN MATEMÀTIQUES (Pla 2009). (Assignatura obligatòria).
Curs: 2025 **Crèdits ECTS:** 7.5 **Idiomes:** Català

PROFESSORAT

Professorat responsable: Franch Bullich, Jaime

Altres:

CAPACITATS PRÈVIES

Coneixements de Càlcul Diferencial i Integral en una i diverses variables, i d'àlgebra lineal.

COMPETÈNCIES DE LA TITULACIÓ A LES QUALS CONTRIBUEIX L'ASSIGNATURA

Específiques:

1. CE-2. Resoldre problemes de Matemàtiques, mitjançant habilitats de càlcul bàsic i d'altres, tot planificant-ne la resolució en funció de les eines de què es disposi i de les restriccions de temps i recursos.
2. CE-3. Utilitzar aplicacions informàtiques d'anàlisi estadístic, càlcul numèric i simbòlic, visualització gràfica, optimització o d'altres, per a experimentar en Matemàtiques i resoldre problemes.
3. CE-4. Desenvolupar programes informàtics que resolguin problemes matemàtics, tot fent servir per a cada cas l'entorn computacional escaient.

Genèriques:

4. CB-1. Demostrar posseir i comprendre coneixements de l'àrea de les Matemàtiques, construïts a partir de la base de l'educació secundària general i a un nivell que, tot recolzant-se en llibres de text avançats, inclogui també alguns aspectes que impliquin coneixements provinents de l'avantguarda de l'estudi de les Matemàtiques i de les seves aplicacions a la ciència i a la tecnologia.
5. CB-2. Saber aplicar d'una forma professional els coneixements matemàtics al seu treball i posseir les capacitats que, a l'àrea de les Matemàtiques i en les seves aplicacions a la ciència i a la tecnologia, s'acostumen a demostrar mitjançant l'elaboració i defensa d'arguments i la resolució de problemes.
6. CB-3. Tenir la capacitat de reunir i interpretar dades rellevants, a l'àrea de les Matemàtiques i en les seves aplicacions, per a emetre judicis que incloguin una reflexió sobre temes rellevants d'índole social, científica o ètica.
7. CG-1. Comprendre i emprar el llenguatge matemàtic. Adquirir la capacitat d'enunciar propietats en diversos camps de la Matemàtica, de construir argumentacions, d'elaborar càlculs i de transmetre els coneixements matemàtics adquirits.
8. CG-2. Conèixer demostracions rigoroses d'alguns teoremes clàssics en diferents àrees de la Matemàtica.
9. CG-3. Assimilar la definició d'un nou objecte matemàtic en termes d'altres ja coneguts i ser capaç de fer servir aquest objecte en contextos diferents.
10. CG-4. Saber abstrure les propietats estructurals (dels objectes matemàtics, de la realitat observada i d'altres àmbits), distingint-les de les que només són ocasionals. Poder comprovar-les amb demostracions o refutar-les mitjançant contraexemples, així com identificar errors en els raonaments incorrectes.
12. CG-6. Detectar deficiències en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per a ampliar aquest coneixement.

Transversals:

11. APRENENTATGE AUTÒNOM: Detectar mancances en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per ampliar aquest coneixement.

METODOLOGIES DOCENTS

Les classes de teoria consistiran en exposicions per part del professors de les definicions, els enunciats, les demostracions i els exemples. En les classes de problemes es faran exercicis d'una llista.

OBJECTIUS D'APRENTATGE DE L'ASSIGNATURA

L'assignatura ha de representar per a l'estudiant una transició entre el Càlcul i l'Anàlisi Matemàtica. Per tant un objectiu primordial és que l'estudiant s'acostumi a la utilitat de l'abstracció i dels mètodes conceptuals.

L'assignatura ha de servir com a preparació per a la utilització de l'Anàlisi Matemàtica en assignatures com Equacions Diferencials Ordinàries (on s'usa més la convergència uniforme), Equacions en Derivades Parcial (on s'usa més la convergència en mitjana quadràtica), Anàlisi Funcional i Sistemes Dinàmics (on es desenvolupen els coneixements sobre els espais de funcions) i Teoria de la Probabilitat (on s'usa la teoria de la mesura i la integració de Lebesgue). També ha de poder servir com a preparació per a cursos a nivell de postgrau en temes com l'anàlisi de senyals o la teoria de funcions.

Tot i que el caràcter abstracte i conceptual és prioritari, els aspectes de càlcul de certs temes (sèries de Fourier, integrals dependents de paràmetres) han de ser plenament assolits.

Pel que fa als temes, els coneixements que l'estudiant ha d'adquirir s'han resumit en tres grans apartats (convergència uniforme, mesura i integració i sèries de Fourier).

HORES TOTALES DE DEDICACIÓ DE L'ESTUDIANT

Tipus	Hores	Percentatge
Hores grup gran	45,0	24.00
Hores aprenentatge autònom	112,5	60.00
Hores grup petit	30,0	16.00

Dedicació total: 187.5 h

CONTINGUTS

Topologia a l'espai de funcions contínues.

Descripció:

Sucessions i sèries de funcions: convergència puntual i uniforme.
Teorema de Stone-Weierstrass.
Famílies equicontínues.

Dedicació: 48h 30m

Grup gran/Teoria: 12h
Grup mitjà/Pràctiques: 8h
Aprenentatge autònom: 28h 30m

Sèries de Fourier.

Descripció:

Sèries de Fourier de funcions periòdiques.
Desigualtat de Bessel i identitat de Parseval.
Convergència puntual i uniforme de sèries de Fourier.

Dedicació: 48h 30m

Grup gran/Teoria: 12h

Grup mitjà/Pràctiques: 8h

Aprenentatge autònom: 28h 30m

Mesura i integració de Lebesgue a $\mathbb{R}$.

Descripció:

Conjunts mesurables i funcions mesurables.
Integració de funcions mesurables.
Convergència dominada. Integrals depenents de paràmetres.
Espais L_p . Sèries de Fourier en L_2

Dedicació: 62h 30m

Grup gran/Teoria: 15h

Grup mitjà/Pràctiques: 10h

Aprenentatge autònom: 37h 30m

SISTEMA DE QUALIFICACIÓ

Examen quadrimestral (EP, 30%) i examen final (EF, 70%). La nota de l'examen final prevaldrà si és superior a la ponderada al curs. Es considerarà el màxim de totes les possibilitats:

$$\text{MAX} (EF, 0.7 \cdot EF + 0.3 \cdot EP)$$

Eventualment hi haurà lliuraments d'exercicis voluntaris que podran modificar la nota a l'alça fins a un 10%.

Adicionalment, hi haurà un examen extraordinari al juliol per als estudiants suspesos. En aquest cas no es considerarà l'avaluació contínua realitzada durant el curs.

BIBLIOGRAFIA

Bàsica:

- Batlle Arnau, Carles ; Fossas Colet, Enric. Anàlisi real : apunts [en línia]. 2002 [Consulta: 13/06/2025]. Disponible a: <http://hdl.handle.net/2117/413880>.
- Bartle, Robert Gardner. The Elements of integration and Lebesgue measure. New York: Wiley, 1995. ISBN 0471042226.
- Marsden, Jerrold E ; Hoffman, Michael J. Elementary classical analysis. 2nd ed. New York: W.H. Freeman, cop. 1993. ISBN 0716721058.
- Stein, Elias M; Shakarchi, Rami. Fourier analysis : an introduction. Princeton (N.J.): Princeton University Press, 2003. ISBN 9780691113845.

Complementària:

- Dalmasso, R. ; Witomsky, P. Analyse de Fourier et applications : exercices corrigés. Paris: Masson, 1996. ISBN 2225852995.
- Rudin, Walter. Principios de análisis matemático. 3ª ed. México: McGraw-Hill, 1980. ISBN 007054235X.
- Priestley, H. A. Introduction to integration. Oxford: Clarendon Press, 1997. ISBN 0198501234.
- Lang, Serge. Real and functional analysis. 3rd ed. New York: Springer-Verlag, 1993. ISBN 0387940014.
- Bruna, Joaquim. Anàlisi real. Bellaterra: Universitat Autònoma de Barcelona, 1996. ISBN 8449006929.
- Gasquet, C. ; Witomski, P. Fourier analysis and applications : filtering, numerical computation, wavelets. New York: Springer, 1999.

ISBN 0387984852.

- Tao, Terence. An Introduction to measure theory [en línia]. American Mathematical Society, 2011 [Consulta: 26/06/2023].
Disponible a :

<https://web-p-ebshost-com.recursos.biblioteca.upc.edu/ehost/ebookviewer/ebook?sid=5ed05512-9d64-4fc8-8490-5ecfe5177173%40redis&vid=0&format=EB>. ISBN 9780821869192.

Guia docent

200004 - CD - Càlcul Diferencial

Última modificació: 15/06/2025

Unitat responsable: Facultat de Matemàtiques i Estadística
Unitat que imparteix: 749 - MAT - Departament de Matemàtiques.
Titulació: GRAU EN MATEMÀTIQUES (Pla 2009). (Assignatura obligatòria).
Curs: 2025 **Crèdits ECTS:** 7.5 **Idiomes:** Català, Castellà

PROFESSORAT

Professorat responsable: ANTONI GUILLAMON GRABOLOSÀ

Altres:

CAPACITATS PRÈVIES

Haver cursar les assignatures "Càlcul en una variable" i "Àlgebra lineal".

COMPETÈNCIES DE LA TITULACIÓ A LES QUALS CONTRIBUEIX L'ASSIGNATURA

Específiques:

- CE-2. Resoldre problemes de Matemàtiques, mitjançant habilitats de càlcul bàsic i d'altres, tot planificant-ne la resolució en funció de les eines de què es disposi i de les restriccions de temps i recursos.
- CE-3. Utilitzar aplicacions informàtiques d'anàlisi estadístic, càlcul numèric i simbòlic, visualització gràfica, optimització o d'altres, per a experimentar en Matemàtiques i resoldre problemes.
- CE-4. Desenvolupar programes informàtics que resolguin problemes matemàtics, tot fent servir per a cada cas l'entorn computacional escaient.

Genèriques:

- CB-1. Demostrar posseir i comprendre coneixements de l'àrea de les Matemàtiques, construïts a partir de la base de l'educació secundària general i a un nivell que, tot recolzant-se en llibres de text avançats, inclogui també alguns aspectes que impliquin coneixements provinents de l'avantguarda de l'estudi de les Matemàtiques i de les seves aplicacions a la ciència i a la tecnologia.
- CB-2. Saber aplicar d'una forma professional els coneixements matemàtics al seu treball i posseir les capacitats que, a l'àrea de les Matemàtiques i en les seves aplicacions a la ciència i a la tecnologia, s'acostumen a demostrar mitjançant l'elaboració i defensa d'arguments i la resolució de problemes.
- CB-3. Tenir la capacitat de reunir i interpretar dades rellevants, a l'àrea de les Matemàtiques i en les seves aplicacions, per a emetre judicis que incloguin una reflexió sobre temes rellevants d'índole social, científica o ètica.
- CG-1. Comprendre i emprar el llenguatge matemàtic. Adquirir la capacitat d'enunciar propietats en diversos camps de la Matemàtica, de construir argumentacions, d'elaborar càlculs i de transmetre els coneixements matemàtics adquirits.
- CG-2. Conèixer demostracions rigoroses d'alguns teoremes clàssics en diferents àrees de la Matemàtica.
- CG-3. Assimilar la definició d'un nou objecte matemàtic en termes d'altres ja coneguts i ser capaç de fer servir aquest objecte en contextos diferents.
- CG-4. Saber abstrure les propietats estructurals (dels objectes matemàtics, de la realitat observada i d'altres àmbits), distingint-les de les que només són ocasionals. Poder comprovar-les amb demostracions o refutar-les mitjançant contraexemples, així com identificar errors en els raonaments incorrectes.
- CG-6. Detectar deficiències en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per a ampliar aquest coneixement.

Transversals:

11. APRENENTATGE AUTÒNOM: Detectar mancances en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per ampliar aquest coneixement.

METODOLOGIES DOCENTS

Els estudiants disposaran d'uns apunts de curs i de diverses llistes d'exercicis i problemes, elaborades pel professorat de l'assignatura:

1. Llista d'exercicis i problemes proposats (amb solució, però sense resolució), alguns dels quals es resoldran a classe.
2. Llista d'exercicis i problemes resolts (alguns dels quals provindran d'exàmens anteriors).
3. Llista periòdica d'exercicis elementals de tipus calculístic, a mode de suport a l'estudi continuat. L'objectiu és que l'estudiant que hagi assistit a classe pugui resoldre aquests exercicis (que no s'avaluaran) de manera autònoma i en poc temps.

OBJECTIUS D'APRENTATGE DE L'ASSIGNATURA

L'objectiu fonamental de l'assignatura és l'estudi de la continuïtat i diferenciabilitat de les funcions de diverses variables i llurs aplicacions.

Es parteix dels coneixements sobre funcions reals d'una variable real, estudiats a l'assignatura "Càlcul d'una variable". El pas d'una variable a diverses no és trivial. Entendre amb detall aquesta generalització ha d'augmentar la maduresa matemàtica de l'estudiant i permetre-li assolir un nivell superior d'abstracció, imprescindible en el seu progrés al llarg dels estudis de matemàtiques.

Entendre els teoremes fonamentals del curs, conèixer-ne el seu abast, tècniques de demostració i aplicacions.

Fomentar la intuïció geomètrica dels estudiants.

Adquirir destresa en tot tipus de càlculs relacionats amb les funcions de diverses variables.

HORES TOTALS DE DEDICACIÓ DE L'ESTUDIANTAT

Tipus	Hores	Percentatge
Hores activitats dirigides	7,5	4.00
Hores grup gran	45,0	24.00
Hores grup petit	30,0	16.00
Hores aprenentatge autònom	105,0	56.00

Dedicació total: 187.5 h

CONTINGUTS

1. Topologia de $\mathbb{R}^n$. Successions.

Descripció:

- Espais euclidians, normats i mètrics. Cas particular de $\mathbb{R}^n$.
- Conjunts oberts i tancats. Interior, exterior i frontera.
- Successions a $\mathbb{R}^n$. Límit. Successions de Cauchy. Completesa. Caracterització dels tancats mitjançant successions.
- Conjunts fitats. Compacitat. Definicions equivalents. Cas particular de $\mathbb{R}^n$. Teorema de Bolzano-Weierstrass.
- Conjunts connexos.

Dedicació: 25h

Grup gran/Teoria: 6h

Grup mitjà/Pràctiques: 4h

Aprenentatge autònom: 15h

2. Límits i continuïtat de funcions.

Descripció:

- Funcions de diverses variables. Conjunts de nivell i gràfica de funcions reals.
- Límit d'una funció en un punt (especial èmfasi en el cas de dues variables).
- Continuïtat en un punt i en un conjunt. Propietats de les funcions contínues.
- Continuïtat i compacitat. Teorema de Weierstrass.
- Continuïtat uniforme. Teorema de Heine-Cantor.
- Normes i distàncies equivalents. Teorema del punt fix.

Dedicació: 25h

Grup gran/Teoria: 6h

Grup mitjà/Pràctiques: 4h

Aprenentatge autònom: 15h

3. Diferenciabilitat.

Descripció:

- Diferenciabilitat en un punt. Hiperplà tangent a la gràfica d'una funció real.
- Derivades parcials i direccionals. Matriu jacobiana. Gradient d'una funció.
- Diferenciabilitat i operacions. Regla de la cadena. Relació entre diferenciabilitat, continuïtat i derivades parcials.
- Diferenciabilitat en un obert. Teorema del valor mitjà. Funcions de classe C^1 .
- Corbes diferenciables.

Dedicació: 34h

Grup gran/Teoria: 8h

Grup mitjà/Pràctiques: 6h

Aprenentatge autònom: 20h

4. Teoremes de les funcions diferenciables.

Descripció:

- Derivades parcials d'ordre superior. Teorema de Schwarz. Funcions de classe C^n . Algunes equacions de la física matemàtica. Canvis de variable en equacions que continguin derivades parcials.
- Teorema de la funció inversa. Difeomorfismes.
- Teorema de la funció implícita. Derivació de funcions implícites.
- Teoremes del rang.

Dedicació: 41h

Grup gran/Teoria: 10h

Grup mitjà/Pràctiques: 6h

Aprenentatge autònom: 25h

5. Fórmula de Taylor. Extremes locals.

Descripció:

- Fórmula de Taylor. Expressions del residu.
- Extremes locals. Punts crítics.
- Classificació de punts crítics: formes quadràtiques, matriu hessiana.
- Criteri de Silvester i criteri dels valors propis de la matriu hessiana.

Dedicació: 33h

Grup gran/Teoria: 8h

Grup mitjà/Pràctiques: 5h

Aprenentatge autònom: 20h

6. Subvarietats de $\mathbb{R}^n$ i extremes condicionats.

Descripció:

- Subvarietats de $\mathbb{R}^n$. Vectors tangents. Espais tangent i normal en un punt.
- Varietats parametritzades i varietats implícites. Corbes i superfícies regulars.
- Extremes condicionats. Multiplicadors de Lagrange.
- Extremes absoluts.

Dedicació: 32h

Grup gran/Teoria: 7h

Grup mitjà/Pràctiques: 5h

Aprenentatge autònom: 20h

SISTEMA DE QUALIFICACIÓ

Nota Final = màx{70% nota examen final + 25% nota examen parcial + 5% avaluació continuada; 90% examen final+ 10% avaluació continuada; 80% examen final+ 20% examen parcial}.

Adicionalment, hi haurà un examen final extraordinari al juliol per qui no hagi superat l'assignatura a l'avaluació ordinària. En la nota de reavaluació no es tindran en compte les notes anteriors.

BIBLIOGRAFIA

Bàsica:

- Mazón Ruiz, José M. Cálculo diferencial : teoría y problemas. Valencia: Universidad de Valencia, 2008. ISBN 9788437071886.
- Marsden, Jerrold E.; Hoffman, Michael J. Elementary classical analysis. 2nd ed. New York: Freeman and Co, 1993. ISBN 0716721058.
- Castillo, Florencio del. Análisis matemático II. 2a ed. Madrid: Alhambra, cop. 1987. ISBN 8420515795.

Complementària:

- Chamizo, F. Cálculo III (notes d'un curs a la Universidad Autónoma de Madrid) [en línia]. [Consulta: 19/06/2023]. Disponible a: <https://matematicas.uam.es/~fernando.chamizo/asignaturas/to2009/calculoIII0002/calculoIII0002.html>.- Bombal Gordon, Fernando ; Marín, R. ; Vera. Problemas de análisis matemático. 2 ed. Madrid, 1988. ISBN 8472881008.
- Apostol, Tom M; Vélez Cantarell, Francisco. Calculus II : Cálculo con funciones de varias variables y álgebra lineal, con aplicaciones a las ecuaciones diferenciales y a las probabilidades [en línia]. 2nd ed. Barcelona: Editorial Reverté, 1984 [Consulta: 19/06/2025]. Disponible a : https://www-ingebook-com.recursos.biblioteca.upc.edu/ib/NPcd/IB_BooksVis?cod_primaria=1000187&codigo_libro=8020. ISBN 8429194827.
- Bruna, Joaquim. Analysis in Euclidean space. New Jersey: World Scientific, 2023. ISBN 9781800611719.
- Dieudonné, Jean. Elementos de análisis. Barcelona [etc.]: Reverté, 1977-1983. ISBN 8429150596.

Guia docent

200001 - CV - Càlcul en una Variable

Última modificació: 29/05/2025

Unitat responsable: Facultat de Matemàtiques i Estadística
Unitat que imparteix: 749 - MAT - Departament de Matemàtiques.
Titulació: GRAU EN MATEMÀTIQUES (Pla 2009). (Assignatura obligatòria).
Curs: 2025 **Crèdits ECTS:** 7.5 **Idiomes:** Català, Castellà

PROFESSORAT

Professorat responsable: RAFAEL RAMIREZ ROS

Altres:

COMPETÈNCIES DE LA TITULACIÓ A LES QUALS CONTRIBUEIX L'ASSIGNATURA

Específiques:

1. CE-2. Resoldre problemes de Matemàtiques, mitjançant habilitats de càlcul bàsic i d'altres, tot planificant-ne la resolució en funció de les eines de què es disposi i de les restriccions de temps i recursos.
2. CE-3. Utilitzar aplicacions informàtiques d'anàlisi estadístic, càlcul numèric i simbòlic, visualització gràfica, optimització o d'altres, per a experimentar en Matemàtiques i resoldre problemes.
3. CE-4. Desenvolupar programes informàtics que resolguin problemes matemàtics, tot fent servir per a cada cas l'entorn computacional escaient.

Genèriques:

4. CB-1. Demostrar posseir i comprendre coneixements de l'àrea de les Matemàtiques, construïts a partir de la base de l'educació secundària general i a un nivell que, tot recolzant-se en llibres de text avançats, inclogui també alguns aspectes que impliquin coneixements provinents de l'avantguarda de l'estudi de les Matemàtiques i de les seves aplicacions a la ciència i a la tecnologia.
5. CB-2. Saber aplicar d'una forma professional els coneixements matemàtics al seu treball i posseir les capacitats que, a l'àrea de les Matemàtiques i en les seves aplicacions a la ciència i a la tecnologia, s'acostumen a demostrar mitjançant l'elaboració i defensa d'arguments i la resolució de problemes.
6. CB-3. Tenir la capacitat de reunir i interpretar dades rellevants, a l'àrea de les Matemàtiques i en les seves aplicacions, per a emetre judicis que incloguin una reflexió sobre temes rellevants d'índole social, científica o ètica.
7. CG-1. Comprendre i emprar el llenguatge matemàtic. Adquirir la capacitat d'enunciar propietats en diversos camps de la Matemàtica, de construir argumentacions, d'elaborar càlculs i de transmetre els coneixements matemàtics adquirits.
8. CG-2. Conèixer demostracions rigoroses d'alguns teoremes clàssics en diferents àrees de la Matemàtica.
9. CG-3. Assimilar la definició d'un nou objecte matemàtic en termes d'altres ja coneguts i ser capaç de fer servir aquest objecte en contextos diferents.
10. CG-4. Saber abstraure les propietats estructurals (dels objectes matemàtics, de la realitat observada i d'altres àmbits), distingint-les de les que només són ocasionals. Poder comprovar-les amb demostracions o refutar-les mitjançant contraexemples, així com identificar errors en els raonaments incorrectes.
12. CG-6. Detectar deficiències en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per a ampliar aquest coneixement.

Transversals:

11. APRENENTATGE AUTÒNOM: Detectar mancances en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per a ampliar aquest coneixement.

METODOLOGIES DOCENTS

La docència de l'assignatura es dividirà en dos blocs marcats: teoria i problemes. A les hores de teoria es desenvoluparà els continguts teòrics de l'assignatura basats en els diferents resultats i les seves demostracions a més a més de d'inclusió d'exemples per tal de consolidar els conceptes introduïts. A les hores de problemes, es combinarà els problemes més teòrics i difícils per tal de fer que l'alumne obtingui un nivell de profunditat màxima en l'àmbit de l'anàlisi matemàtica d'una variable amb els exercicis més mecànics que l'alumne ha de dominar, com ara càlcul de límits o d'integrals. Es realitzaran diverses activitats d'avaluació continuada consistents en proves presencials i/o lliuraments de problemes (a les classes de teoria) i/o tests virtuals en horaris flexibles.

OBJECTIUS D'APRENTATGE DE L'ASSIGNATURA

L'objectiu principal d'aquest curs és familiaritzar l'alumne amb els conceptes bàsics de l'anàlisi matemàtica d'una variable. Es donen els fonaments de càlcul necessàries per a una bona comprensió de les assignatures posteriors de la titulació. Es pretén iniciar els alumnes en les tècniques de deducció de l'anàlisi matemàtica i, més generalment, en els mètodes de demostració en un sistema axiomàtic.

HORES TOTALES DE DEDICACIÓ DE L'ESTUDIANTAT

Tipus	Hores	Percentatge
Hores grup gran	45,0	24.00
Hores activitats dirigides	7,5	4.00
Hores grup petit	30,0	16.00
Hores aprenentatge autònom	105,0	56.00

Dedicació total: 187.5 h

CONTINGUTS

Successions de nombres reals

Descripció:

Introducció axiomàtica dels nombres reals. Topologia bàsica en $\mathbb{R}$. Definició de successió. Successions fitades. Límit d'una successió. Successions convergents. Successions monòtones. Subsuccessions. Successions de Cauchy. Diferents definicions equivalents dels nombres reals. Teorema de Bolzano-Weierstrass. Límits infinits. Tècniques de càlcul de límits. Introducció a les sèries numèriques, en particular l'harmònica i la geomètrica.

Dedicació: 35h

Grup gran/Teoria: 8h

Grup mitjà/Pràctiques: 6h

Aprenentatge autònom: 21h

Funcions reals de variable real. Límits.

Descripció:

Funcions. Definicions bàsiques. Límit d'una funció en un punt. Caracterització per successions. Límits laterals. Ampliació del concepte de límit: límit infinit i límit a l'infinit. Infinits i infinitèsims. Càlcul de límits. Introducció de les funcions elementals: exponencial, trigonomètriques, hiperbòliques,...

Dedicació: 22h 30m

Grup gran/Teoria: 5h

Grup petit/Laboratori: 4h

Aprenentatge autònom: 13h 30m

Funcions real de variable real. Continuitat.

Descripció:

Continuïtat d'una funció en un punt. Tipus de discontinuïtats. Funcions contínues. Propietats. Teoremes de funcions contínues. Continuïtat uniforme. Teorema de Heine.

Dedicació: 20h

Grup gran/Teoria: 5h

Grup mitjà/Pràctiques: 3h

Aprenentatge autònom: 12h

Derivabilitat de les funcions reals de variable real

Descripció:

Derivabilitat d'una funció en un punt. Recta tangent. Funció derivada. Derivabilitat i continuïtat. Regles de derivació. Derivades d'ordre superior. Derivació implícita. Teoremes sobre funcions derivables. Aproximació local de funcions: teorema de Taylor i conseqüències. Extrems de funcions. Optimització

Dedicació: 45h

Grup gran/Teoria: 11h

Grup petit/Laboratori: 7h

Aprenentatge autònom: 27h

Funcions integrables. La integral de Riemann.

Descripció:

Funció primitiva. Càlcul de primitives. Mètodes d'integració: per parts, per canvi de variable. Integració de funcions racionals. Integració de funcions trigonomètriques. Integral inferior i superior. Definició d'integral de Riemann. Propietats. Funcions Riemann-integrables. Integració i continuïtat. Integració i derivació. Teorema Fonamental del Càlcul. Integral definida i primitives: Regla de Barrow. Teorema del valor mitjà. Aplicacions de la integral.

Dedicació: 32h 30m

Grup gran/Teoria: 8h

Grup petit/Laboratori: 5h

Aprenentatge autònom: 19h 30m

SISTEMA DE QUALIFICACIÓ

La nota de l'assignatura consta de tres parts:

1. Avaluació continuada (AC).
2. Examen parcial (EP). Un examen a meitat de quadrimestre, que no elimina matèria.
3. Examen final (EF), on entrarà tot el temari de l'assignatura.

La compleció del bloc corresponent del curs "Ús solvent de la informació" serà requisit per a l'avaluació de l'assignatura.

La nota final (NF) es calcularà de la següent manera:

$$NF = \max\{0.60 \cdot EF + 0.30 \cdot EP + 0.10 \cdot AC; 0.70 \cdot EF + 0.30 \cdot EP; 0.90 \cdot EF + 0.10 \cdot AC; EF\}$$

Adicionalment, hi haurà un examen extraordinari al juliol per als estudiants suspesos.

BIBLIOGRAFIA

Bàsica:

- Spivak, Michael. Calculus : càlcul infinitesimal [en línia]. 3rd ed. Barcelona: Reverte, 1995 [Consulta: 26/06/2023]. Disponible a: https://web-p-ebshost-com.recursos.biblioteca.upc.edu/plink?key=100.65.135.150_8000_572986369&AN=2615591&site=ehost-live&db=nlebk&scope=site. ISBN 8429151370.
- Bartle, R.G. ; Sherbert, D.R. Introducció al anàlisi matemàtic de una variable. 2ª ed. Mèxic: Limusa, 1996. ISBN 9681851919.

Complementària:

- Ortega Aramburu, Joaquín M. Introducció a l'anàlisi matemàtica. 2a ed. Bellaterra: Universitat Autònoma de Barcelona, Servei de Publicacions, 2002. ISBN 8449022711.
- Strang, Gilbert; Herman, Edwin. Calculus, vol. I [en línia]. Openstax, 2020 [Consulta: 26/06/2023]. Disponible a: <https://d3bxy9euw4e147.cloudfront.net/oscms-prodcms/media/documents/CalculusVolume1-OP.pdf>.
- Burgos, Juan de. Cálculo infinitesimal de una variable [en línia]. Madrid: Mc Graw Hill, 2007 [Consulta: 26/06/2023]. Disponible a: https://www-ingebook-com.recursos.biblioteca.upc.edu/ib/NPcd/IB_BooksVis?cod_primaria=1000187&codigo_libro=3964. ISBN 9788448156343.

RECURSOS

Altres recursos:

La col·lecció de problemes "Aprende Cálculo con Youtube" (versió 2.0) accessible a <https://web.mat.upc.edu/rafael.ramirez/ACcY/>

Guia docent

200006 - CI - Càlcul Integral

Última modificació: 15/06/2025

Unitat responsable: Facultat de Matemàtiques i Estadística
Unitat que imparteix: 749 - MAT - Departament de Matemàtiques.
Titulació: GRAU EN MATEMÀTIQUES (Pla 2009). (Assignatura obligatòria).
Curs: 2025 **Crèdits ECTS:** 7.5 **Idiomes:** Català, Castellà

PROFESSORAT

Professorat responsable: ODÍ SOLER I GIBERT

Altres:

CAPACITATS PRÈVIES

Àlgebra Lineal
Càlcul Infinitesimal
Càlcul Diferencial

COMPETÈNCIES DE LA TITULACIÓ A LES QUALS CONTRIBUEIX L'ASSIGNATURA

Específiques:

- CE-2. Resoldre problemes de Matemàtiques, mitjançant habilitats de càlcul bàsic i d'altres, tot planificant-ne la resolució en funció de les eines de què es disposi i de les restriccions de temps i recursos.
- CE-3. Utilitzar aplicacions informàtiques d'anàlisi estadístic, càlcul numèric i simbòlic, visualització gràfica, optimització o d'altres, per a experimentar en Matemàtiques i resoldre problemes.
- CE-4. Desenvolupar programes informàtics que resolguin problemes matemàtics, tot fent servir per a cada cas l'entorn computacional escaient.

Genèriques:

- CB-1. Demostrar posseir i comprendre coneixements de l'àrea de les Matemàtiques, construïts a partir de la base de l'educació secundària general i a un nivell que, tot recolzant-se en llibres de text avançats, inclogui també alguns aspectes que impliquin coneixements provinents de l'avantguarda de l'estudi de les Matemàtiques i de les seves aplicacions a la ciència i a la tecnologia.
- CB-2. Saber aplicar d'una forma professional els coneixements matemàtics al seu treball i posseir les capacitats que, a l'àrea de les Matemàtiques i en les seves aplicacions a la ciència i a la tecnologia, s'acostumen a demostrar mitjançant l'elaboració i defensa d'arguments i la resolució de problemes.
- CB-3. Tenir la capacitat de reunir i interpretar dades rellevants, a l'àrea de les Matemàtiques i en les seves aplicacions, per a emetre judicis que incloguin una reflexió sobre temes rellevants d'índole social, científica o ètica.
- CG-1. Comprendre i emprar el llenguatge matemàtic. Adquirir la capacitat d'enunciar propietats en diversos camps de la Matemàtica, de construir argumentacions, d'elaborar càlculs i de transmetre els coneixements matemàtics adquirits.
- CG-2. Conèixer demostracions rigoroses d'alguns teoremes clàssics en diferents àrees de la Matemàtica.
- CG-3. Assimilar la definició d'un nou objecte matemàtic en termes d'altres ja coneguts i ser capaç de fer servir aquest objecte en contextos diferents.
- CG-4. Saber abstroure les propietats estructurals (dels objectes matemàtics, de la realitat observada i d'altres àmbits), distingint-les de les que només són ocasionals. Poder comprovar-les amb demostracions o refutar-les mitjançant contraexemples, així com identificar errors en els raonaments incorrectes.
- CG-6. Detectar deficiències en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per a ampliar aquest coneixement.

Transversals:

11. APRENENTATGE AUTÒNOM: Detectar mancances en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per ampliar aquest coneixement.

METODOLOGIES DOCENTS

Les classes de teoria serviran per presentar i desenvolupar els continguts de l'assignatura.

Hi haurà una llista de problemes extensa; alguns dels exercicis es resoldran a classe i d'altres es deixaran com a feina personal per a l'alumnat, a fi que puguin madurar els conceptes explicats a classe.

A les sessions de problemes es resoldran els problemes més significatius de l'assignatura i aquells en els quals l'alumnat hagi tingut dificultats especials. Durant aquestes sessions es plantejaran diferents estratègies per encarar els problemes i es justificarà l'elecció d'aquella que sigui més adient. En aquest sentit, es procurarà fomentar la participació activa dels estudiants. Per això i per afavorir-ne el seguiment continuat, se'ls proposarà la resolució de determinats problemes de la llista, de forma individual o en grups petits.

OBJECTIUS D'APRENTATGE DE L'ASSIGNATURA

- Saber decidir sobre el caràcter de les integrals impròpies d'una variable i calcular-les.
- Saber decidir sobre el caràcter de les sèries numèriques i sumar-ne algunes d'elles.
- Conèixer la construcció de la integral de Riemann per a funcions de diverses variables i saber-les calcular.
- Conèixer, comprendre i saber aplicar el teorema del canvi de variables.
- Saber parametritzar corbes i superfícies.
- Saber calcular integrals de línia i de superfície.
- Conèixer, entendre i saber aplicar els teoremes integrals clàssics: Green, Stokes i Gauss
- Conèixer aplicacions geomètriques de les integrals.
- Entendre i saber operar amb formes diferencials.
- Conèixer i comprendre la versió amb formes diferencials del teorema de Stokes.

HORES TOTS DE DEDICACIÓ DE L'ESTUDIANTAT

Tipus	Hores	Percentatge
Hores aprenentatge autònom	112,5	60.00
Hores grup petit	30,0	16.00
Hores grup gran	45,0	24.00

Dedicació total: 187.5 h

CONTINGUTS

1. Integrals impròpies d'una variable i sèries numèriques

Descripció:

Definicions. Criteris de convergència per a sèries numèriques i integrals impròpies. Relació entre integrals impròpies i sèries. Integrals impròpies que depenen de paràmetres.

Dedicació: 39h

Grup gran/Teoria: 10h

Grup mitjà/Pràctiques: 7h

Aprenentatge autònom: 22h

2. Integrals de funcions de diverses variables

Descripció:

Construcció de la integral de Riemann per a funcions de diverses variables. Teorema de Lebesgue d'integrabilitat. Teorema de Fubini. Teorema del canvi de variable. Aplicacions.

Dedicació: 51h 30m

Grup gran/Teoria: 14h

Grup mitjà/Pràctiques: 8h

Aprenentatge autònom: 29h 30m

3. Integrals sobre corbes i superfícies

Descripció:

Corbes parametritzades. Integral de camps escalars i vectorials sobre corbes. Invariància respecte de la parametrització. Superfícies parametritzades. Integral de camps escalars i vectorials sobre superfícies. Invariància respecte de la parametrització.

Dedicació: 29h

Grup gran/Teoria: 7h

Grup mitjà/Pràctiques: 6h

Aprenentatge autònom: 16h

4. Teoremes integrals

Descripció:

Gradient, divergència i rotacional. Teoremes de Green, Stokes i Gauss. Aplicacions: camps conservadors i solenoïdals.

Dedicació: 39h

Grup gran/Teoria: 8h

Grup mitjà/Pràctiques: 6h

Activitats dirigides: 25h

5. Formes diferencials

Descripció:

Repàs d'àlgebra multilineal. Formes diferencials a $\mathbb{R}^n$ i a subvarietats. Derivada exterior. Integració de formes. Teoremes integrals.

Dedicació: 29h

Grup gran/Teoria: 6h

Grup mitjà/Pràctiques: 3h

Aprenentatge autònom: 20h

SISTEMA DE QUALIFICACIÓ

Hi haurà un examen parcial (P) i un examen final (F), a més de les activitats d'avaluació contínua (AC) plantejades durant el curs. El calendari d'exàmens i les activitats d'avaluació contínua s'anunciaran amb antelació, al principi del curs.

La qualificació final (NF) s'obtindrà amb la fórmula

$$NF = \text{Màx} \{0,30 \cdot P + 0,10 \cdot AC + 0,60 \cdot F; F\}.$$

Adicionalment, hi haurà un examen extraordinari al juliol per als estudiants suspesos.

BIBLIOGRAFIA

Bàsica:

- Cerdà Martín, J. L. Càlcul integral. Barcelona: Edicions de la Universitat de Barcelona, 2001. ISBN 848338261X.
- Marsden, Jerrold E.; Hoffman, Michael J. Elementary classical analysis. 2nd ed. New York: W.H. Freeman and Company, 1993. ISBN 0716721058.
- Pascual Gainza, Pere (ed.). Càlcul integral per a enginyers [en línia]. Barcelona: Universitat Politècnica de Catalunya, 2002 [Consulta: 24/05/2024]. Disponible a: <http://hdl.handle.net/2099.3/36742>. ISBN 8483016273.
- Zorich, Vladimir A. Mathematical analysis II. Berlin: Springer, 2004. ISBN 3540406336.
- Spivak, Michael. Cálculo en variedades. Barcelona: Reverté, 1970. ISBN 8429151427.

Complementària:

- Bombal Gordon, F.; Rodríguez Marín, L.; Vera Botí, G. Problemas de análisis matemático. Vol. 3. 2a ed. Madrid: AC, 1987. ISBN 8472881024.
- Marsden, Jerrold E.; Tromba, Anthony J. Cálculo vectorial [en línia]. 5a ed. Madrid: Addison Wesley, 2004 [Consulta: 26/06/2023]. Disponible a : https://www-ingebook-com.recursos.biblioteca.upc.edu/ib/NPcd/IB_BooksVis?cod_primaria=1000187&codigo_libro=7634. ISBN 8478290699.
- Bressoud, David M. Second year calculus : from celestial mechanics to special relativity. New York: Springer-Verlag, 1991. ISBN 038797606X.
- Greenberg, Michael D. Foundations of applied mathematics. Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1978. ISBN 0133296237.
- Wade, William R. An Introduction to analysis. 4th ed. Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 2010. ISBN 0321656849.
- Bruna, Joaquim. Analysis in Euclidean space. World Scientific, 2023. ISBN 9781800611719.

Guia docent 200153 - CN - Càlcul Numèric

Última modificació: 29/05/2025

Unitat responsable: Facultat de Matemàtiques i Estadística
Unitat que imparteix: 751 - DECA - Departament d'Enginyeria Civil i Ambiental.
Titulació: GRAU EN MATEMÀTIQUES (Pla 2009). (Assignatura obligatòria).
Curs: 2025 **Crèdits ECTS:** 7.5 **Idiomes:** Català

PROFESSORAT

Professorat responsable: SONIA FERNANDEZ MENDEZ

Altres:

CAPACITATS PRÈVIES

Àlgebra lineal numèrica
Càlcul diferencial i integral

COMPETÈNCIES DE LA TITULACIÓ A LES QUALS CONTRIBUEIX L'ASSIGNATURA

Específiques:

- CE-2. Resoldre problemes de Matemàtiques, mitjançant habilitats de càlcul bàsic i d'altres, tot planificant-ne la resolució en funció de les eines de què es disposi i de les restriccions de temps i recursos.
- CE-3. Utilitzar aplicacions informàtiques d'anàlisi estadístic, càlcul numèric i simbòlic, visualització gràfica, optimització o d'altres, per a experimentar en Matemàtiques i resoldre problemes.
- CE-4. Desenvolupar programes informàtics que resolguin problemes matemàtics, tot fent servir per a cada cas l'entorn computacional escaient.

Genèriques:

- CB-1. Demostrar posseir i comprendre coneixements de l'àrea de les Matemàtiques, construïts a partir de la base de l'educació secundària general i a un nivell que, tot recolzant-se en llibres de text avançats, inclogui també alguns aspectes que impliquin coneixements provinents de l'avantguarda de l'estudi de les Matemàtiques i de les seves aplicacions a la ciència i a la tecnologia.
- CB-2. Saber aplicar d'una forma professional els coneixements matemàtics al seu treball i posseir les capacitats que, a l'àrea de les Matemàtiques i en les seves aplicacions a la ciència i a la tecnologia, s'acostumen a demostrar mitjançant l'elaboració i defensa d'arguments i la resolució de problemes.
- CB-3. Tenir la capacitat de reunir i interpretar dades rellevants, a l'àrea de les Matemàtiques i en les seves aplicacions, per a emetre judicis que incloguin una reflexió sobre temes rellevants d'indole social, científica o ètica.
- CG-1. Comprendre i emprar el llenguatge matemàtic. Adquirir la capacitat d'enunciar propietats en diversos camps de la Matemàtica, de construir argumentacions, d'elaborar càlculs i de transmetre els coneixements matemàtics adquirits.
- CG-2. Conèixer demostracions rigoroses d'alguns teoremes clàssics en diferents àrees de la Matemàtica.
- CG-3. Assimilar la definició d'un nou objecte matemàtic en termes d'altres ja coneguts i ser capaç de fer servir aquest objecte en contextos diferents.
- CG-4. Saber abstenir-se de les propietats estructurals (dels objectes matemàtics, de la realitat observada i d'altres àmbits), distingint-les de les que només són ocasionals. Poder comprovar-les amb demostracions o refutar-les mitjançant contraexemples, així com identificar errors en els raonaments incorrectes.
- CG-6. Detectar deficiències en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per a ampliar aquest coneixement.

Transversals:

- APRENENTATGE AUTÒNOM: Detectar mancances en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per a ampliar aquest coneixement.

METODOLOGIES DOCENTS

Les 5 hores de classe setmanals es divideixen en 3 hores a aula convencional i 2 hores a aula d'ordinadors. Generalment, els conceptes teòrics es presenten i desenvolupen a l'aula convencional. A l'aula d'ordinadors es fan majoritàriament exemples d'implementació i ús dels mètodes numèrics, i exemples d'aplicació en ciències i enginyeria. També es realitza el seguiment de l'evolució dels exercicis pràctics proposats.

OBJECTIUS D'APRENTATGE DE L'ASSIGNATURA

L'assignatura té dos objectius principals: (1) donar una idea global del paper dels mètodes numèrics en la resolució de problemes habituals a les matemàtiques, la física i l'enginyeria, (2) proporcionar una sòlida base en la resolució numèrica dels problemes de càlcul numèric, complementat la formació rebuda a l'assignatura Àlgebra Lineal Numèrica.

L'alumne ha d'adquirir capacitats per:

- Conèixer i entendre les possibilitats, i les limitacions, dels mètodes numèrics per a la resolució de problemes de la matemàtica, la física i l'enginyeria.
- Entendre la necessitat d'assegurar la qualitat del resultat d'interès, i ser capaç de controlar l'error en la solució numèrica.
- Conèixer i entendre les tècniques numèriques bàsiques per a resolució de sistemes d'equacions lineals, càlcul zeros de funcions i resolució de sistemes no lineals, així com les tècniques més habituals d'aproximació de funcions, integració numèrica.
- Conèixer de forma i entendre conceptes bàsics de la resolució numèrica d'EDOs i EDPs.
- Seleccionar i utilitzar un mètode numèric apropiat per a la resolució d'un problema concret, identificant-ne els avantatges i inconvenients.
- Codificar mètodes numèrics de forma eficient en un llenguatge de programació (Python o Matlab, depenent de què s'ha emprat a ALN).
- Analitzar críticament els resultats obtinguts (precisió en el resultat d'interès, adequació del mètode numèric i del model matemàtic, interpretació dels resultats).
- Presentar els resultats de forma clara i concisa.

HORES TOTALES DE DEDICACIÓ DE L'ESTUDIANTAT

Tipus	Hores	Percentatge
Hores grup petit	30,0	16.00
Hores grup gran	45,0	24.00
Hores aprenentatge autònom	112,5	60.00

Dedicació total: 187.5 h

CONTINGUTS

Zeros de funcions

Descripció:

Plantejament general d'un esquema iteratiu. Mètodes de la bisecció, de la secant i de Newton. Consistència i convergència (ordre i velocitat). Anàlisi de la convergència dels mètodes d'iteració funcional, aplicació a l'anàlisi del mètode de Newton. Mètodes híbrids.

Dedicació: 10h

Grup gran/Teoria: 6h

Grup mitjà/Pràctiques: 4h

Sistemes d'equacions no lineals

Descripció:

Problemes no lineals en física i enginyeria.

Mètode de Newton. Convergència del mètode de Newton. Derivació numèrica per a l'aproximació de la matriu jacobiana.

Introducció als mètodes quasi-Newton. Mètode de Broyden.

Dedicació: 10h

Grup gran/Teoria: 6h

Grup mitjà/Pràctiques: 4h

Aproximació funcional

Descripció:

Plantejament general: motivació, tipus i criteris d'aproximació.

Interpolació polinòmica: teorema fonamental de l'àlgebra, existència i unicitat de solució. Interpolació de Lagrange. Residu de Lagrange. Fenòmen de Runge.

Interpolació seccional (splines): caracterització com a espai vectorial, splines lineals C0, cúbics C1, cúbics C2 i naturals.

Propietats de convergència i adaptativitat.

Aproximació per mínims quadrats: plantejament general i equacions normals per a espais vectorials, propietat d'ortogonalitat.

Malcondicionament de les equacions normals.

Famílies de polinomis ortogonals: plantejament i propietats.

Dedicació: 20h

Grup gran/Teoria: 12h

Grup mitjà/Pràctiques: 8h

Integració numèrica

Descripció:

Plantejament general. Quadratures de Newton-Cotes: deducció del mètode del trapezi i del mètode de Simpson. Fórmula de l'error per a punts equiespaiats. Quadratures de Gauss: deducció de les quadratures, famílies més populars.

Fórmules compostes. Convergència. Quadratures adaptatives. Integració múltiple.

Dedicació: 15h

Grup gran/Teoria: 9h

Grup mitjà/Pràctiques: 6h

Introducció als mètodes numèrics per a equacions diferencials

Descripció:

Part I. Introducció als mètodes numèrics per EDOs:

Problemes de valor inicial. Mètodes basats en aproximacions de les derivades (Euler, Euler enrere, d'altres). Convergència i estabilitat. Anàlisi de la estabilitat absoluta i regions d'estabilitat. Introducció als mètodes de Runge-Kutta: mètode de Heun i forma general dels mètodes de Runge-Kutta. Problemes de contorn. Introducció i aplicacions. Mètode del tret.

Part II. Mètode de les Diferències Finites (DF) per EDPs:

Presentació i interpretació de l'equació parabòlica 1D i condicions de contorn. Aproximació per DF de la derivada segona, sistema d'EDOs resultant de la discretització en espai, valors propis de la matriu del sistema i aplicabilitat dels mètodes per EDOs vistos segons regió d'estabilitat. Solució amb DF de l'equació parabòlica 1D amb el mètode d'Euler i Euler enrere. Condicions d'estabilitat.

Solució per DF de l'equació de convecció, valors propis de la matriu i estabilitat.

Presentació divulgativa de mètodes per EDPs en 2D i 3D i dels conceptes de verificació i validació.

Solució de l'equació de difusió en una esfera assumint simetria esfèrica: aproximació de la derivada segona amb coeficients no constants, plantejament del sistema d'EDOs resultant, aplicació a la modelització numèrica d'una partícula de carbó actiu.

Dedicació: 20h

Grup gran/Teoria: 12h

Grup mitjà/Pràctiques: 8h

SISTEMA DE QUALIFICACIÓ

L'assignatura s'avalua mitjançant exàmens (E) i exercicis proposats a classe (A), amb una mitjana ponderada $NF = 0.9E + 0.1A$.

A la convocatòria ordinària la nota d'exàmens es calcula com

$$E = \max(0.4 EP + 0.6 EF, 0.2 EP + 0.8 EF)$$

on EP i EF son la nota de l'examen parcial i final, respectivament. A la convocatòria extraordinària E és el mínim entre 7 i la nota de l'examen extraordinari.

L'entrega dels exercicis no és obligatòria. Només s'avaluaran els exercicis entregats en les dates fixades. En qualsevol cas, és molt recomenable fer tots els exercicis proposats, ja que algunes preguntes dels exàmens poden estar inspirades en ells o requerir desenvolupaments similars.

Els exàmens es realitzen a aules d'ordinadors, tot i que gran part de l'examen generalment no ho requereix.

BIBLIOGRAFIA

Bàsica:

- Aubanell, A.; Benseny, A.; Delshams, A. Eines bàsiques de càlcul numèric : amb 87 problemes resolts. Universitat Autònoma de Barcelona, 1991. ISBN 847929230X.
- Stoer, J.; Bulirsch, R. Introduction to numerical analysis. 3rd ed. Springer-Verlag, 2002. ISBN 9781441930064.
- Quarteroni, A.; Saleri, F. Scientific computing with MATLAB and octave [en línia]. 3rd ed. Heidelberg: Springer, 2010 [Consulta: 20/06/2023]. Disponible a: <https://link-springer-com.recursos.biblioteca.upc.edu/book/10.1007/978-3-642-12430-3>. ISBN 9786613569660.

Complementària:

- Isaacson, E.; Keller, H. B. Analysis of numerical methods. Dover, 1994.
- Press, W.H. [et al.]. Numerical recipes : the art of scientific computing. Cambridge University Press, 1986.

Guia docent

200232 - CITG - Combinàtoria i Teoria de Grafs

Última modificació: 12/06/2025

Unitat responsable: Facultat de Matemàtiques i Estadística
Unitat que imparteix: 749 - MAT - Departament de Matemàtiques.
Titulació: GRAU EN MATEMÀTIQUES (Pla 2009). (Assignatura optativa).
Curs: 2025 **Crèdits ECTS:** 6.0 **Idiomes:** Anglès

PROFESSORAT

Professorat responsable: Patrick Morris

Altres:

REQUISITS

Haver cursat l'assignatura de matemàtica discreta.

COMPETÈNCIES DE LA TITULACIÓ A LES QUALS CONTRIBUEIX L'ASSIGNATURA

Específiques:

3. CE-2. Resoldre problemes de Matemàtiques, mitjançant habilitats de càlcul bàsic i d'altres, tot planificant-ne la resolució en funció de les eines de què es disposi i de les restriccions de temps i recursos.
4. CE-4. Desenvolupar programes informàtics que resolguin problemes matemàtics, tot fent servir per a cada cas l'entorn computacional escaient.
5. Tenir capacitat per a resoldre problemes d'àmbit acadèmic, tècnic, de les finances o social, mitjançant mètodes matemàtics.

Genèriques:

1. CB-4. Ser capaç de transmetre conclusions, així com els coneixements i fonaments que les sustenten, tant a un públic especialitzat com al que no ho és, de manera clara i sense ambigüitats.
2. Haver desenvolupat les habilitats d'aprenentatge que són necessàries per poder emprendre, amb un grau alt d'autonomia, estudis multidisciplinaris en disciplines científiques en què les Matemàtiques tenen un paper significatiu.
6. CG-1. Comprendre i emprar el llenguatge matemàtic. Adquirir la capacitat d'enunciar propietats en diversos camps de la Matemàtica, de construir argumentacions, d'elaborar càlculs i de transmetre els coneixements matemàtics adquirits.
7. CG-2. Conèixer demostracions rigoroses d'alguns teoremes clàssics en diferents àrees de la Matemàtica.
8. CG-3. Assimilar la definició d'un nou objecte matemàtic en termes d'altres ja coneguts i ser capaç de fer servir aquest objecte en contextos diferents.
9. CG-4. Saber abstraure les propietats estructurals (dels objectes matemàtics, de la realitat observada i d'altres àmbits), distingint-les de les que només són ocasionals. Poder comprovar-les amb demostracions o refutar-les mitjançant contraexemples, així com identificar errors en els raonaments incorrectes.
10. CG-6. Detectar deficiències en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per a ampliar aquest coneixement.

Transversals:

11. COMUNICACIÓ EFICAÇ ORAL I ESCRITA: Comunicar-se de forma oral i escrita amb altres persones sobre els resultats de l'aprenentatge, de l'elaboració del pensament i de la presa de decisions; participar en debats sobre temes de la pròpia especialitat.
12. APRENENTATGE AUTÒNOM: Detectar mancances en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per a ampliar aquest coneixement.

METODOLOGIES DOCENTS

Hi haurà classes de teoria i de problemes. Es donarà èmfasi al treball de l'estudiant durant el curs a través de la resolució de problemes.

OBJECTIUS D'APRENENTATGE DE L'ASSIGNATURA

L'objectiu principal és completar la formació de l'estudiant en matemàtica discreta. Per això s'han triat temes considerats fonamentals i que il·lustren les diverses tècniques combinatòries i de teoria de grafs modernes. Aquesta assignatura és una bona preparació per cursar assignatures més especialitzades de matemàtica discreta a estudis de màster.

HORES TOTALS DE DEDICACIÓ DE L'ESTUDIANTAT

Tipus	Hores	Percentatge
Hores aprenentatge autònom	90,0	60.00
Hores grup gran	30,0	20.00
Hores grup petit	30,0	20.00

Dedicació total: 150 h

CONTINGUTS

1. El mètode simbòlic

Descripció:

Descripció: Classes combinatòries i funcions generadores ordinàries. Operacions. Classes etiquetades i funcions generadores exponencials. Paràmetres i distribucions discretes.

Dedicació: 25h

Grup gran/Teoria: 5h

Grup petit/Laboratori: 5h

Aprenentatge autònom: 15h

2. Enumeració amb simetries

Descripció:

Descripció: El lema d'enumeració d'òrbites (Burnside). Índex de cicles. Teorema de Pólya. Aplicacions a l'enumeració d'arbres i grafs.

Dedicació: 15h

Grup gran/Teoria: 3h

Grup petit/Laboratori: 3h

Aprenentatge autònom: 9h

3. Geometries finites

Descripció:

Descripció: Quadrats llatins. Teorema de Hall. Permanents. Ortogonalitat. Espais lineals. Plans projectius i afins. Geometries projectives. Nombres gaussians.

Dedicació: 30h

Grup gran/Teoria: 6h

Grup petit/Laboratori: 6h

Aprenentatge autònom: 18h

4. Connectivitat de grafs

Descripció:

Descripció: Estructura dels grafs 2-connexos i 3-connexos. Aplicació: teorema de Kuratowski. Teorema de Menger.

Dedicació: 20h

Grup gran/Teoria: 4h

Grup petit/Laboratori: 4h

Aprenentatge autònom: 12h

5. Aparellaments

Descripció:

Descripció: Aparellaments en grafs bipartits. Teorema de Tutte. Teorema de Petersen.

Dedicació: 20h

Grup gran/Teoria: 4h

Grup petit/Laboratori: 4h

Aprenentatge autònom: 12h

6. Coloracions

Descripció:

Descripció: Teorema de Brooks. Coloracions d'arestes: teorema de Vizing.

Llista-coloracions. Teorema de Galvin.

Dedicació: 20h

Grup gran/Teoria: 4h

Grup petit/Laboratori: 4h

Aprenentatge autònom: 12h

7. Teoria extremal de grafs

Descripció:

Descripció: Grafs complets: teorema de Turán. Teorema d'Erdos-Stone. Grafs bipartits complets. Cicles parells.

Dedicació: 20h

Grup gran/Teoria: 4h

Grup petit/Laboratori: 4h

Aprenentatge autònom: 12h

SISTEMA DE QUALIFICACIÓ

Hi haurà un examen parcial a mig quadrimestre sobre els temes 1, 2 i 3.

Hi haurà un examen final sobre els temes 4, 5, 6 i 7, amb possibilitat de recuperar la primera part.

La nota serà el màxim entre (Parcial + Final)/ 2 i Final.

BIBLIOGRAFIA

Bàsica:

- Flajolet, Philippe; Sedgewick, Robert. Analytic combinatorics [en línia]. Cambridge: Cambridge University Press, 2009 [Consulta: 27/06/2023]. Disponible a : <https://ebookcentral-proquest-com.recursos.biblioteca.upc.edu/lib/upcatalunya-ebooks/detail.action?pq-origsite=primo&docID=412737>. ISBN 9780521898065.
- Cameron, Peter J. (Peter Jephson). Combinatorics : topics, techniques, algorithms. Cambridge: Cambridge University Press, 1994. ISBN 0521457610.
- West, Douglas Brent. Introduction to graph theory. 2nd ed. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, cop. 2001. ISBN 0130144002.
- Diestel, Reinhard. Graph theory. 3rd ed. Berlin [etc.]: Springer, 2005. ISBN 3540261826.

Complementària:

- Bollobás, Béla. Extremal graph theory. Mineola, N.Y: Dover Publications, cop. 2004. ISBN 0486435962.
- Bondy, J. A. ; Murty U.S.R. Graph theory. New York: Springer, 2008. ISBN 9781846289699.
- Lint, Jacobus Hendricus van; Wilson R.M. A Course in combinatorics. 2nd ed. Cambridge: Cambridge University Press, 2001. ISBN 0521803403.
- Lovász, László. Combinatorial problems and exercises. 2nd ed. Providence: AMS Chelsea Publishing, 2007. ISBN 9780821842621.
- Wilson, Robin J. Introduction to graph theory. 5th ed. Harlow: Prentice-Hall, 2010. ISBN 9780273728894.

Guia docent

200249 - CQ - Computació Quàntica

Última modificació: 29/05/2025

Unitat responsable: Facultat de Matemàtiques i Estadística
Unitat que imparteix: 749 - MAT - Departament de Matemàtiques.

Titulació: GRAU EN MATEMÀTIQUES (Pla 2009). (Assignatura optativa).
GRAU EN CIÈNCIA I ENGINYERIA DE DADES (Pla 2017). (Assignatura optativa).

Curs: 2025 **Crèdits ECTS:** 6.0 **Idiomes:** Anglès

PROFESSORAT

Professorat responsable: SIMEON MICHAEL BALL MARKS

Altres:

CAPACITATS PRÈVIES

Probabilitat, àlgebra lineal.

REQUISITS

Probabilitat, àlgebra lineal.

COMPETÈNCIES DE LA TITULACIÓ A LES QUALS CONTRIBUEIX L'ASSIGNATURA

Específiques:

GM-CE2. CE-2. Resoldre problemes de Matemàtiques, mitjançant habilitats de càlcul bàsic i d'altres, tot planificant-ne la resolució en funció de les eines de què es disposi i de les restriccions de temps i recursos.

GM-CE6. Tenir capacitat per a resoldre problemes d'àmbit acadèmic, tècnic, de les finances o social, mitjançant mètodes matemàtics.

Genèriques:

GM-CB4. CB-4. Ser capaç de transmetre conclusions, així com els coneixements i fonaments que les sustenten, tant a un públic especialitzat com al que no ho és, de manera clara i sense ambigüitats.

GM-CG3. CG-3. Assimilar la definició d'un nou objecte matemàtic en termes d'altres ja coneguts i ser capaç de fer servir aquest objecte en contextos diferents.

GM-CG6. CG-6. Detectar deficiències en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per a ampliar aquest coneixement.

GM-CG4. CG-4. Saber abstenir-se de les propietats estructurals (dels objectes matemàtics, de la realitat observada i d'altres àmbits), distingint-les de les que només són ocasionals. Poder comprovar-les amb demostracions o refutar-les mitjançant contraexemples, així com identificar errors en els raonaments incorrectes.

GM-CB3. CB-3. Tenir la capacitat de reunir i interpretar dades rellevants, a l'àrea de les Matemàtiques i en les seves aplicacions, per a emetre judicis que incloguin una reflexió sobre temes rellevants d'índole social, científica o ètica.

Transversals:

03 TLG. TERCERA LENGUA: Conèixer una tercera llengua, que serà preferentment l'anglès, amb un nivell adequat de forma oral i per escrit i amb consonància amb les necessitats que tindran les titulades i els titulats en cada ensenyament.

07 AAT. APRENENTATGE AUTÒNOM: Detectar mancances en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per a ampliar aquest coneixement.

METODOLOGIES DOCENTS

Hi haurà classes de teoria i de problemes.

OBJECTIUS D'APRENTATGE DE L'ASSIGNATURA

(versió àngles)

The main objective of the course is to give the student a grounding in quantum computation. This will require the student to cover the fundamentals of quantum mechanics, computer science and develop a more advanced level of linear algebra.

HORES TOTS DE DEDICACIÓ DE L'ESTUDIANTAT

Tipus	Hores	Percentatge
Hores aprenentatge autònom	90,0	60.00
Hores grup gran	30,0	20.00
Hores grup petit	30,0	20.00

Dedicació total: 150 h

CONTINGUTS

Introducció

Descripció:

L'experiment del doble escletxa, bits quantics, mides, estats de Bell, teleportació quàntica.

Dedicació: 15h

Grup gran/Teoria: 3h

Grup petit/Laboratori: 3h

Aprenentatge autònom: 9h

Àlgebra lineal i la notació de Dirac

Descripció:

Les matrius de Pauli, el teorema de la descomposició espectral, productes tensorials, la descomposició polar i singular.

Dedicació: 25h

Grup gran/Teoria: 5h

Grup petit/Laboratori: 5h

Aprenentatge autònom: 15h

La mecànica quàntica

Descripció:

State space, evolution, measurements, superdense coding, entanglement, Bell inequality.

L'espai dels estats, evolució, mides, coding iper-densa, entrellaçament, desigualtat de Bell.

Dedicació: 20h

Grup gran/Teoria: 4h

Grup petit/Laboratori: 4h

Aprenentatge autònom: 12h

Computació quàntica

Descripció:

Turing machine, quantum circuits, controlled operations, universal quantum gates.

Dedicació: 20h

Grup gran/Teoria: 4h

Grup petit/Laboratori: 4h

Aprenentatge autònom: 12h

Algoritmes quàntics

Descripció:

Quantum Fourier transform, algorithms with super-polynomial speed-up.

La transformada quàntica de Fourier, algoritmes amb super-polinomi millorament.

Dedicació: 20h

Grup gran/Teoria: 4h

Grup petit/Laboratori: 4h

Aprenentatge autònom: 12h

Informació quàntica

Descripció:

El soroll clàssic i quàntic. L'entropia de Shannon i Von Neumann

Dedicació: 20h

Grup gran/Teoria: 4h

Grup petit/Laboratori: 4h

Aprenentatge autònom: 12h

Codis quàntics correctors d'errors

Descripció:

Els codis correctors d'errors, el teorema de la condició de la correcció d'errors quàntics, codis estabilitzadors

Dedicació: 30h

Grup gran/Teoria: 6h

Grup petit/Laboratori: 6h

Aprenentatge autònom: 18h

SISTEMA DE QUALIFICACIÓ

- Exam parcial (continguts 1, 2, 3 i 4) (P)
- Exam final (o continguts 5, 6 and 7, o tots els continguts) (F)
- Nota final : $\text{Max} \{(P+F) / 2, F\}$

BIBLIOGRAFIA

Bàsica:

- Nielsen, Michael A; Chuang, Isaac L. Quantum computation and quantum information. 10th anniversary ed. Cambridge, UK: Cambridge University Press, cop. 2010. ISBN 9781107002173.
- Kaye, Phillip; Laflamme, Raymond; Mosca, Michele. An Introduction to quantum computing [en línia]. Oxford [etc.]: Oxford University Press, cop. 2007 [Consulta: 26/06/2023]. Disponible a: <https://academic-oup-com.recursos.biblioteca.upc.edu/book/41807>. ISBN 9780198570493.
- Preskill, John. Quantum Computation [en línia]. [Consulta: 26/06/2023]. Disponible a: <http://theory.caltech.edu/~preskill/ph229/>.

Complementària:

- Diosi, Lajos. A Short course in Quantum Information Theory. Springer, 2011. ISBN 9783642161179.

Guia docent

200251 - DEB - Enginyeria de Dades i Blockchain

Última modificació: 22/06/2025

Unitat responsable: Facultat de Matemàtiques i Estadística
Unitat que imparteix: 744 - ENTEL - Departament d'Enginyeria Telemàtica.
Titulació: GRAU EN MATEMÀTIQUES (Pla 2009). (Assignatura optativa).
Curs: 2025 **Crèdits ECTS:** 3.0 **Idiomes:** Anglès

PROFESSORAT

Professorat responsable: MARTA BELLÉS MUÑOZ

Altres:

CAPACITATS PRÈVIES

Nocions bàsiques de programació.

COMPETÈNCIES DE LA TITULACIÓ A LES QUALS CONTRIBUEIX L'ASSIGNATURA

Específiques:

GM-CE1. CE-1. Proposar, analitzar, validar i interpretar models de situacions reals senzilles, mitjançant les eines matemàtiques més adients als objectius que es vol aconseguir.

Genèriques:

GM-CB4. CB-4. Ser capaç de transmetre conclusions, així com els coneixements i fonaments que les sustenten, tant a un públic especialitzat com al que no ho és, de manera clara i sense ambigüitats.

Transversals:

06 URI. ÚS SOLVENT DELS RECURSOS D'INFORMACIÓ: Gestionar l'adquisició, l'estructuració, l'anàlisi i la visualització de dades i informació de l'àmbit d'especialitat i valorar de forma crítica els resultats d'aquesta gestió.

METODOLOGIES DOCENTS

OBJECTIUS D'APRENTATGE DE L'ASSIGNATURA

HORES TOTALES DE DEDICACIÓ DE L'ESTUDIANTAT

Tipus	Hores	Percentatge
Hores aprenentatge autònom	45,0	60.00
Hores grup gran	15,0	20.00
Hores grup petit	15,0	20.00

Dedicació total: 75 h

CONTINGUTS

Introducció a la criptografia

Descripció:

Introducció a la criptografia bàsica

Objectius específics:

Introducció als algorismes criptogràfics

Criptografia simètrica

Criptografia asimètrica

Funcions de hash

Dedicació: 5h

Grup gran/Teoria: 1h

Grup mitjà/Pràctiques: 1h

Aprenentatge autònom: 3h

Monedes digitals centralitzades

Descripció:

Monedes digitals centralitzades

Objectius específics:

El problema de la doble despesa.

Signatures a cegues.

Sistemes de pagament anònims amb llibre major centralitzat.

Dedicació: 5h

Grup gran/Teoria: 1h

Grup mitjà/Pràctiques: 1h

Aprenentatge autònom: 3h

Descentralització

Descripció:

Descentralització

Objectius específics:

Introducció i motivació de la descentralització.

Replicació d'estats versus replicació de màquines d'estats.

Protocols de consens.

Sistemes Fail-Stop i Bizantins.

Xarxes síncrones i asíncrones.

L'algoritme fiable, replicat, redundat i tolerant a falles (RAFT).

L'algoritme Practical Byzantine Fault Tolerant (PBFT).

Dedicació: 12h 30m

Grup gran/Teoria: 2h 30m

Grup mitjà/Pràctiques: 2h 30m

Aprenentatge autònom: 7h 30m

Blockchain i Prova de Treball (PoW)

Descripció:

Blockchain i Prova de Treball (PoW)

Objectius específics:

Atacs sybil i consens amb Proof of Work (POW).

La cadena de blocs.

Verificació de transaccions.

Atacs a POW.

Piscines mineres.

Mineria amb circuits integrats d'aplicació específica (ASIC).

Governança i bifurcacions.

Dedicació: 12h 30m

Grup gran/Teoria: 2h 30m

Grup mitjà/Pràctiques: 2h 30m

Aprenentatge autònom: 7h 30m

Coin-based Ledgers

Descripció:

Coin-based Ledgers

Objectius específics:

Unspent Transaction Outputs (UTXOs).

Introducció a Bitcoin.

Bitcoin's script.

Wallets and Hierarchical Deterministic (HD) wallets.

Dedicació: 12h 30m

Grup gran/Teoria: 2h 30m

Grup mitjà/Pràctiques: 2h 30m

Aprenentatge autònom: 7h 30m

Balance-based ledgers

Descripció:

Balance-based ledgers

Objectius específics:

Principis bàsics dels llibres comptables basats en l'equilibri.

Atacs i contramesures als llibres comptables basats en l'equilibri.

Introducció a Ethereum.

Simulació d'una cadena de blocs d'Ethereum.

Dedicació: 12h 30m

Grup gran/Teoria: 2h 30m

Grup mitjà/Pràctiques: 2h 30m

Aprenentatge autònom: 7h 30m



Smart contracts

Descripció:

Smart contracts

Objectius específics:

Introducció a la programació de contractes intel·ligents.

Teoria bàsica de jocs aplicada als contractes intel·ligents.

Estudi de casos d'ús: compra remota, tokenització, Ofertes inicials de monedes (ICO).

Dedicació: 15h

Grup gran/Teoria: 3h

Grup mitjà/Pràctiques: 3h

Aprenentatge autònom: 9h

SISTEMA DE QUALIFICACIÓ

35% prova parcial i preguntes.

35% Laboratori.

30% Treball final (aquest és un treball que es lliurarà en forma de petit article de recerca i que també serà presentat pels estudiants a classe).

BIBLIOGRAFIA

Bàsica:

- Antonopoulos, Andreas M. Mastering Bitcoin : programming the open blockchain [en línia]. 2nd edition. Beijing: O'Reilly Media, 2017 [Consulta: 27/06/2023]. Disponible a:

<https://ebookcentral-proquest-com.recursos.biblioteca.upc.edu/lib/upcatalunya-ebooks/detail.action?pq-origsite=primo&docID=4875878>. ISBN 9781491954362.

- Narayanan, Arvind; Bonneau, Joseph; Felten, Edward. Bitcoin and cryptocurrency technologies : a comprehensive introduction. Princeton: Princeton University Press, 2016. ISBN 9780691171692.

- Solorio, Kevin; Kanna, Randall; Hoover, David H. Hands-on smart contract development with solidity and ethereum : from fundamentals to deployment [en línia]. O'Reilly Media, 2020 [Consulta: 27/06/2023]. Disponible a: <https://ebookcentral-proquest-com.recursos.biblioteca.upc.edu/lib/upcatalunya-ebooks/detail.action?pq-origsite=primo&docID=5984595>. ISBN 9781492045236.

- Rosenbaum, Kalle. Grokking bitcoin [en línia]. Manning, 2019 [Consulta: 27/06/2023]. Disponible a: <https://ebookcentral-proquest-com.recursos.biblioteca.upc.edu/lib/upcatalunya-ebooks/detail.action?pq-origsite=primo&docID=6642506>. ISBN 9781638355977.

Guia docent

200141 - EDOS - Equacions Diferencials Ordinàries

Última modificació: 29/05/2025

Unitat responsable: Facultat de Matemàtiques i Estadística
Unitat que imparteix: 749 - MAT - Departament de Matemàtiques.
Titulació: GRAU EN MATEMÀTIQUES (Pla 2009). (Assignatura obligatòria).
Curs: 2025 **Crèdits ECTS:** 7.5 **Idiomes:** Català, Castellà

PROFESSORAT

Professorat responsable: JORDI VILLANUEVA CASTELLTORT

Altres:

CAPACITATS PRÈVIES

Àlgebra lineal i multilineal, càlcul diferencial i integral, topologia, física, informàtica i variable complexa.

COMPETÈNCIES DE LA TITULACIÓ A LES QUALS CONTRIBUEIX L'ASSIGNATURA

Específiques:

- CE-2. Resoldre problemes de Matemàtiques, mitjançant habilitats de càlcul bàsic i d'altres, tot planificant-ne la resolució en funció de les eines de què es disposi i de les restriccions de temps i recursos.
- CE-3. Utilitzar aplicacions informàtiques d'anàlisi estadístic, càlcul numèric i simbòlic, visualització gràfica, optimització o d'altres, per a experimentar en Matemàtiques i resoldre problemes.
- CE-4. Desenvolupar programes informàtics que resolguin problemes matemàtics, tot fent servir per a cada cas l'entorn computacional escaient.

Genèriques:

- CB-1. Demostrar posseir i comprendre coneixements de l'àrea de les Matemàtiques, construïts a partir de la base de l'educació secundària general i a un nivell que, tot recolzant-se en llibres de text avançats, inclogui també alguns aspectes que impliquin coneixements provinents de l'avantguarda de l'estudi de les Matemàtiques i de les seves aplicacions a la ciència i a la tecnologia.
- CB-2. Saber aplicar d'una forma professional els coneixements matemàtics al seu treball i posseir les capacitats que, a l'àrea de les Matemàtiques i en les seves aplicacions a la ciència i a la tecnologia, s'acostumen a demostrar mitjançant l'elaboració i defensa d'arguments i la resolució de problemes.
- CB-3. Tenir la capacitat de reunir i interpretar dades rellevants, a l'àrea de les Matemàtiques i en les seves aplicacions, per a emetre judicis que incloguin una reflexió sobre temes rellevants d'índole social, científica o ètica.
- CG-1. Comprendre i emprar el llenguatge matemàtic. Adquirir la capacitat d'enunciar propietats en diversos camps de la Matemàtica, de construir argumentacions, d'elaborar càlculs i de transmetre els coneixements matemàtics adquirits.
- CG-2. Conèixer demostracions rigoroses d'alguns teoremes clàssics en diferents àrees de la Matemàtica.
- CG-3. Assimilar la definició d'un nou objecte matemàtic en termes d'altres ja coneguts i ser capaç de fer servir aquest objecte en contextos diferents.
- CG-4. Saber abstrure les propietats estructurals (dels objectes matemàtics, de la realitat observada i d'altres àmbits), distingint-les de les que només són ocasionals. Poder comprovar-les amb demostracions o refutar-les mitjançant contraexemples, així com identificar errors en els raonaments incorrectes.
- CG-6. Detectar deficiències en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per a ampliar aquest coneixement.

Transversals:

- APRENENTATGE AUTÒNOM: Detectar mancances en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per ampliar aquest coneixement.

METODOLOGIES DOCENTS

Hi ha tres hores de classe de teoria i dues de problemes per setmana.

OBJECTIUS D'APRENENTATGE DE L'ASSIGNATURA

- 1) Aplicar correctament els teoremes fonamentals sobre EDOs així com comprendre i usar correctament les eines matemàtiques involucrades en llur demostració.
- 2) Resoldre diverses EDOs simples de dimensió $\mathbb{R}$ així com equacions i sistemes lineals a coeficients constants.
- 3) Conèixer els conceptes bàsics i eines de càlcul bàsiques amb relació a l'estudi qualitatiu dels sistemes lineals i no lineals de EDOs autònoms i a coeficients periòdics.
- 4) Entendre la connexió entre la resolució d'EDO's i la modelització matemàtica d'alguns problemes senzills de caràcter geomètric o aplicat.

HORES TOTALS DE DEDICACIÓ DE L'ESTUDIANTAT

Tipus	Hores	Percentatge
Hores grup petit	30,0	16.00
Hores grup gran	45,0	24.00
Hores aprenentatge autònom	112,5	60.00

Dedicació total: 187.5 h

CONTINGUTS

Casuística d'EDO's de Primer Ordre

Descripció:

Nocions bàsiques sobre les EDOs de primer ordre i les seves solucions (el problema de Cauchy, equació d'un feix de corbes, isoclines). Canvis de variables. Exemples clàssics d'EDO's resolubles per quadratures (separables, lineals, Bernoulli, Ricatti, homogènies, equació de les òrbites, exactes i factors integrants, Lagrange, Clairaut).

Dedicació: 32h 30m

Grup mitjà/Pràctiques: 13h

Aprenentatge autònom: 19h 30m

Teoremes Fonamentals

Descripció:

Introducció a les EDOs i definicions bàsiques. El problema de Cauchy. Teoremes d'existència i unicitat de solucions (Picard i Peano). Lema de Gronwall. Prolongació de solucions i solucions maximals. Regularitat de les solucions respecte de condicions inicials i de paràmetres. Equacions variacionals.

Dedicació: 70h

Grup gran/Teoria: 23h

Grup mitjà/Pràctiques: 5h

Aprenentatge autònom: 42h

Equacions y Sistemes Lineals d'EDOs

Descripció:

Sistemes d'EDOs lineals de primer ordre (formalització i estructura de les solucions, sistemes homogenis, solucions matricials i matrius fonamentals, fórmula de Liouville i aplicació a l'evolució del volum per un sistema no lineal, sistemes no homogenis, resolució de sistemes a coeficients constants, fórmula de variació dels paràmetres). EDOs lineals d'ordre n (formalització i reducció a sistemes de primer ordre, reducció de l'ordre, resolució d'EDOs lineals a coeficients constants, mètode de variació dels paràmetres, mètode dels coeficients indeterminats, oscil·lacions). Sistemes lineals periòdics (Teorema de Floquet, matriu de monodromia, multiplicadors i exponents característics, introducció al concepte d'estabilitat).

Dedicació: 52h 30m

Grup gran/Teoria: 12h

Grup mitjà/Pràctiques: 9h

Aprenentatge autònom: 31h 30m

Teoria Qualitativa de EDOs

Descripció:

Punts crítics i òrbites periòdiques. Retrat de fase. Estabilitat en el sentit de Lyapunov. Estabilitat dels sistemes lineals a coeficients constants. Estabilitat dels punts fixos dels sistemes no lineals (linealització i mètode de les funcions de Lyapunov). Aplicació de Poincaré. Estabilitat per linealització d'òrbites periòdiques. Equivalència i conjugació dels camps vectorials. Teorema del redreçament del flux. Teoremes de Hartman.

Dedicació: 32h 30m

Grup gran/Teoria: 10h

Grup mitjà/Pràctiques: 3h

Aprenentatge autònom: 19h 30m

SISTEMA DE QUALIFICACIÓ

Un examen parcial no eliminatori (P) i un examen final (F). La nota final és $N = \max(F, 0.3 \cdot P + 0.7 \cdot F)$.

Addicionalment, hi haurà un examen extraordinari al juliol per als estudiants suspesos.

NORMES PER A LA REALITZACIÓ DE LES PROVES.

En tots els exàmens es pot dur un formulari manuscrit en un full de mida DIN A4, excepte a la part de teoria.

BIBLIOGRAFIA

Bàsica:

- Arnol'd, Vladimir Igorevich. Ordinary differential equations. Cambridge (Massachusetts): The Mit Press, 1973. ISBN 0262010372.
- Braun, Martin. Differential equations and their applications. 4a ed. Springer-Verlag, 1993. ISBN 0387978941.
- Sotomayor, Jorge. Lições de equações diferenciais ordinárias. Rio de Janeiro: Instituto de Matemática Pura e Aplicada (IMPA), 1979. ISBN 9216050624.
- Meiss, J.D. Differential dynamical systems [en línia]. 2007. Philadelphia: Society for Industrial & Applied Mathematics, 2007 [Consulta: 21/06/2023]. Disponible a: <http://epubs.siam.org/doi/book/10.1137/1.9780898718232>. ISBN 9780898716351.
- Strogatz, Steven H. Nonlinear dynamics and chaos: with applications to physics, biology, chemistry, and engineering [en línia]. 2a ed. CRC Press, 2018 [Consulta: 15/06/2023]. Disponible a: <https://ebookcentral-proquest-com.recursos.biblioteca.upc.edu/lib/upcatalunya-ebooks/detail.action?pq-origsite=primo&docID=1181622>. ISBN 0813349109.
- Tenenbaum, Morris; Pollard, Harry. Ordinary differential equations : an elementary textbook for students of mathematics, engineering, and the sciences [en línia]. New York: Dover Publications, 1985 [Consulta: 21/06/2023]. Disponible a: <https://www.simiode.org/resources/2942>. ISBN 0486649407.
- Teschl, Gerald. Ordinary differential equations and dynamical systems [en línia]. Providence: Amer. Math. Soc, 2012 [Consulta: 21/06/2023]. Disponible a: <https://www.mat.univie.ac.at/~gerald/ftp/book-ode/>. ISBN 9780821883280.

Guia docent

200142 - EDPS - Equacions en Derivades Parcial

Última modificació: 26/06/2025

Unitat responsable: Facultat de Matemàtiques i Estadística
Unitat que imparteix: 749 - MAT - Departament de Matemàtiques.
Titulació: GRAU EN MATEMÀTIQUES (Pla 2009). (Assignatura obligatòria).
Curs: 2025 **Crèdits ECTS:** 7.5 **Idiomes:** Català

PROFESSORAT

Professorat responsable: ALBERT MAS BLESA

Altres:

CAPACITATS PRÈVIES

Les obtingudes a les assignatures ja realitzades al Grau.

REQUISITS

Els obtinguts a les assignatures ja realitzades al Grau.

COMPETÈNCIES DE LA TITULACIÓ A LES QUALS CONTRIBUEIX L'ASSIGNATURA

Específiques:

- CE-2. Resoldre problemes de Matemàtiques, mitjançant habilitats de càlcul bàsic i d'altres, tot planificant-ne la resolució en funció de les eines de què es disposi i de les restriccions de temps i recursos.
- CE-3. Utilitzar aplicacions informàtiques d'anàlisi estadístic, càlcul numèric i simbòlic, visualització gràfica, optimització o d'altres, per a experimentar en Matemàtiques i resoldre problemes.
- CE-4. Desenvolupar programes informàtics que resolguin problemes matemàtics, tot fent servir per a cada cas l'entorn computacional escaient.

Genèriques:

- CB-1. Demostrar posseir i comprendre coneixements de l'àrea de les Matemàtiques, construïts a partir de la base de l'educació secundària general i a un nivell que, tot recolzant-se en llibres de text avançats, inclogui també alguns aspectes que impliquin coneixements provinents de l'avantguarda de l'estudi de les Matemàtiques i de les seves aplicacions a la ciència i a la tecnologia.
- CB-2. Saber aplicar d'una forma professional els coneixements matemàtics al seu treball i posseir les capacitats que, a l'àrea de les Matemàtiques i en les seves aplicacions a la ciència i a la tecnologia, s'acostumen a demostrar mitjançant l'elaboració i defensa d'arguments i la resolució de problemes.
- CB-3. Tenir la capacitat de reunir i interpretar dades rellevants, a l'àrea de les Matemàtiques i en les seves aplicacions, per a emetre judicis que incloguin una reflexió sobre temes rellevants d'índole social, científica o ètica.
- CG-1. Comprendre i emprar el llenguatge matemàtic. Adquirir la capacitat d'enunciar propietats en diversos camps de la Matemàtica, de construir argumentacions, d'elaborar càlculs i de transmetre els coneixements matemàtics adquirits.
- CG-2. Conèixer demostracions rigoroses d'alguns teoremes clàssics en diferents àrees de la Matemàtica.
- CG-3. Assimilar la definició d'un nou objecte matemàtic en termes d'altres ja coneguts i ser capaç de fer servir aquest objecte en contextos diferents.
- CG-4. Saber abstraure les propietats estructurals (dels objectes matemàtics, de la realitat observada i d'altres àmbits), distingint-les de les que només són ocasionals. Poder comprovar-les amb demostracions o refutar-les mitjançant contraexemples, així com identificar errors en els raonaments incorrectes.
- CG-6. Detectar deficiències en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per a ampliar aquest coneixement.

Transversals:

4. APRENTATGE AUTÒNOM: Detectar mancances en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per ampliar aquest coneixement.

METODOLOGIES DOCENTS

Classes de teoria amb l'exposició de conceptes nous i repàs d'altres ja estudiats en assignatures prèvies. Consistiran en exposicions per part del professor dels enunciats, demostracions i exemples. En les classes de problemes: resolució de problemes d'una col·lecció proposada prèviament a l'alumne. Entre els objectius de l'assignatura tindrà un bon pes la resolució de problemes, alguns d'ells fomentant i prioritzant la intuïció i la creativitat de l'alumne.

OBJECTIUS D'APRENTATGE DE L'ASSIGNATURA

- Conèixer i saber calcular amb els mètodes de separació de variables i sèries de Fourier i amb el mètode de solucions fonamentals.
- Conèixer tant els principis del màxim i les seves conseqüències com els mètodes de càlcul integral (energia, principi de Dirichlet) i conseqüències.
- Conèixer la relació entre el Laplacà i l'equació de la calor amb els camins aleatoris, el Laplacà discret, les densitats de probabilitat i la gaussiana. Aquí el caràcter abstracte i conceptual serà prioritari.
- Conèixer i saber calcular amb el mètode de les característiques.
- L'assignatura també ha de servir per repassar i refermar conceptes de Càlcul i d'Anàlisi Matemàtica apresos per l'estudiant en assignatures anteriors. Atès el gran nombre d'eines que usa la teoria d'EDPs també es repassaran conceptes apresos a altres assignatures obligatòries: variable complexa, EDOs, Probabilitat, Càlcul Numèric.
- El curs ha de servir també per a motivar i preparar cursos posteriors, optatius o de postgrau, com l'Anàlisi Funcional, Matemàtica Financera i Càlcul Numèric per EDPs.

HORES TOTALES DE DEDICACIÓ DE L'ESTUDIANTAT

Tipus	Hores	Percentatge
Hores grup gran	45,0	24.00
Hores aprenentatge autònom	112,5	60.00
Hores grup petit	30,0	16.00

Dedicació total: 187.5 h

CONTINGUTS**Equacions de primer ordre****Descripció:**

L'equació lineal del transport: ones viatgeres, característiques, estabilitat. L'equació no homogènia i fórmula de Duhamel. Equacions de primer ordre quasilineals: mètode de les característiques. Exemples: dinàmica del transit, equació de Burgers.

Dedicació: 36h

Grup gran/Teoria: 6h

Grup mitjà/Pràctiques: 7h 30m

Aprenentatge autònom: 22h 30m

Espais de Banach, Operadors i Semigrups

Descripció:

Repàs dels conceptes i propietats fonamentals dels espais de Banach i les aplicacions lineals entre ells. Conceptes d'operadors i semigrups apareguts al capítol anterior.

Dedicació: 36h

Grup gran/Teoria: 7h 30m

Grup mitjà/Pràctiques: 6h

Aprenentatge autònom: 22h 30m

L'equació d'ones

Descripció:

Equació de la corda vibrant: derivació; fórmula de d'Alembert; equacions no homogènies; domini de dependència i domini d'influència; propagació i reflexions d'ones; energia. Classificació de les EDPs lineals de segon ordre: forma canònica.

Dedicació: 36h

Grup gran/Teoria: 7h 30m

Grup mitjà/Pràctiques: 6h

Aprenentatge autònom: 22h 30m

L'equació de difusió o de la calor

Descripció:

L'equació de difusió en dominis acotats: solució per separació de variables i sèries de Fourier; mètode d'energia i unicitat; principi del màxim i unicitat. L'equació de difusió a $\mathbb{R}^n$: solució fonamental; delta de Dirac; convolució; teorema d'existència i unicitat; regularitat; equacions no homogènies i principi de Duhamel. L'equació de difusió a partir del passeig aleatori: relació entre les funcions calòriques i les densitats de probabilitat i la distribució gaussiana.

Dedicació: 36h

Grup gran/Teoria: 7h 30m

Grup mitjà/Pràctiques: 6h

Aprenentatge autònom: 22h 30m

Les equacions de Laplace i de Poisson

Descripció:

Propietats de les funcions harmòniques: exemples; separació de variables i l'equació de Poisson a la bola; propietat de la mitjana, principi del màxim i unicitat; relació entre les funcions harmòniques, els camins aleatoris, el Laplacà discret i les probabilitats de sortida. Solució fonamental i funció de Green: potencial Newtonià; funcions de Green; mètode de reflexions: funció de Green al semi-espai i a la bola.

El principi de minimització de Dirichlet i el mètode d'energia.

Dedicació: 36h

Grup gran/Teoria: 7h 30m

Grup mitjà/Pràctiques: 6h

Aprenentatge autònom: 22h 30m

SISTEMA DE QUALIFICACIÓ

Hi haurà primer la nota d'un examen Parcial (P). Hi haurà també la nota de l'examen Final (F). La nota final de l'assignatura serà el màxim entre F i $(0,4 \cdot P + 0,6 \cdot F)$. Addicionalment, hi haurà un examen Extraordinari després del Final per als estudiants suspesos.

NORMES PER A LA REALITZACIÓ DE LES PROVES.

A les proves no es podrà tenir material docent ni notes de classe ni formularis. L'examen parcial no eliminarà matèria del final.

BIBLIOGRAFIA

Bàsica:

- Salsa, Sandro. Partial differential equations in action: from modelling to theory [en línia]. Milan: Springer, 2008 [Consulta: 27/06/2023]. Disponible a : <https://ebookcentral-proquest-com.recursos.biblioteca.upc.edu/lib/upcatalunya-ebooks/detail.action?pq-origsite=primo&docID=3062992>. ISBN 9788847007512.
- Pinchover, Yehuda; Rubinstein, Jacob. Introduction to partial differential equations. Cambridge: Cambridge University Press, 2005. ISBN 978052161323X.
- Strauss, W.A. Partial differential equations : an introduction. 2nd ed. New York: Wiley, 2008. ISBN 9780470054567.
- Shearer, Michael; Levy, Rachel. Partial differential equations : an introduction to theory and applications. Princeton: Princeton University Press, [2015]. ISBN 9780691161297.

Complementària:

- Peral, Ireneo. Primer curso de ecuaciones en derivadas parciales. Argentina: Addison-Wesley, 1995. ISBN 0201653575.

Guia docent

200132 - EST - Estadística

Última modificació: 26/06/2025

Unitat responsable: Facultat de Matemàtiques i Estadística
Unitat que imparteix: 715 - EIO - Departament d'Estadística i Investigació Operativa.

Titulació: GRAU EN MATEMÀTIQUES (Pla 2009). (Assignatura obligatòria).

Curs: 2025 **Crèdits ECTS:** 7.5 **Idiomes:** Català, Castellà

PROFESSORAT

Professorat responsable: Bofill Roig, Marta

Altres:

COMPETÈNCIES DE LA TITULACIÓ A LES QUALS CONTRIBUEIX L'ASSIGNATURA

Específiques:

1. CE-2. Resoldre problemes de Matemàtiques, mitjançant habilitats de càlcul bàsic i d'altres, tot planificant-ne la resolució en funció de les eines de què es disposi i de les restriccions de temps i recursos.
2. CE-3. Utilitzar aplicacions informàtiques d'anàlisi estadístic, càlcul numèric i simbòlic, visualització gràfica, optimització o d'altres, per a experimentar en Matemàtiques i resoldre problemes.
3. CE-4. Desenvolupar programes informàtics que resolguin problemes matemàtics, tot fent servir per a cada cas l'entorn computacional escaient.

Genèriques:

5. CB-1. Demostrar posseir i comprendre coneixements de l'àrea de les Matemàtiques, construïts a partir de la base de l'educació secundària general i a un nivell que, tot recolzant-se en llibres de text avançats, inclogui també alguns aspectes que impliquin coneixements provinents de l'avantguarda de l'estudi de les Matemàtiques i de les seves aplicacions a la ciència i a la tecnologia.
6. CB-2. Saber aplicar d'una forma professional els coneixements matemàtics al seu treball i posseir les capacitats que, a l'àrea de les Matemàtiques i en les seves aplicacions a la ciència i a la tecnologia, s'acostumen a demostrar mitjançant l'elaboració i defensa d'arguments i la resolució de problemes.
7. CB-3. Tenir la capacitat de reunir i interpretar dades rellevants, a l'àrea de les Matemàtiques i en les seves aplicacions, per a emetre judicis que incloguin una reflexió sobre temes rellevants d'índole social, científica o ètica.
8. CG-1. Comprendre i emprar el llenguatge matemàtic. Adquirir la capacitat d'enunciar propietats en diversos camps de la Matemàtica, de construir argumentacions, d'elaborar càlculs i de transmetre els coneixements matemàtics adquirits.
9. CG-2. Conèixer demostracions rigoroses d'alguns teoremes clàssics en diferents àrees de la Matemàtica.
10. CG-3. Assimilar la definició d'un nou objecte matemàtic en termes d'altres ja coneguts i ser capaç de fer servir aquest objecte en contextos diferents.
11. CG-4. Saber abstraure les propietats estructurals (dels objectes matemàtics, de la realitat observada i d'altres àmbits), distingint-les de les que només són ocasionals. Poder comprovar-les amb demostracions o refutar-les mitjançant contraexemples, així com identificar errors en els raonaments incorrectes.
12. CG-6. Detectar deficiències en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per a ampliar aquest coneixement.

Transversals:

4. APRENENTATGE AUTÒNOM: Detectar mancances en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per ampliar aquest coneixement.

METODOLOGIES DOCENTS

Pel que fa la docència presencial, el curs té 5 hores de classes per setmana, de les quals 3 es dediquen a classes de teoria i 2 a problemes o pràctiques.

Classes de teoria:

Les classes de teoria son principalment classes magistrals del professor de teoria. Es desenvolupen demostracions a la pissarra, i es resumeixen conceptes importants amb transparències. Es presenten exemples detallats, amb especial èmfasi en l'aplicació de l'estadística a problemes reals. Es fa servir del campus virtual Atenea per difondre material emprat a classe.

Classes de problemes i laboratori:

El professor de problemes presenta amb antelació l'enunciat dels problemes que els estudiants han de resoldre. A classe, el professor exposa i comenta la solució d'alguns dels problemes.

Les classes de laboratori es realitzaran amb el software estadístic R.

OBJECTIUS D'APRENTATGE DE L'ASSIGNATURA

L'estudiant que ha cursat Estadística:

1. És capaç de realitzar i interpretar estadística descriptiva bàsica amb un programari estadístic.
2. És capaç de fer inferència estadística amb un programari estadístic i correctament interpretar els resultats obtinguts.
3. Pot formular la diferència entre les dues escoles en l'estadística, la freqüentista i la bayesiana.
4. És capaç d'obtenir analíticament estimadors de moments i estimadors de màxima versemblança per a paràmetres de les lleis més conegudes.
5. És capaç de comparar diferents estimadors i triar l'estimador òptim segons algun criteri d'optimalitat (biaix, error quadràtic mig).
6. És capaç de construir intervals de confiança basats en quantitats pivotals (exactes o asimptòtiques).
7. És capaç de dissenyar una prova òptima per determinades proves d'hipòtesi sobre paràmetres de distribucions, aplicant el criteri de Neyman-Pearson i la raó de la versemblança generalitzada.
8. És capaç de formular la diferència entre proves paramètriques i no paramètriques.
9. És capaç de aplicar les proves paramètriques clàssiques (prova Z de la normal, t de Student amb mostres independents i dades aparellades, F per igualtat de variàncies) a conjunts de dades i interpretar correctament els resultats.
10. És capaç d'aplicar proves no-paramètriques simples basades en la distribució multinomial a conjunts de dades i interpretar correctament els resultats.
11. És capaç d'ajustar un model de regressió lineal múltiple amb R i d'interpretar correctament els resultats.
12. És capaç d'ajustar un model de regressió logística amb R i d'interpretar correctament els resultats.

HORES TOTALES DE DEDICACIÓ DE L'ESTUDIANTAT

Tipus	Hores	Percentatge
Hores grup petit	30,0	16.00
Hores aprenentatge autònom	112,5	60.00
Hores grup gran	45,0	24.00

Dedicació total: 187.5 h

CONTINGUTS

1. Introducció a l'estadística

Descripció:

- 1.1. L'estadística com a mètode científic. Raonament deductiu (probabilitat) versus inductiu (inferència).
- 1.2. Tipus de dades i d'estudis. Anàlisi exploratòria de dades.
- 1.3. Població i mostra.
- 1.4. Paràmetres, estadístics i estimadors. Distribució mostral.
- 1.5. Principals models paramètrics: Binomial, Poisson, Normal, Exponencial.
- 1.6. Famílies exponencials i famílies de localització i escala.
- 1.7. Perspectives freqüentista i bayesiana.
- 1.8. Problemes de la inferència: estimació, contrast i predicció.

Objectius específics:

- Anàlisi exploratòria de dades a l'R.
- Realitzar estudis descriptius univariants i bivariants.
- Especificar els principals models estadístics a l'R.
- Emfatitzar diferències entre dades poblacionals i paràmetres i dades mostrals i estimadors

Activitats vinculades:

Classes de teoria, classes de problemes i sessions de laboratori amb ordinadors (utilitzant R).

Dedicació: 20h

Grup gran/Teoria: 6h

Grup petit/Laboratori: 4h

Aprenentatge autònom: 10h

2. Estimadors puntuals

Descripció:

- 2.1. Mètode dels moments i plug-in.
- 2.2. Funció de versemblança. Estimació per màxima versemblança. Càlcul i propietats.
- 2.3. Informació de Fisher, Fita de Cramér-Rao, Eficiència.
- 2.4. Enfocament Bayesià de l'estimació puntual
- 2.5. Estimació no paramètrica de la funció de distribució. La funció de distribució empírica.
- 2.6. Simulació i Bootstrap.

Objectius específics:

- Construcció d'estimadors de paràmetres per diferents mètodes.
- Aprofundiment del concepte d'informació i de la mínima variància assolible.
- Introducció als mètodes de remostreig.

Activitats vinculades:

Classes de teoria, classes de problemes i sessions de laboratori amb ordinadors (utilitzant R).

Dedicació: 30h

Grup gran/Teoria: 9h

Grup mitjà/Pràctiques: 6h

Aprenentatge autònom: 15h

3. Propietats dels estimadors

Descripció:

- 3.1. Propietats dels estimadors per mostres finites. Error sistemàtic (biaix), precisió d'un estimador i error quadràtic mig.
- 3.2. Cerca del millor estimador no esbiaixat (UMVUE).
 - 3.2.1. Principi de suficiència, completesa.
 - 3.2.2. Teoremes de Rao-Blackwell i de Lehmann-Scheffé.
- 3.3. Comportament asimptòtic. Consistència i Normalitat asimptòtica.
- 3.4. Teoria asimptòtica per a l'estimador màxim versemblant.

Objectius específics:

- Derivar propietats d'estimadors.
- Coneixement del mètode delta per la llei i variància asimptòtica de transformacions d'estimadors asimptòticament normals.
- Avaluar empíricament les propietats dels estimadors fent servir simulació i mètodes de remostreig.

Activitats vinculades:

Classes de teoria, classes de problemes i sessions de laboratori amb ordinadors (utilitzant R).

Dedicació: 24h

Grup gran/Teoria: 8h

Grup mitjà/Pràctiques: 4h

Aprenentatge autònom: 12h

4. Estimació per intervals

Descripció:

- 4.1. Intervals de confiança.
- 4.2. Mètodes exactes per construir intervals de confiança.
- 4.3. Intervals de confiança asimptòtics.
- 4.4. Intervals no paramètrics basats en bootstrap.

Objectius específics:

- Construcció d'intervals de confiança.
- Implementació bootstrap pel càlcul d'intervals de confiança i variància.

Activitats vinculades:

Classes de teoria, classes de problemes i sessions de laboratori amb ordinadors (utilitzant R).

Dedicació: 16h

Grup gran/Teoria: 4h

Grup mitjà/Pràctiques: 4h

Aprenentatge autònom: 8h

5. Test d'hipòtesis

Descripció:

- 5.1. Conceptes bàsics. Tipus d'hipòtesis. Errors de tipus I i II. Regió de rebuig. Funció de potència. p-valor.
- 5.2. Construcció de la regió de rebuig via el Lema de Neyman-Pearson.
 - 5.2.1. Tests uniformement més potents.
 - 5.2.2. Lema de Neyman-Pearson per a alternatives compostes.
- 5.3. Tests de Wald, Score i raó de versemblança.
- 5.4. Tests χ^2 no paramètrics per independència i homogeneïtat.
- 5.5. Tests de bondat d'ajust: Kolmogórov-Smirnov.

Objectius específics:

- Dissenyar tests d'hipòtesis.
- Derivar propietats dels tests.
- Identificar quin test utilitzar en diferents escenaris.
- Implementació en R.

Activitats vinculades:

Classes de teoria, classes de problemes i sessions de laboratori amb ordinadors (utilitzant R).

Dedicació: 30h

Grup gran/Teoria: 9h

Grup mitjà/Pràctiques: 6h

Aprenentatge autònom: 15h

6. Model de regressió lineal. Regressió logística

Descripció:

- 6.1. Regressió lineal.
 - 6.1.1. Estimació per mínims quadrats i per màxima versemblança.
 - 6.1.2. Propietats de l'estimador de mínims quadrats.
 - 6.1.3. Validació del model. Anàlisi de residus.
 - 6.1.4. Contrastos d'hipòtesis sobre els paràmetres.
- 6.2. Regressió logística.

Objectius específics:

- Aplicar regressió lineal i logística.
- Interpretar els resultats obtinguts.

Activitats vinculades:

Classes de teoria, classes de problemes i sessions de laboratori amb ordinadors (utilitzant R).

Dedicació: 30h

Grup gran/Teoria: 10h

Grup petit/Laboratori: 5h

Aprenentatge autònom: 15h

SISTEMA DE QUALIFICACIÓ

Es farà servir el sistema d'avaluació continuada, que constarà de 3 parts:

1. Prova de seguiment tipus test a final de cada tema amb preguntes conceptuals i problemes pràctics a resoldre mitjançant l'R (Q).
2. Examen parcial a meitat del quadrimestre (EP).
3. Examen final (EF).

Els exàmens parcial i final tindran la mateixa estructura, amb una part de preguntes de teoria i entre 2 i 4 problemes.

La qualificació global de l'assignatura serà:

$$\text{Global} = \text{Max}(0.15 * Q + 0.25 * EP + 0.60 * EF, EF)$$

Adicionalment, hi haurà un examen extraordinari al juliol per als estudiants suspesos, amb una estructura similar a la de l'examen final. La nota de la convocatòria extraordinària serà la de l'examen extraordinari.

BIBLIOGRAFIA

Bàsica:

- Casella, George; Berger, Roger L. Statistical inference. 2nd ed. Pacific Grove: Duxbury, cop. 2002. ISBN 0534243126.
- DeGroot, Morris H.; Schervish, Mark J. Probability and statistics. 4th ed. Boston: Pearson, 2012. ISBN 9780321709707.
- Wasserman, Larry. All of statistics : a concise course in statistical inference. Pittsburgh: Springer, cop. 2010. ISBN 9781441923226.
- Wood, Simon N. Core Statistics. Cambridge [etc.]: Cambridge University Press, 2015. ISBN 9781107071056.
- Held, Leonhard; Sabanés Bové, Daniel. Applied Statistical Inference : Likelihood and Bayes [en línia]. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg : Imprint: Springer, 2014 [Consulta: 16/06/2025]. Disponible a: <https://link-springer-com.recursos.biblioteca.upc.edu/book/10.1007/978-3-642-37887-4>. ISBN 9783642378867.
- Ramachandran, Kandethody M; Tsokos, Chris P. Mathematical Statistics with Applications. 1. Elsevier, 2009. ISBN 9780123748485.

Complementària:

- Evans, Michael; Rosenthal, Jeffrey S. Probability and statistics : the science of uncertainty [en línia]. 2nd ed. New York: W.H. Freeman and Company, cop. 2010 [Consulta: 16/06/2025]. Disponible a: <http://www.utstat.toronto.edu/mikevans/jeffrosenthal/>. ISBN 9781429224628.
- Dalgaard, Peter. Introductory statistics with R [en línia]. 2nd ed. New York: Springer, 2008 [Consulta: 16/06/2025]. Disponible a: <https://link-springer-com.recursos.biblioteca.upc.edu/book/10.1007/978-0-387-79054-1>. ISBN 9780387790534.
- Efron, Bradley; Hastie, Trevor. Computer age statistical inference: algorithms, evidence, and data science [en línia]. First published. New York: Cambridge University Press, 2016 [Consulta: 16/06/2025]. Disponible a: <https://hastie.su.domains/CASI/>. ISBN 9781107149892.
- Fan, Jianqing; Li, Runze; Zhang, Cun-Hui; Zou, Hui. Statistical foundations of data science. Chapman and Hall/CRC, 2020. ISBN 9781466510845.
- Peck, Roxy. Statistics: a guide to the unknown. 4th ed. Belmont: Thomson Brooks/Cole, 2006. ISBN 0534372821.
- Cox, D. R; Hinkley, D. V. Theoretical statistics. London: Chapman and Hall, cop. 1974. ISBN 9780412161605.

RECURSOS

Enllaç web:

- R-software: www.r-project.org. Recurs

Guia docent

200112 - EALG - Estructures Algebraiques

Última modificació: 22/06/2025

Unitat responsable: Facultat de Matemàtiques i Estadística
Unitat que imparteix: 749 - MAT - Departament de Matemàtiques.
Titulació: GRAU EN MATEMÀTIQUES (Pla 2009). (Assignatura obligatòria).
Curs: 2025 **Crèdits ECTS:** 7.5 **Idiomes:** Català

PROFESSORAT

Professorat responsable: Jordi Guàrdia

Altres:

CAPACITATS PRÈVIES

Continguts de Fonaments de la Matemàtica: conjunts i aplicacions; relacions d'equivalència i d'ordre; permutacions; aritmètica de nombres enters i de polinomis; algorisme d'Euclides i identitat de Bézout; congruències (aritmètica modular); ...
Continguts d'Àlgebra Lineal: espai vectorial, subespai i espai quocient; bases; matrius i càlcul matricial; ...

REQUISITS

Les assignatures de primer curs Fonaments de la Matemàtica i Àlgebra Lineal

COMPETÈNCIES DE LA TITULACIÓ A LES QUALS CONTRIBUEIX L'ASSIGNATURA

Específiques:

1. CE-2. Resoldre problemes de Matemàtiques, mitjançant habilitats de càlcul bàsic i d'altres, tot planificant-ne la resolució en funció de les eines de què es disposi i de les restriccions de temps i recursos.
2. CE-3. Utilitzar aplicacions informàtiques d'anàlisi estadístic, càlcul numèric i simbòlic, visualització gràfica, optimització o d'altres, per a experimentar en Matemàtiques i resoldre problemes.
3. CE-4. Desenvolupar programes informàtics que resolguin problemes matemàtics, tot fent servir per a cada cas l'entorn computacional escaient.

Genèriques:

5. CB-1. Demostrar posseir i comprendre coneixements de l'àrea de les Matemàtiques, construïts a partir de la base de l'educació secundària general i a un nivell que, tot recolzant-se en llibres de text avançats, inclogui també alguns aspectes que impliquin coneixements provinents de l'avantguarda de l'estudi de les Matemàtiques i de les seves aplicacions a la ciència i a la tecnologia.
6. CB-2. Saber aplicar d'una forma professional els coneixements matemàtics al seu treball i posseir les capacitats que, a l'àrea de les Matemàtiques i en les seves aplicacions a la ciència i a la tecnologia, s'acostumen a demostrar mitjançant l'elaboració i defensa d'arguments i la resolució de problemes.
7. CB-3. Tenir la capacitat de reunir i interpretar dades rellevants, a l'àrea de les Matemàtiques i en les seves aplicacions, per a emetre judicis que incloguin una reflexió sobre temes rellevants d'índole social, científica o ètica.
8. CG-1. Comprendre i emprar el llenguatge matemàtic. Adquirir la capacitat d'enunciar propietats en diversos camps de la Matemàtica, de construir argumentacions, d'elaborar càlculs i de transmetre els coneixements matemàtics adquirits.
9. CG-2. Conèixer demostracions rigoroses d'alguns teoremes clàssics en diferents àrees de la Matemàtica.
10. CG-3. Assimilar la definició d'un nou objecte matemàtic en termes d'altres ja coneguts i ser capaç de fer servir aquest objecte en contextos diferents.
11. CG-4. Saber abstenir-se les propietats estructurals (dels objectes matemàtics, de la realitat observada i d'altres àmbits), distingint-les de les que només són ocasionals. Poder comprovar-les amb demostracions o refutar-les mitjançant contraexemples, així com identificar errors en els raonaments incorrectes.

Transversals:

4. APRENENTATGE AUTÒNOM: Detectar mancances en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per ampliar aquest coneixement.

METODOLOGIES DOCENTS

En les classes de teoria el professor presentarà els continguts de l'assignatura. En les classes de laboratori, amb grups més reduïts d'estudiants, es resoldran problemes i es desenvoluparan activitats pràctiques.

OBJECTIUS D'APRENENTATGE DE L'ASSIGNATURA

En aquesta assignatura l'estudiant es familiaritza amb els conceptes bàsics i aprèn alguns dels resultats principals sobre les estructures algebraïques més habituals: grups, anells, cossos i mòduls

HORES TOTALES DE DEDICACIÓ DE L'ESTUDIANTAT

Tipus	Hores	Percentatge
Hores grup gran	45,0	24.00
Hores grup petit	30,0	16.00
Hores aprenentatge autònom	112,5	60.00

Dedicació total: 187.5 h

CONTINGUTS**Anells****Descripció:**

Conceptes bàsics d'anells. Ideals. Anells íntegres. Cos de fraccions. Anells factorials, principals i euclidiàns. Anells de polinomis. Anells d'enters modulars. Anells quadràtics.

Dedicació: 62h 30m

Grup gran/Teoria: 15h

Grup mitjà/Pràctiques: 10h

Aprenentatge autònom: 37h 30m

Cossos**Descripció:**

Conceptes bàsics de cossos. Exemples bàsics. Extensions algebraïques i transcendents. Cossos de nombres. Teorema de l'element primitiu. Clausura algebraica d'un cos. Anells d'enters. Cossos finits i les seves aplicacions.

Dedicació: 62h 30m

Grup gran/Teoria: 15h

Grup mitjà/Pràctiques: 10h

Aprenentatge autònom: 37h 30m

Grups

Descripció:

Nocions bàsiques de grups. Exemples clàssics de grups. Acció d'un grup en un conjunt. Subgrups de Sylow. Representacions de grups. Logaritme discret.

Dedicació: 37h 30m

Grup gran/Teoria: 9h

Grup mitjà/Pràctiques: 6h

Aprenentatge autònom: 22h 30m

Mòduls

Descripció:

Conceptes bàsics sobre mòduls. Mòduls finitament generats sobre dominis d'ideals principals. Aplicacions.

Dedicació: 25h

Grup gran/Teoria: 6h

Grup mitjà/Pràctiques: 4h

Aprenentatge autònom: 15h

SISTEMA DE QUALIFICACIÓ

Al llarg del curs hi haurà diverses activitats avaluable, que tindran un pes del 10% en la nota final del curs. A més a més, hi haurà un examen parcial(30%) i un examen final (60%). En el cas que la nota de l'examen final sigui superior a la mitjana ponderada de les tres activitats anteriors, prevaldrà la nota de l'examen final.

Els estudiants que no aprovin l'assignatura en la convocatòria ordinària podran presentar-se a l'examen extraordinari a l'acabar el curs acadèmic.

BIBLIOGRAFIA

Bàsica:

- Garrett, P.B. Abstract algebra [en línia]. Boca Raton: Chapman & Hall/CRC, 2008 [Consulta: 16/06/2025]. Disponible a: http://www.math.umn.edu/~garrett/m/algebra/Whole_with_TOC.pdf. ISBN 9781584886891.
- Lee, Gregory T. Abstract algebra : an introductory course. Springer, 2018. ISBN 9783319776484.
- Fraleigh, John B. A First course in abstract algebra. 7th ed. Essex: Pearson Education, 2014. ISBN 9781292024967.
- Paulsen, W. Abstract algebra : an interactive approach [en línia]. CRC Press, 2016 [Consulta: 16/06/2025]. Disponible a: <https://www.taylorfrancis-com.recursos.biblioteca.upc.edu/books/mono/10.1201/9781315370972/abstract-algebra-william-paulsen>. ISBN 9781498719773.

Complementària:

- Artin, Michael. Algebra. 2nd. Boston: Prentice-Hall, 2011. ISBN 9780132413770.
- Lang, Serge. Algebra. 3rd ed. New York: Springer, 2002. ISBN 038795385X.
- Hungerford, T.W. Algebra. New York: Springer-Verlag, 1974. ISBN 0387905189.
- Allenby, R. B. J. T. Rings, fields and groups : an introduction to abstract algebra. London: Edward Arnold, 1983. ISBN 0713134763.

RECURSOS

Material informàtic:

- Sage Math. Software per experimentar en àlgebra i geometria

Enllaç web:

- Expository papers by K. Conrad: <https://kconrad.math.uconn.edu/blurbs/>. Recull d'apunts de K. Conrad
- Magma Calculator. Recurs

Guia docent

200021 - FIS - Física

Última modificació: 29/05/2025

Unitat responsable: Facultat de Matemàtiques i Estadística

Unitat que imparteix: 748 - FIS - Departament de Física.

Titulació: GRAU EN MATEMÀTIQUES (Pla 2009). (Assignatura obligatòria).

Curs: 2025

Crèdits ECTS: 7.5

Idiomes: Català

PROFESSORAT

Professorat responsable: JUAN JOSE SANCHEZ UMBRIA

Altres:

CAPACITATS PRÈVIES

Coneixements de càlcul d'una i diverses variables: derivació i integració. Àlgebra lineal.

COMPETÈNCIES DE LA TITULACIÓ A LES QUALS CONTRIBUEIX L'ASSIGNATURA

Específiques:

1. CE-2. Resoldre problemes de Matemàtiques, mitjançant habilitats de càlcul bàsic i d'altres, tot planificant-ne la resolució en funció de les eines de què es disposi i de les restriccions de temps i recursos.

Genèriques:

5. CB-2. Saber aplicar d'una forma professional els coneixements matemàtics al seu treball i posseir les capacitats que, a l'àrea de les Matemàtiques i en les seves aplicacions a la ciència i a la tecnologia, s'acostumen a demostrar mitjançant l'elaboració i defensa d'arguments i la resolució de problemes.

6. CB-3. Tenir la capacitat de reunir i interpretar dades rellevants, a l'àrea de les Matemàtiques i en les seves aplicacions, per a emetre judicis que incloguin una reflexió sobre temes rellevants d'indole social, científica o ètica.

7. CG-1. Comprendre i emprar el llenguatge matemàtic. Adquirir la capacitat d'enunciar propietats en diversos camps de la Matemàtica, de construir argumentacions, d'elaborar càlculs i de transmetre els coneixements matemàtics adquirits.

10. CG-4. Saber abstraure les propietats estructurals (dels objectes matemàtics, de la realitat observada i d'altres àmbits), distingint-les de les que només són ocasionals. Poder comprovar-les amb demostracions o refutar-les mitjançant contraexemples, així com identificar errors en els raonaments incorrectes.

12. CG-6. Detectar deficiències en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per a ampliar aquest coneixement.

Transversals:

11. APRENENTATGE AUTÒNOM: Detectar mancances en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per ampliar aquest coneixement.

METODOLOGIES DOCENTS

L'activitat docent consta de cinc hores setmanals, tres de teoria i dues de problemes, aproximadament. Les classes de teoria serviran per presentar i desenvolupar el temari. Els alumnes disposaran de material docent de cada tema, en forma de resums o transparències i col·leccions de problemes que apareixeran a la web de l'assignatura. En les sessions de problemes es resoldran, d'entre els exercicis i problemes proposats, aquells que es considerin més il·lustratius.

OBJECTIUS D'APRENTATGE DE L'ASSIGNATURA

Conèixer la cinemàtica i la dinàmica de partícules i sòlids rígids.
Conèixer la cinemàtica i la dinàmica en sistemes accelerats.
Entendre els conceptes de camp, treball i energia.
Entendre i saber aplicar els teoremes de conservació.
Conèixer les lleis que governen els camp elèctrics i gravitatoris.
Conèixer les lleis de la conducció i el corrent elèctrics.
Conèixer les lleis que governen el camp magnètic.
Conèixer les lleis de Maxwell en el buit.

HORES TOTALES DE DEDICACIÓ DE L'ESTUDIANT

Tipus	Hores	Percentatge
Hores grup gran	45,0	24.00
Hores grup petit	30,0	16.00
Hores aprenentatge autònom	112,5	60.00

Dedicació total: 187.5 h

CONTINGUTS

1. Cinemàtica de la partícula. Canvis de sistema de referència.

Descripció:

Vectors de posició, velocitat i acceleració. Components intrínseques de l'acceleració. Curvatura, torsió i trièdre de Frenet. Canvis de sistema de referència. Teorema de Coriolis. Velocitat i acceleració angulars.

Dedicació: 22h 30m

Grup gran/Teoria: 6h

Grup mitjà/Pràctiques: 3h

Aprenentatge autònom: 13h 30m

2. Dinàmica de la partícula i de sistemes de partícules.

Descripció:

Sistemes inercials i no inercials. Llei de Newton. Moviment del centre de masses d'un sistema de partícules. Descripció d'alguns tipus de forces. Forces de fregament. Moviment en sistemes no inercials. Forces d'inèrcia i efectes astrofísics i geofísics. Integració de les equacions del moviment. Reducció a quadratures. Dimensions i unitats. Anàlisi dimensional.

Dedicació: 22h 30m

Grup gran/Teoria: 5h

Grup mitjà/Pràctiques: 4h

Aprenentatge autònom: 13h 30m

3. Quantitat de moviment, moment cinètic i energia.

Descripció:

Quantitat de moviment i moment cinètic per a sistemes de partícules. Descomposició del moment cinètic. Moment d'un sistema de forces; propietats. Teoremes de l'impuls i de l'impuls angular. Teoremes de conservació. Camps de forces i circulació. Potència, treball i energia cinètica. Forces conservatives i energia potencial. Cas gravitatori i electrostàtic. Energia mecànica i teorema de conservació. Problemes d'un grau de llibertat. Camps centrals i lleis de Kepler.

Dedicació: 25h

Grup gran/Teoria: 6h

Grup mitjà/Pràctiques: 4h

Aprenentatge autònom: 15h

4. Cinemàtica i dinàmica del sòlid rígida.

Descripció:

Cinemàtica del sòlid rígida. Velocitat i acceleració angulars. Descripció geomètrica del moviment. Eix instantani de rotació i lliscament. El cas bidimensional, centre instantani de rotació. Moment cinètic i energia. Tensor d'inèrcia; propietats i simetries. Eixos principals d'inèrcia. Equacions d'Euler per al moviment d'un sòlid rígida. Alguns casos particulars. Dinàmica en el cas bidimensional.

Dedicació: 25h

Grup gran/Teoria: 6h

Grup mitjà/Pràctiques: 4h

Aprenentatge autònom: 15h

5. Electroestàtica.

Descripció:

Càrrega elèctrica. Llei de Coulomb. Distribucions de càrrega. Principi de superposició. Camp i potencial electrostàtic. Dipol elèctric. Llei de Gauss (aplicació al càlcul de camps gravitatoris i electrostàtic). Conductors en equilibri electrostàtic. Equacions de Poisson i Laplace. Mètode de les imatges. Energia elèctrica.

Dedicació: 22h 30m

Grup gran/Teoria: 5h

Grup mitjà/Pràctiques: 4h

Aprenentatge autònom: 13h 30m

6. Conducció elèctrica.

Descripció:

Descripció del corrent elèctric. Equació de continuïtat. Llei d'Ohm. Resistència elèctrica. Potència dissipada. Conductors filiformes. Circuits de corrent. Generadors. Lleis de Kirchhoff.

Dedicació: 20h

Grup gran/Teoria: 5h

Grup mitjà/Pràctiques: 3h

Aprenentatge autònom: 12h

7. Magnetostàtica.

Descripció:

Força de Lorentz. Fonts del camp magnètic. Llei de Biot-Savart. Potencial vector. Llei d'Ampère. Equació de Poisson per al potencial vector. Aplicació al càlcul de camps magnètics.

Dedicació: 25h

Grup gran/Teoria: 6h

Grup petit/Laboratori: 4h

Aprenentatge autònom: 15h

8. Equacions de Maxwell.

Descripció:

Llei de Faraday-Lenz. Inducció mútua, autoinducció i inductàncies. Energia magnètica. Llei d'Ampère-Maxwell i corrent de desplaçament. Teorema de Poynting. Equacions de Maxwell en el buit. Potencials electromagnètics. El camp electromagnètic en el buit. L'equació d'ones. Ones electromagnètiques.

Dedicació: 25h

Grup gran/Teoria: 6h

Grup mitjà/Pràctiques: 4h

Aprenentatge autònom: 15h

SISTEMA DE QUALIFICACIÓ

Hi haurà un examen parcial i un examen final. La nota de l'assignatura serà $\max\{EF; 0.45 \cdot EP + 0.55 \cdot EF\}$ amb EP la nota de l'examen parcial i EF la nota de l'examen final.

Hi haurà un examen extraordinari de reavaluació per als estudiants que hagin suspès l'assignatura en la convocatòria ordinària, amb una única nota.

BIBLIOGRAFIA

Bàsica:

- Taylor, John. Classical mechanics [en línia]. Sausalito: University Science Books, cop. 2005 [Consulta: 23/06/2022]. Disponible a: <https://web-s-ebsscohost-com.recursos.biblioteca.upc.edu/ehost/ebookviewer/ebook?sid=50467605-d9e7-4542-9aa6-406be93984e1%40redis&vid=0&format=EB>. ISBN 189138922X.
- Alonso, Marcelo; Finn, Edward J. Física. México: Pearson & Addison-Wesley, cop. 2000. ISBN 9684444265.
- Reitz, John R.; Milford, Frederick J.; Christy, Robert W. Fundamentos de la teoría electromagnética. 4a ed. Wilmington: Addison-Wesley, 1996. ISBN 020162592X.
- Wangsness, Roald K. Campos electromagnéticos. Limusa, 1983. ISBN 9681813162.

Complementària:

- Knudsen, J.M., Hjorth, P.G. Elements of newtonian mechanics [en línia]. Springer, cop. 1995 [Consulta: 27/06/2023]. Disponible a: <https://ebookcentral-proquest-com.recursos.biblioteca.upc.edu/lib/upcatalunya-ebooks/detail.action?pq-origsite=primo&docID=3089857>. ISBN 3540583645.
- Symon, Keith R. Mechanics. 3rd ed. Addison-Wesley, 1971. ISBN 0201073927.
- Agulló i Batlle, Joaquim. Mecánica de la partícula y del sólido rígido. OK punt, 2000. ISBN 8492085053.
- Cheng, David K. Fundamentos de electromagnetismo para ingeniería. Addison-Wesley, cop. 1997. ISBN 9780201653755.
- Jackson, Jackson D. Electrodinámica clásica. 2a ed. Madrid: Alhambra, 1980. ISBN 8420506559.

RECURSOS

Altres recursos:

Transparències de Mecànica (disponible a través de "Atenea").

Apunts d'Electromagnetisme (disponible a través de "Atenea").

Problemes proposats (disponible a través de "Atenea").

Guia docent

200003 - FM - Fonaments de la Matemàtica

Última modificació: 29/05/2025

Unitat responsable: Facultat de Matemàtiques i Estadística
Unitat que imparteix: 749 - MAT - Departament de Matemàtiques.
751 - DECA - Departament d'Enginyeria Civil i Ambiental.

Titulació: GRAU EN MATEMÀTIQUES (Pla 2009). (Assignatura obligatòria).

Curs: 2025 **Crèdits ECTS:** 7.5 **Idiomes:** Català, Castellà

PROFESSORAT

Professorat responsable: JOSÉ LUIS RUIZ MUÑOZ

Altres:

COMPETÈNCIES DE LA TITULACIÓ A LES QUALS CONTRIBUEIX L'ASSIGNATURA

Específiques:

- CE-2. Resoldre problemes de Matemàtiques, mitjançant habilitats de càlcul bàsic i d'altres, tot planificant-ne la resolució en funció de les eines de què es disposi i de les restriccions de temps i recursos.
- CE-3. Utilitzar aplicacions informàtiques d'anàlisi estadístic, càlcul numèric i simbòlic, visualització gràfica, optimització o d'altres, per a experimentar en Matemàtiques i resoldre problemes.
- CE-4. Desenvolupar programes informàtics que resolguin problemes matemàtics, tot fent servir per a cada cas l'entorn computacional escaient.

Genèriques:

- CB-1. Demostrar posseir i comprendre coneixements de l'àrea de les Matemàtiques, construïts a partir de la base de l'educació secundària general i a un nivell que, tot recolzant-se en llibres de text avançats, inclogui també alguns aspectes que impliquin coneixements provinents de l'avantguarda de l'estudi de les Matemàtiques i de les seves aplicacions a la ciència i a la tecnologia.
- CB-2. Saber aplicar d'una forma professional els coneixements matemàtics al seu treball i posseir les capacitats que, a l'àrea de les Matemàtiques i en les seves aplicacions a la ciència i a la tecnologia, s'acostumen a demostrar mitjançant l'elaboració i defensa d'arguments i la resolució de problemes.
- CB-3. Tenir la capacitat de reunir i interpretar dades rellevants, a l'àrea de les Matemàtiques i en les seves aplicacions, per a emetre judicis que incloguin una reflexió sobre temes rellevants d'índole social, científica o ètica.
- CG-1. Comprendre i emprar el llenguatge matemàtic. Adquirir la capacitat d'enunciar propietats en diversos camps de la Matemàtica, de construir argumentacions, d'elaborar càlculs i de transmetre els coneixements matemàtics adquirits.
- CG-2. Conèixer demostracions rigoroses d'alguns teoremes clàssics en diferents àrees de la Matemàtica.
- CG-3. Assimilar la definició d'un nou objecte matemàtic en termes d'altres ja coneguts i ser capaç de fer servir aquest objecte en contextos diferents.
- CG-4. Saber abstraure les propietats estructurals (dels objectes matemàtics, de la realitat observada i d'altres àmbits), distingint-les de les que només són ocasionals. Poder comprovar-les amb demostracions o refutar-les mitjançant contraexemples, així com identificar errors en els raonaments incorrectes.
- CG-6. Detectar deficiències en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per a ampliar aquest coneixement.

Transversals:

11. APRENENTATGE AUTÒNOM: Detectar mancances en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per ampliar aquest coneixement.

METODOLOGIES DOCENTS

Les classes de teoria seran essencialment exposicions del professor, incloent exemples detallats. A les classes de problemes hi haurà uns problemes resolts pel professor a tall de model, i altres que exposaran els estudiants.

OBJECTIUS D'APRENENTATGE DE L'ASSIGNATURA

L'objectiu central de l'assignatura és ajudar a salvar el pont entre les matemàtiques del batxillerat i les de la universitat, tot donant als estudiants la fonamentació necessària per al desenvolupament dels seus estudis de grau.

Aquest objectiu es desenvolupa en dues línies entrelaçades. La primera és fer conscient a l'estudiant del paper essencial del concepte de demostració dins les matemàtiques. La segona, deixar sòlidament establerts continguts bàsics relacionats amb el llenguatge, amb els conjunts numèrics, i amb elements d'àlgebra.

HORES TOTALES DE DEDICACIÓ DE L'ESTUDIANTAT

Tipus	Hores	Percentatge
Hores grup gran	45,0	24.00
Hores activitats dirigides	7,5	4.00
Hores aprenentatge autònom	105,0	56.00
Hores grup petit	30,0	16.00

Dedicació total: 187.5 h

CONTINGUTS

Formalisme matemàtic: enunciats i demostracions

Descripció:

Proposicions lògiques. Taules de veritat. Tautologies i contradiccions. Equivalència lògica. Expressions amb quantificadors. Predicats i variables. Enunciats i demostracions. Tècniques de demostració: implicació, equivalències, enunciats amb quantificadors. Inducció. Sumatoris i productoris. Progressió aritmètica i geomètrica.

Dedicació: 28h 45m

Grup gran/Teoria: 7h

Grup mitjà/Pràctiques: 5h

Aprenentatge autònom: 16h 45m

Conjunts i aplicacions

Descripció:

Conjunt i subconjunt. Inclusió i igualtat. Conjunt de les parts. Operacions: unió, intersecció, diferència, complementari, producte cartesià. Correspondència i aplicació. Imatges i antiimatges per una aplicació. Aplicació injectiva, exhaustiva i bijectiva. Composició d'aplicacions. Aplicació identitat. Inversa d'una aplicació.

Dedicació: 28h 45m

Grup gran/Teoria: 7h

Grup mitjà/Pràctiques: 5h

Aprenentatge autònom: 16h 45m

Relacions, operacions i estructures

Descripció:

Relacions binàries en un conjunt. Relacions d'equivalència. Classe d'equivalència. Conjunt quocient. Particions. Descomposició canònica d'una aplicació. Relacions d'ordre. Elements notables dels conjunts parcialment ordenats. Estructures algebraïques: grup, anell i cos. Cos ordenat. Àlgebra de Boole. El grup simètric. Permutació, cicles i transposicions. Descomposició en cicles i en transposicions. Ordre i signe d'una permutació.

Dedicació: 31h 30m

Grup gran/Teoria: 9h

Grup mitjà/Pràctiques: 4h

Aprenentatge autònom: 18h 30m

Conjunts de nombres. Numerabilitat

Descripció:

Conjunts equipotents. Conjunts finits i infinits. Cardinal. Conjunts de nombres: naturals, enters, racionals, reals. Conjunts numerables i enumerables.

Dedicació: 16h 45m

Grup gran/Teoria: 4h

Grup mitjà/Pràctiques: 3h

Aprenentatge autònom: 9h 45m

El cos dels nombres complexos

Descripció:

El cos dels nombres complexos. Part real i part imaginària. La unitat imaginària. Parell ordenat i forma binòmica. El conjugat. Mòdul i argument. Expressió trigonomètrica i expressió polar. Potències i arrels. Exponencial d'un nombre complex. Expressió exponencial d'un nombre complex. Expressió matricial d'un nombre complex.

Dedicació: 16h 45m

Grup gran/Teoria: 4h

Grup mitjà/Pràctiques: 3h

Aprenentatge autònom: 9h 45m

Aritmètica

Descripció:

L'anell dels nombres enters. Elements invertibles. Divisors. Relació de divisibilitat. Teorema de la divisió euclidiana. Nombre primer. Teorema Fonamental de l'Aritmètica. Màxim comú divisor i mínim comú múltiple. Identitat de Bézout i algorisme d'Euclides. Equacions diofàntiques. Congruències. Relació de congruència. L'anell d'enters modulars. Elements invertibles i divisors de zero. Equacions amb congruències.

Dedicació: 28h 45m

Grup gran/Teoria: 7h

Grup mitjà/Pràctiques: 5h

Aprenentatge autònom: 16h 45m

Polinomis

Descripció:

Polinomi amb una indeterminada. Igualtat de polinomis. Estructura algebraica. Divisió euclidiana i factorització. Divisors d'un polinomi. Polinomis primers. Teorema de descomposició factorial. Màxim comú divisor. Algorisme d'Euclides i identitat de Bézout. Funcions polinomials. Arrels d'un polinomi. Multiplicitat d'una arrel. Teorema Fonamental de l'Àlgebra. Polinomis primers amb coeficients complexos, reals o racionals. Polinomis amb coeficients en $\mathbb{Z}_p$. Fraccions racionals. Estructura algebraica. Fraccions simples (complexes i reals). Descomposició de fraccions racionals en fraccions simples.

Dedicació: 28h 45m

Grup gran/Teoria: 7h

Grup mitjà/Pràctiques: 5h

Aprenentatge autònom: 16h 45m

SISTEMA DE QUALIFICACIÓ

L'avaluació de l'assignatura es realitzarà mitjançant l'avaluació continuada i un examen final. La nota d'avaluació continuada s'obté d'un examen parcial no eliminatori de matèria (examen de les mateixes característiques que l'examen final), i de la valoració d'altres activitats realitzades durant el curs.

La nota de l'assignatura s'obté segons la fórmula:

Nota = $\max\{\text{nota examen final}; 70\% \text{ nota examen final} + 25\% \text{ nota examen parcial} + 5\% \text{ valoració d'altres activitats}\}$.

Adicionalment hi haurà un examen extraordinari al juliol pels estudiants suspesos.

BIBLIOGRAFIA

Bàsica:

- Bloch, Ethan D. Proofs and fundamentals [en línia]. 2nd ed. Boston: Springer Science + Business Media, 2011 [Consulta: 26/06/2023]. Disponible a: <https://link-springer-com.recursos.biblioteca.upc.edu/book/10.1007/978-1-4419-7127-2>. ISBN 0817641114.
- Rosen, Kenneth H. Matemática discreta y sus aplicaciones [en línia]. 5a ed. Madrid: McGraw-Hill Interamericana, 2004 [Consulta: 26/06/2023]. Disponible a: https://www-ingebook-com.recursos.biblioteca.upc.edu/ib/NPcd/IB_BooksVis?cod_primaria=1000187&codigo_libro=4143. ISBN 9788448140731.

Complementària:

- Pla, Josep. Introducció a la metodologia de la matemàtica. 1ª edició. Barcelona: Publicacions de la Universitat de Barcelona, 2006. ISBN 9788447530656.
- Cunningham, D. W. A Logical introduction to proof. 2013. Springer, ISBN 9781489990990.
- Houston, Kevin. How to think like a mathematician. 1a edició. Cambridge University Press, 2009. ISBN 9780521719780.

Guia docent

200101 - FVC - Funcions de Variable Complexa

Última modificació: 26/06/2025

Unitat responsable: Facultat de Matemàtiques i Estadística
Unitat que imparteix: 749 - MAT - Departament de Matemàtiques.

Titulació: GRAU EN MATEMÀTIQUES (Pla 2009). (Assignatura obligatòria).

Curs: 2025 **Crèdits ECTS:** 7.5 **Idiomes:** Català, Castellà

PROFESSORAT

Professorat responsable: Odí Soler i Gibert

Altres:

COMPETÈNCIES DE LA TITULACIÓ A LES QUALS CONTRIBUEIX L'ASSIGNATURA

Específiques:

1. CE-2. Resoldre problemes de Matemàtiques, mitjançant habilitats de càlcul bàsic i d'altres, tot planificant-ne la resolució en funció de les eines de què es disposi i de les restriccions de temps i recursos.
2. CE-3. Utilitzar aplicacions informàtiques d'anàlisi estadístic, càlcul numèric i simbòlic, visualització gràfica, optimització o d'altres, per a experimentar en Matemàtiques i resoldre problemes.
3. CE-4. Desenvolupar programes informàtics que resolguin problemes matemàtics, tot fent servir per a cada cas l'entorn computacional escaient.

Genèriques:

4. CB-1. Demostrar posseir i comprendre coneixements de l'àrea de les Matemàtiques, construïts a partir de la base de l'educació secundària general i a un nivell que, tot recolzant-se en llibres de text avançats, inclogui també alguns aspectes que impliquin coneixements provinents de l'avantguarda de l'estudi de les Matemàtiques i de les seves aplicacions a la ciència i a la tecnologia.
5. CB-2. Saber aplicar d'una forma professional els coneixements matemàtics al seu treball i posseir les capacitats que, a l'àrea de les Matemàtiques i en les seves aplicacions a la ciència i a la tecnologia, s'acostumen a demostrar mitjançant l'elaboració i defensa d'arguments i la resolució de problemes.
6. CB-3. Tenir la capacitat de reunir i interpretar dades rellevants, a l'àrea de les Matemàtiques i en les seves aplicacions, per a emetre judicis que incloguin una reflexió sobre temes rellevants d'índole social, científica o ètica.
7. CG-1. Comprendre i emprar el llenguatge matemàtic. Adquirir la capacitat d'enunciar propietats en diversos camps de la Matemàtica, de construir argumentacions, d'elaborar càlculs i de transmetre els coneixements matemàtics adquirits.
8. CG-2. Conèixer demostracions rigoroses d'alguns teoremes clàssics en diferents àrees de la Matemàtica.
9. CG-3. Assimilar la definició d'un nou objecte matemàtic en termes d'altres ja coneguts i ser capaç de fer servir aquest objecte en contextos diferents.
10. CG-4. Saber abstraure les propietats estructurals (dels objectes matemàtics, de la realitat observada i d'altres àmbits), distingint-les de les que només són ocasionals. Poder comprovar-les amb demostracions o refutar-les mitjançant contraexemples, així com identificar errors en els raonaments incorrectes.
12. CG-6. Detectar deficiències en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per a ampliar aquest coneixement.

Transversals:

11. APRENTATGE AUTÒNOM: Detectar mancances en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per a ampliar aquest coneixement.

METODOLOGIES DOCENTS

Hi ha tres hores de classe de teoria i dues de problemes per setmana.

En les sessions de teoria es desenvoluparan els conceptes i resultats centrals de l'assignatura. En les sessions de problemes es mostrarà com resoldre els problemes més representatius del temari. Es deixaran problemes per resoldre de manera autònoma per part de l'alumnat

OBJECTIUS D'APRENTATGE DE L'ASSIGNATURA

Presentar les funcions holomorfes en una variable segons les propietats equivalents de ser transformacions conformes i de ser analítiques complexes.

Aplicar el Teorema de Cauchy i l'índex de camins al càlcul d'integrals per residus.

Operar amb sèries de potències reals i complexes, discutir el radi de convergència i el comportament a la frontera. Il·lustrar així les nocions de convergència puntual, uniforme, uniforme sobre compactes.

Mostrar aplicacions de les funcions holomorfes i transformacions conformes.

HORES TOTALS DE DEDICACIÓ DE L'ESTUDIANTAT

Tipus	Hores	Percentatge
Hores grup gran	45,0	24.00
Hores aprenentatge autònom	112,5	60.00
Hores grup petit	30,0	16.00

Dedicació total: 187.5 h

CONTINGUTS

El pla complex

Descripció:

Nombres complexos (representació, propietats bàsiques, successions, sèries). El pla complex i la seva topologia.

Dedicació: 19h 30m

Grup gran/Teoria: 3h

Grup mitjà/Pràctiques: 4h

Aprenentatge autònom: 12h 30m

Funcions holomorfes.

Descripció:

Funcions de variable complexa. Derivació. Derivació complexa. Condicions de Cauchy-Riemann. Sèries de potències. Funcions holomorfes. Exemples.

Dedicació: 41h 30m

Grup gran/Teoria: 10h

Grup mitjà/Pràctiques: 6h

Aprenentatge autònom: 25h 30m

Integració. Teorema de Cauchy

Descripció:

Integral de línia. Teorema de Cauchy local. Fórmula integral de Cauchy. Zeros de funcions analítiques. Conseqüències.

Dedicació: 41h 30m

Grup gran/Teoria: 10h

Grup mitjà/Pràctiques: 6h

Aprenentatge autònom: 25h 30m

Funcions meromorfes. Teorema dels residus

Descripció:

Índex d'una corba respecte a un punt. Homologia. Teorema de Cauchy global. Singularitats aïllades. Sèries de Laurent. Teorema dels residus i aplicacions.

Dedicació: 43h 30m

Grup gran/Teoria: 11h

Grup mitjà/Pràctiques: 8h

Aprenentatge autònom: 24h 30m

Altres temes: Aplicacions conformes, funcions harmòniques, funció z de Riemann, aproximació de funcions meromorfes, prolongació analítica.

Descripció:

Transformacions conformes. Teorema de Riemann. Principi de reflexió de Schwarz. Funcions harmòniques. Problema de Dirichlet. La funció z de Riemann. Teorema de Runge. Prolongació analítica.

Dedicació: 41h 30m

Grup gran/Teoria: 11h

Grup mitjà/Pràctiques: 6h

Aprenentatge autònom: 24h 30m

SISTEMA DE QUALIFICACIÓ

Hi haurà un examen parcial (EP) a mig quadrimestre i un examen final (EF). També hi haurà un lliurament de problemes durant el període lectiu (AC).

La nota final de l'assignatura (NF) es calcularà segons la fórmula $NF = \max(EF ; 0,30 \cdot EP + 0,10 \cdot AC + 0,60 \cdot EF)$.

Adicionalment, hi haurà un examen extraordinari el mes de juliol per als estudiants suspesos

BIBLIOGRAFIA

Bàsica:

- Stein, E. M. ; Shakarchi, R. Complex analysis. Princeton University Press, 2003. ISBN 0691113858.
- Ahlfors, L. V. Complex analysis : an introduction to the theory of analytic functions of one complex variable. 3rd. McGraw Hill, 1979. ISBN 0070006571.
- Bruna, J. ; Cufí, J. Anàlisi complexa. Publicacions UAB, 2008. ISBN 9788449025594.
- Ortega Cerdà, J. Anàlisi complexa [en línia]. Barcelona: Universitat Politècnica de Catalunya. Departament de Matemàtica Aplicada I, 1997 [Consulta: 21/06/2023]. Disponible a: <http://hdl.handle.net/2117/189905>.

Complementària:

- Beck, M.; Marchesi, G.; Pixton, D.; Sabalka, L. A First course in complex analysis [en línia]. San Francisco State University, 2009

[Consulta: 21/06/2023]. Disponible a: <https://matthbeck.github.io/complex.html>.

- Gamelin, T.W. Complex analysis. Springer, 2001. ISBN 0387950931.
- Conway, J. B. Functions of one complex variable. 2nd. Springer, 1978. ISBN 0387944605.
- Lang, S. Complex analysis. 4th. Springer, 1999. ISBN 0387985921.
- Rudin, W. Real and complex analysis. 3a ed. McGraw Hill, 1974. ISBN 0070542341.

Guia docent

200005 - GAE - Geometria Afí i Euclidiana

Última modificació: 29/05/2025

Unitat responsable: Facultat de Matemàtiques i Estadística
Unitat que imparteix: 749 - MAT - Departament de Matemàtiques.
Titulació: GRAU EN MATEMÀTIQUES (Pla 2009). (Assignatura obligatòria).
Curs: 2025 **Crèdits ECTS:** 7.5 **Idiomes:** Català

PROFESSORAT

Professorat responsable: FRANCESC D'ASSIS PLANAS VILANOVA

Altres:

CAPACITATS PRÈVIES

L'alumne ha de tenir un bon coneixement dels continguts de l'assignatura Àlgebra Lineal. També són necessaris els continguts de l'assignatura Fonaments.

COMPETÈNCIES DE LA TITULACIÓ A LES QUALS CONTRIBUEIX L'ASSIGNATURA

Específiques:

- CE-2. Resoldre problemes de Matemàtiques, mitjançant habilitats de càlcul bàsic i d'altres, tot planificant-ne la resolució en funció de les eines de què es disposi i de les restriccions de temps i recursos.
- CE-3. Utilitzar aplicacions informàtiques d'anàlisi estadístic, càlcul numèric i simbòlic, visualització gràfica, optimització o d'altres, per a experimentar en Matemàtiques i resoldre problemes.
- CE-4. Desenvolupar programes informàtics que resolguin problemes matemàtics, tot fent servir per a cada cas l'entorn computacional escaient.

Genèriques:

- CB-1. Demostrar posseir i comprendre coneixements de l'àrea de les Matemàtiques, construïts a partir de la base de l'educació secundària general i a un nivell que, tot recolzant-se en llibres de text avançats, inclogui també alguns aspectes que impliquin coneixements provinents de l'avantguarda de l'estudi de les Matemàtiques i de les seves aplicacions a la ciència i a la tecnologia.
- CB-2. Saber aplicar d'una forma professional els coneixements matemàtics al seu treball i posseir les capacitats que, a l'àrea de les Matemàtiques i en les seves aplicacions a la ciència i a la tecnologia, s'acostumen a demostrar mitjançant l'elaboració i defensa d'arguments i la resolució de problemes.
- CB-3. Tenir la capacitat de reunir i interpretar dades rellevants, a l'àrea de les Matemàtiques i en les seves aplicacions, per a emetre judicis que incloguin una reflexió sobre temes rellevants d'indole social, científica o ètica.
- CG-1. Comprendre i emprar el llenguatge matemàtic. Adquirir la capacitat d'enunciar propietats en diversos camps de la Matemàtica, de construir argumentacions, d'elaborar càlculs i de transmetre els coneixements matemàtics adquirits.
- CG-2. Conèixer demostracions rigoroses d'alguns teoremes clàssics en diferents àrees de la Matemàtica.
- CG-3. Assimilar la definició d'un nou objecte matemàtic en termes d'altres ja coneguts i ser capaç de fer servir aquest objecte en contextos diferents.
- CG-4. Saber abstenir-se les propietats estructurals (dels objectes matemàtics, de la realitat observada i d'altres àmbits), distingint-les de les que només són ocasionals. Poder comprovar-les amb demostracions o refutar-les mitjançant contraexemples, així com identificar errors en els raonaments incorrectes.
- CG-6. Detectar deficiències en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per a ampliar aquest coneixement.

Transversals:

11. APRENENTATGE AUTÒNOM: Detectar mancances en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per ampliar aquest coneixement.

METODOLOGIES DOCENTS

Les hores de classe setmanals es distribueixen en tres sessions teòriques i dues de problemes.

A les classes teòriques s'exposen els continguts del programa, i s'acompanyen amb exemples i demostracions.

A les classes de problemes es proposen i resolen problemes relacionats amb els continguts de l'assignatura.

OBJECTIUS D'APRENTATGE DE L'ASSIGNATURA

L'objectiu general de l'assignatura és que l'alumnat aprengui els conceptes bàsics de la geometria afí i euclidiana i arribi a manipular-los amb destresa. Més específicament, a nivell de continguts es pretén que l'alumnat:

-Conegui l'aproximació clàssica a la geometria i a l'hora compregui i assimili el que és el seu tractament modern fonamentat en els conceptes i mètodes de l'Àlgebra lineal.

-Compregui la noció d'espai afí (real) com a model matemàtic de l'espai físic i conegui amb cert detall les interioritats del model, en particular les nocions de varietat lineal, d'aplicació afí i els exemples bàsics d'afinitats.

-Conegui la noció de referència en un espai afí com a eina per tal de descriure els objectes anteriors en termes de coordenades.

-Entengui la noció de mètrica com a mètode de formalitzar la noció intuïtiva de distància

-Conegui tots els conceptes bàsics associats a l'estructura d'espai afí euclidià (distàncies, perpendicularitat, projeccions ortogonals,...), així com els conceptes més específics de les dimensions 2 i 3 (angles, producte vectorial), i sàpiga manipular-los (en particular, per a calcular àrees i volums).

-Conegui com són els desplaçaments de la recta, del pla i de l'espai.

-Conegui les figures geomètriques que corresponen a les equacions de segon grau en dimensió 2 i llurs característiques principals, així com algunes nocions referents al cas de dimensió 3.

-Conegui algunes aplicacions pràctiques dels conceptes anteriors, com ara aplicacions a la física i a la tecnologia.

HORES TOTALES DE DEDICACIÓ DE L'ESTUDIANTAT

Tipus	Hores	Percentatge
Hores grup petit	30,0	16.00
Hores aprenentatge autònom	105,0	56.00
Hores activitats dirigides	7,5	4.00
Hores grup gran	45,0	24.00

Dedicació total: 187.5 h

CONTINGUTS

1. ESPAI AFÍ

Descripció:

Espai afí, varietats lineals, posicions relatives. Sistemes de referència cartesianes i baricèntriques, coordenades. Raó simple. Els teoremes de Thales, Ceva, Menelao i Desargues.

Dedicació: 25h

Grup gran/Teoria: 9h

Grup mitjà/Pràctiques: 6h

Aprenentatge autònom: 10h

2. AFINITATS

Descripció:

Afinitats. Propietats bàsiques. El teorema central de la geometria afí. Varietats invariants. Famílies d'afinitats: translacions, homotècies, projeccions y simetries. Classificació de les afinitats en dimensions 1 i 2.

Dedicació: 29h 20m

Grup gran/Teoria: 9h

Grup mitjà/Pràctiques: 7h

Aprenentatge autònom: 13h 20m

3. GEOMETRIA EUCLIDIANA

Descripció:

Espai euclidià, mètriques. Distàncies, angles, àrees i volums.

Perpendicularitat i projeccions ortogonals. Angles orientats. Producte vectorial. Alguns teoremes clàssics de la geometria plana.

Dedicació: 22h 50m

Grup gran/Teoria: 6h

Grup mitjà/Pràctiques: 3h 30m

Aprenentatge autònom: 13h 20m

4. MOVIMENTS

Descripció:

Isometries i Moviments. Estudi i classificació dels moviments en dimensions 1, 2 i 3.

Dedicació: 16h

Grup gran/Teoria: 10h

Grup mitjà/Pràctiques: 5h

Aprenentatge autònom: 1h

5. CÒNIQUES I QUÀDRQUES

Descripció:

Sistemes de referència adaptats. Punts i rectes rellevants. Classificació afí i mètrica. Estudi particular de còniques no degenerades.

Dedicació: 27h 20m

Grup gran/Teoria: 8h

Grup mitjà/Pràctiques: 6h

Aprenentatge autònom: 13h 20m

SISTEMA DE QUALIFICACIÓ

Hi ha un examen parcial (EP) i un examen final (EF).

La nota final és: $NF = \max \{EF; 0.8 EF + 0.2 EP\}$

NORMES PER A LA REALITZACIÓ DE LES PROVES.

Als exàmens escrits parcial i final els alumnes no poden portar cap tipus de material, excepte aquell que indiquin els professors amb uns dies d'antelació a l'examen.

BIBLIOGRAFIA

Bàsica:

- Audin, M. Geometry. Berlin: Springer Verlag, 2003. ISBN 3540434984.
- Berger, M. Geometry (vol.1; vol.2). Berlin: Springer Verlag, 1987. ISBN 3540116583.
- Hernández, Eugenio. Álgebra y geometría. 2ª ed. Addison-Wesley Iberoamericana/UAM, 1994. ISBN 8478290249.
- Castellet, M.; Llerena, I. Àlgebra lineal i geometria. 4a ed. Publicacions de la UAB, 2000. ISBN 847488943X.
- Reventós, Agustí. Affine maps, euclidean motions and quadrics [en línia]. London: Springer, 2011 [Consulta: 26/06/2023]. Disponible a: <https://link-springer-com.recursos.biblioteca.upc.edu/book/10.1007/978-0-85729-710-5>. ISBN 9780857297099.

Complementària:

- Coxeter, H.S.M. Introduction to geometry. 2nd ed. John Wiley and Sons, 1969. ISBN 0471182834.
- Xambó, S. Geometria [en línia]. 2a ed. Barcelona: Edicions UPC, 2001 [Consulta: 21/05/2020]. Disponible a: <http://hdl.handle.net/2099.3/36176>. ISBN 8483015110.
- Hartshorne, R. Geometry : euclid and beyond. Springer-Verlag, 2005. ISBN 0387986502.
- Silvester, J.R. Geometry : ancient and modern. Oxford University Press, 2001. ISBN 9780198508250.

Guia docent

200204 - GA - Geometria Algebraica

Última modificació: 29/05/2025

Unitat responsable: Facultat de Matemàtiques i Estadística
Unitat que imparteix: 749 - MAT - Departament de Matemàtiques.
Titulació: GRAU EN MATEMÀTIQUES (Pla 2009). (Assignatura optativa).
Curs: 2025 **Crèdits ECTS:** 6.0 **Idiomes:** Català, Castellà

PROFESSORAT

Professorat responsable: MIGUEL ANGEL BARJA YAÑEZ

Altres:

REQUISITS

Haver cursat les següents assignatures obligatòries de la carrera:

Àlgebra Lineal
Geometria Afí i Euclidiana
Àlgebra Multilineal i Geometria
Topologia
Funcions de Variable Complexa
Estructures Algebraiques
Geometria Diferencial

COMPETÈNCIES DE LA TITULACIÓ A LES QUALS CONTRIBUEIX L'ASSIGNATURA

Específiques:

3. CE-2. Resoldre problemes de Matemàtiques, mitjançant habilitats de càlcul bàsic i d'altres, tot planificant-ne la resolució en funció de les eines de què es disposi i de les restriccions de temps i recursos.
4. CE-4. Desenvolupar programes informàtics que resolguin problemes matemàtics, tot fent servir per a cada cas l'entorn computacional escaient.
5. Tenir capacitat per a resoldre problemes d'àmbit acadèmic, tècnic, de les finances o social, mitjançant mètodes matemàtics.

Genèriques:

1. CB-4. Ser capaç de transmetre conclusions, així com els coneixements i fonaments que les sustenten, tant a un públic especialitzat com al que no ho és, de manera clara i sense ambigüitats.
2. Haver desenvolupat les habilitats d'aprenentatge que són necessàries per poder emprendre, amb un grau alt d'autonomia, estudis multidisciplinaris en disciplines científiques en què les Matemàtiques tenen un paper significatiu.
6. CG-1. Comprendre i emprar el llenguatge matemàtic. Adquirir la capacitat d'enunciar propietats en diversos camps de la Matemàtica, de construir argumentacions, d'elaborar càlculs i de transmetre els coneixements matemàtics adquirits.
7. CG-2. Conèixer demostracions rigoroses d'alguns teoremes clàssics en diferents àrees de la Matemàtica.
8. CG-3. Assimilar la definició d'un nou objecte matemàtic en termes d'altres ja coneguts i ser capaç de fer servir aquest objecte en contextos diferents.
9. CG-4. Saber abstenir-se les propietats estructurals (dels objectes matemàtics, de la realitat observada i d'altres àmbits), distingint-les de les que només són ocasionals. Poder comprovar-les amb demostracions o refutar-les mitjançant contraexemples, així com identificar errors en els raonaments incorrectes.
10. CG-6. Detectar deficiències en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per a ampliar aquest coneixement.

Transversals:

11. COMUNICACIÓ EFICAÇ ORAL I ESCRITA: Comunicar-se de forma oral i escrita amb altres persones sobre els resultats de l'aprenentatge, de l'elaboració del pensament i de la presa de decisions; participar en debats sobre temes de la pròpia especialitat.
12. APRENENTATGE AUTÒNOM: Detectar mancances en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per ampliar aquest coneixement.

METODOLOGIES DOCENTS

La docència de l'assignatura es divideix entre classes teòriques (dues per setmana) on s'exposaran els continguts de la matèria, i classes de problemes (també dues per setmana) on es resoldran problemes relacionats, bàsicament presentats pels estudiants, a partir d'una llista prèvia.

OBJECTIUS D'APRENENTATGE DE L'ASSIGNATURA

Entendre bé tots els conceptes que apareixen a la programació, saber resoldre problemes relacionats i entendre textos de nivell adequat referents als continguts de l'assignatura o de les seves extensions naturals

HORES TOTALES DE DEDICACIÓ DE L'ESTUDIANTAT

Tipus	Hores	Percentatge
Hores grup gran	30,0	20.00
Hores grup petit	30,0	20.00
Hores aprenentatge autònom	90,0	60.00

Dedicació total: 150 h

CONTINGUTS**Corbes algebraiques planes****Descripció:**

Conjunts algebraics afins i projectius. El Nullstellensatz de Hilbert. Corbes algebraiques. Punts llisos i singulars. Con tangent. Teoria d'intersecció de corbes planes. Resultant i multiplicitat d'intersecció. El Teorema de Bézout. Fórmules de Plücker. Transformacions de Cremona. Teorema $A_f + B_g$ de Noether. L'estructura de grup de la cúbica llisa.

Dedicació: 37h 30m

Grup gran/Teoria: 7h 30m

Grup petit/Laboratori: 7h 30m

Aprenentatge autònom: 22h 30m

Superfícies de Riemann**Descripció:**

Superfícies de Riemann. Morfismes entre superfícies de Riemann. Grau i ramificació. Formes diferencials. Interpretació topològica del gènere. Interpretació analítica del gènere. Desingularització de corbes planes: la superfície de Riemann associada a una corba plana. Fórmula de Riemann-Hurwitz. Corbes hiperel·líptiques.

Dedicació: 37h 30m

Grup gran/Teoria: 7h 30m

Grup petit/Laboratori: 7h 30m

Aprenentatge autònom: 22h 30m

El Teorema de Riemann-Roch

Descripció:

Sèries lineals i divisors. Divisors associats a una funció i a una diferencial. La sèrie lineal canònica: grau i dimensió. El Teorema de Riemann-Roch. Aplicacions del teorema de Riemann-Roch: corbes el·líptiques, altres corbes de gèneres baixos, la immersió canònica, punts de Weierstrass, jacobiana d'una corba.

Dedicació: 37h 30m

Grup gran/Teoria: 7h 30m

Grup petit/Laboratori: 7h 30m

Aprenentatge autònom: 22h 30m

SISTEMA DE QUALIFICACIÓ

L'avaluació de l'assignatura es basarà en:

-La feina desenvolupada per l'alumne a la classe de Problemes més la realització d'algun treball fixat durant el curs (Avaluació Continuada, 50% de la nota global). L'estudiant podrà decidir durant les primeres setmanes de curs substituir l'Avaluació Continuada per la realització d'un Examen Final.

-La realització d'un Treball Final de l'assignatura, triat per l'estudiant entre diferents propostes (50% de la nota global).

BIBLIOGRAFIA

Bàsica:

- Fulton, William. Curvas algebraicas : introducción a la geometría algebraica. Barcelona: Reverté, 1971. ISBN 8429150757.
- Griffiths, Phillip A. Introduction to algebraic curves. Providence: American Mathematical Society, cop. 1989. ISBN 0821845306.
- Kirwan, Frances Clare. Complex algebraic curves. Cambridge: Cambridge University Press, 1992. ISBN 0521423538.
- Gibson, Christopher G. Elementary geometry of algebraic curves : an undergraduate introduction. Cambridge: Cambridge University Press, 1998. ISBN 0521646413.
- Casas-Alvero, Eduardo. Algebraic curves, the Brill and Noether way. Springer Verlag, 2019. ISBN 9783030290153.

Complementària:

- Miranda, Rick. Algebraic curves and Riemann surfaces. Providence: American Mathematical Society, 1995. ISBN 0821802682.
- Ghys, Étienne. A Singular mathematical promenade. Lyon: ENS Éditions, 2017. ISBN 9782847889390.

Guia docent

200122 - GD - Geometria Diferencial

Última modificació: 29/05/2025

Unitat responsable: Facultat de Matemàtiques i Estadística
Unitat que imparteix: 749 - MAT - Departament de Matemàtiques.
Titulació: GRAU EN MATEMÀTIQUES (Pla 2009). (Assignatura obligatòria).
Curs: 2025 **Crèdits ECTS:** 7.5 **Idiomes:** Català

PROFESSORAT

Professorat responsable: JAUME AMOROS TORRENT

Altres:

CAPACITATS PRÈVIES

Coneixements de Càlcul Diferencial i Integral en diverses variables.

Coneixements d'Àlgebra i Geometria Lineals. Coneixements bàsics de Topologia.

És recomanable un coneixement d'equacions diferencials ordinàries, perquè són necessàries en algun punt del curs.

COMPETÈNCIES DE LA TITULACIÓ A LES QUALS CONTRIBUEIX L'ASSIGNATURA

Específiques:

1. CE-2. Resoldre problemes de Matemàtiques, mitjançant habilitats de càlcul bàsic i d'altres, tot planificant-ne la resolució en funció de les eines de què es disposi i de les restriccions de temps i recursos.
2. CE-3. Utilitzar aplicacions informàtiques d'anàlisi estadístic, càlcul numèric i simbòlic, visualització gràfica, optimització o d'altres, per a experimentar en Matemàtiques i resoldre problemes.
3. CE-4. Desenvolupar programes informàtics que resolguin problemes matemàtics, tot fent servir per a cada cas l'entorn computacional escaient.

Genèriques:

5. CB-1. Demostrar posseir i comprendre coneixements de l'àrea de les Matemàtiques, construïts a partir de la base de l'educació secundària general i a un nivell que, tot recolzant-se en llibres de text avançats, inclogui també alguns aspectes que impliquin coneixements provinents de l'avantguarda de l'estudi de les Matemàtiques i de les seves aplicacions a la ciència i a la tecnologia.
6. CB-2. Saber aplicar d'una forma professional els coneixements matemàtics al seu treball i posseir les capacitats que, a l'àrea de les Matemàtiques i en les seves aplicacions a la ciència i a la tecnologia, s'acostumen a demostrar mitjançant l'elaboració i defensa d'arguments i la resolució de problemes.
7. CB-3. Tenir la capacitat de reunir i interpretar dades rellevants, a l'àrea de les Matemàtiques i en les seves aplicacions, per a emetre judicis que incloguin una reflexió sobre temes rellevants d'índole social, científica o ètica.
8. CG-1. Comprendre i emprar el llenguatge matemàtic. Adquirir la capacitat d'enunciar propietats en diversos camps de la Matemàtica, de construir argumentacions, d'elaborar càlculs i de transmetre els coneixements matemàtics adquirits.
9. CG-2. Conèixer demostracions rigoroses d'alguns teoremes clàssics en diferents àrees de la Matemàtica.
10. CG-3. Assimilar la definició d'un nou objecte matemàtic en termes d'altres ja coneguts i ser capaç de fer servir aquest objecte en contextos diferents.
11. CG-4. Saber abstrure les propietats estructurals (dels objectes matemàtics, de la realitat observada i d'altres àmbits), distingint-les de les que només són ocasionals. Poder comprovar-les amb demostracions o refutar-les mitjançant contraexemples, així com identificar errors en els raonaments incorrectes.
12. CG-6. Detectar deficiències en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per a ampliar aquest coneixement.

Transversals:

4. APRENTATGE AUTÒNOM: Detectar mancances en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per ampliar aquest coneixement.

METODOLOGIES DOCENTS

Les classes es distribuïran en sessions de teoria, sessions de problemes. A les classes de teoria s'exposaran els conceptes i resultats fonamentals de la matèria. Les sessions de problemes estaran destinades al coneixement de diversos exemples i aplicacions dels resultats fonamentals, així com a desenvolupar els hàbits de càlcul associats.

OBJECTIUS D'APRENTATGE DE L'ASSIGNATURA

Aquesta assignatura dóna una primera introducció als mètodes i resultats de la Geometria Diferencial, centrant-se al voltant de l'estudi de les corbes i les superfícies de l'espai ordinari. Més específicament, es presenten els objectius següents:

- Corbes: conèixer la curvatura i la torsió d'una corba a l'espai, així com les equacions fonamentals del triedre de Frenet.
- Superfícies: hi ha diversos nivells. En primer lloc entendre les superfícies com exemple de varietat diferencial, mitjançant les cartes locals i els canvis de coordenades. El segon objectiu se centra al voltant de la primera forma fonamental i, en última instància, en la noció de varietat riemanniana. Finalment es presenten la curvatura de Gauss i el teorema egregi i, a partir d'aquest, s'elabora la geometria intrínseca de la superfície. En aquest punt volem destacar la connexió a les geometries no euclidianes.
- S'oferirà també una breu introducció a les varietats de dimensió superior.

HORES TOTALES DE DEDICACIÓ DE L'ESTUDIANT

Tipus	Hores	Percentatge
Hores aprenentatge autònom	112,5	60.00
Hores grup gran	45,0	24.00
Hores grup petit	30,0	16.00

Dedicació total: 187.5 h

CONTINGUTS**1. Corbes al pla i l'espai****Descripció:**

Corbes parametritzades. Recta tangent. Exemples. Corbes regulars, longitud d'arc. Curvatura, vector normal, vector binormal, torsió, triedre i fórmules de Frenet. Teorema fonamental de la teoria de corbes.

Dedicació: 37h 30m

Grup gran/Teoria: 9h

Grup petit/Laboratori: 6h

Aprenentatge autònom: 22h 30m

2. Superfícies

Descripció:

Superfícies regulars, parametritzacions. Funcions diferenciables sobre superfícies, punts crítics. Pla tangent, recta normal. Diferencial d'una aplicació, difeomorfismes. Geometria en el pla tangent: primera forma fonamental. Geometria en la superfície: mesura de longituds, angles i àrees.

Dedicació: 37h 30m

Grup gran/Teoria: 9h

Grup petit/Laboratori: 6h

Aprenentatge autònom: 22h 30m

3. Curvatura de Gauss

Descripció:

L'aplicació de Gauss. La diferencial de l'aplicació de Gauss i la segona forma fonamental. Curvatura normal: Teorema de Meusnier. Curvatures principals, línies de curvatura: teoremes de Rodrigues i d'Euler. Curvatures de Gauss i mitjana. Classificació dels punts d'una superfície. Direccions i corbes asimptòtiques. Indicatriu de Dupin.

Dedicació: 37h 30m

Grup gran/Teoria: 9h

Grup petit/Laboratori: 6h

Aprenentatge autònom: 22h 30m

4. Exemples de superfícies

Descripció:

Fórmules bàsiques per al càlcul de la segona forma fonamental: equacions de Weingarten. Superfícies planes. Superfícies reglades. Quàdriques. Superfícies de revolució. Superfícies mínimes.

Dedicació: 12h 30m

Grup gran/Teoria: 3h

Grup petit/Laboratori: 2h

Aprenentatge autònom: 7h 30m

5. Equacions fonamentals de les superfícies

Descripció:

Isometries, isometries locals. Símbols de Christoffel. Fórmula de Gauss i Teorema Egregi. Equacions de compatibilitat de Codazzi-Mainardi. Teorema de Bonnet.

Dedicació: 25h

Grup gran/Teoria: 6h

Grup petit/Laboratori: 4h

Aprenentatge autònom: 15h

6. Geometria sobre les superfícies

Descripció:

Derivada covariant, transport paral·lel. Curvatura geodèsica, geodèsiques, fórmula de Liouville. Aplicació exponencial, propietat minimal de les geodèsiques. Fórmula de l'excés/defecte per a la suma dels angles d'un triangle. El Teorema de Gauss-Bonnet i aplicacions.

Dedicació: 22h 30m

Grup gran/Teoria: 5h

Grup petit/Laboratori: 4h

Aprenentatge autònom: 13h 30m

7. Introducció a les varietats diferencials

Descripció:

Varietats diferencials, funcions diferenciables. Espai tangent, diferencial d'una funció. Valors regulars i subvarietats. Exemples.

Dedicació: 15h

Grup gran/Teoria: 4h

Grup petit/Laboratori: 2h

Aprenentatge autònom: 9h

SISTEMA DE QUALIFICACIÓ

La qualificació de l'assignatura s'obté a partir de:

EP : Examen Parcial

PP: Pràctica de Programació

EF : Examen Final

segons la ponderació següent:

Nota Final = $\max(0.1 \text{ PP} + 0.9 \text{ EF}, 0.3 \text{ EP} + 0.1 \text{ PP} + 0.6 \text{ EF})$.

Adicionalment, hi haurà un examen extraordinari al juliol per als estudiants suspesos.

NORMES PER A LA REALITZACIÓ DE LES PROVES.

Els examens (EF i EP) contindran preguntes teòriques i pràctiques.

Només es permetrà portar un formulari.

BIBLIOGRAFIA

Bàsica:

- Pascual Gainza, Pere. Geometria diferencial de corbes i superfícies [en línia]. Barcelona: Iniciativa Digital Politècnica, 2017 [Consulta: 19/06/2023]. Disponible a: <http://hdl.handle.net/2117/104841>. ISBN 9788498806441.
- Shifrin, Theodore. Differential geometry: A First Course in curves and surfaces [en línia]. University of Georgia, 2016 [Consulta: 21/06/2023]. Disponible a: <http://alpha.math.uga.edu/~shifrin/ShifrinDiffGeo.pdf>.

Complementària:

- Carmo, Manfredo Perdigão do. Differential geometry of curves and surfaces. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1976. ISBN 0132125897.
- Hitchin, Nigel. Geometry of surfaces [en línia]. 2013. University of Oxford, [Consulta: 19/06/2023]. Disponible a:

<https://www.e-booksdirectory.com/details.php?ebook=256>.

- Bär, Christian. Elementary differential geometry [en línia]. Cambridge University Press, 2010 [Consulta: 19/06/2023]. Disponible a: <https://ebookcentral-proquest-com.recursos.biblioteca.upc.edu/lib/upcatalunya-ebooks/detail.action?pq-origsite=primo&docID=803056>. ISBN 9780521721493.

- Palais, Richard S. A Modern course on curves and surfaces [en línia]. Apunts, Brandeis University, 2003 [Consulta: 19/06/2023]. Disponible a: https://virtualmathmuseum.org/Surface/a/bk/curves_surfaces_palais.pdf.

- Topogonov, Victor Andreevich. Differential geometry of curves and surfaces: A Concise Guide [en línia]. Birkhäuser, 2006 [Consulta: 19/06/2023]. Disponible a: <https://link-springer-com.recursos.biblioteca.upc.edu/book/10.1007/b137116>. ISBN 0817643842.

- Milnor, John. Morse theory. Princeton, 1969. ISBN 0691080089.

RECURSOS

Altres recursos:

*Famous Curves Applet Index <http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/Java/> />*3D-XplorMath, de Richard Palais: <http://3d-xplormath.org/>

*Wolfram mathworld curves <http://mathworld.wolfram.com/topics/Curves>

*National Curve bank <http://curvebank.calstatela.edu/home/home.htm> />*Open Geometry Gallery http://www1.uni-ak.ac.at/geom/opengeometry_gallery

*Virtual Math museum http://virtualmathmuseum.org/Surface/gallery_o

*Wolfram mathworld surfaces <http://mathworld.wolfram.com/topics/Surfaces>

*Altres galeries <http://faculty.evansville.edu/ck6/GalleryTwo/Introduction2>

Guia docent

200241 - HM - Història de la Matemàtica

Última modificació: 29/05/2025

Unitat responsable: Facultat de Matemàtiques i Estadística
Unitat que imparteix: 749 - MAT - Departament de Matemàtiques.
Titulació: GRAU EN MATEMÀTIQUES (Pla 2009). (Assignatura optativa).
Curs: 2025 **Crèdits ECTS:** 6.0 **Idiomes:** Català

PROFESSORAT

Professorat responsable: MONICA BLANCO ABELLAN

Altres:

COMPETÈNCIES DE LA TITULACIÓ A LES QUALS CONTRIBUEIX L'ASSIGNATURA

Específiques:

3. CE-2. Resoldre problemes de Matemàtiques, mitjançant habilitats de càlcul bàsic i d'altres, tot planificant-ne la resolució en funció de les eines de què es disposi i de les restriccions de temps i recursos.
4. CE-4. Desenvolupar programes informàtics que resolguin problemes matemàtics, tot fent servir per a cada cas l'entorn computacional escaient.
5. Tenir capacitat per a resoldre problemes d'àmbit acadèmic, tècnic, de les finances o social, mitjançant mètodes matemàtics.

Genèriques:

1. CB-4. Ser capaç de transmetre conclusions, així com els coneixements i fonaments que les sustenten, tant a un públic especialitzat com al que no ho és, de manera clara i sense ambigüitats.
2. Haver desenvolupat les habilitats d'aprenentatge que són necessàries per poder emprendre, amb un grau alt d'autonomia, estudis multidisciplinaris en disciplines científiques en què les Matemàtiques tenen un paper significatiu.
6. CG-1. Comprendre i emprar el llenguatge matemàtic. Adquirir la capacitat d'enunciar propietats en diversos camps de la Matemàtica, de construir argumentacions, d'elaborar càlculs i de transmetre els coneixements matemàtics adquirits.
7. CG-2. Conèixer demostracions rigoroses d'alguns teoremes clàssics en diferents àrees de la Matemàtica.
8. CG-3. Assimilar la definició d'un nou objecte matemàtic en termes d'altres ja coneguts i ser capaç de fer servir aquest objecte en contextos diferents.
9. CG-4. Saber abstroure les propietats estructurals (dels objectes matemàtics, de la realitat observada i d'altres àmbits), distingint-les de les que només són ocasionals. Poder comprovar-les amb demostracions o refutar-les mitjançant contraexemples, així com identificar errors en els raonaments incorrectes.
10. CG-6. Detectar deficiències en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per a ampliar aquest coneixement.

Transversals:

11. COMUNICACIÓ EFICAÇ ORAL I ESCRITA: Comunicar-se de forma oral i escrita amb altres persones sobre els resultats de l'aprenentatge, de l'elaboració del pensament i de la presa de decisions; participar en debats sobre temes de la pròpia especialitat.
12. APRENENTATGE AUTÒNOM: Detectar mancances en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per ampliar aquest coneixement.

METODOLOGIES DOCENTS

S'intenta treballar sempre que sigui possible amb fonts històriques primàries o secundàries especialitzades. El curs es situa dins la línia d'investigació històrica que intenta entendre els processos de formació dels conceptes matemàtics en el seu propi context, en termes de coneixement matemàtic i de les intencions amb què es treballava més que en termes del que succeirà després. Les relacions entre les diferents contribucions assenyalen el camí.

Els temes es desenvolupen generalment amb una part d'exposició i debat del tema de la sessió i l'altra d'explicació i introducció del tema següent. L'exposició, a vegades, la fa algun alumne seguint un guió previ de qüestions sobre el tema; en els comentaris posteriors s'intenta clarificar els dubtes i problemes que hagin pogut sorgir en les lectures. Es presenten els grans períodes de la història (se'n consideren sis) i la resta de les sessions s'estructuren en base a presentacions monogràfiques, unes, a càrrec dels estudiants, la resta, a càrrec del professor. La major part de les activitats estan relacionades amb algun text matemàtic de l'època tractada. Una part molt important de l'assignatura és el treball d'investigació que han de lliurar per escrit i defensar oralment a la sessió final. Aquest treball, a partir d'un autor o un text triat pels alumnes, els permet practicar determinats procediments i aprendre conceptes matemàtics des d'un altre vessant.

OBJECTIUS D'APRENENTATGE DE L'ASSIGNATURA

L'objectiu de l'assignatura és explorar el passat de les matemàtiques mostrant com han sorgit i com s'han desenvolupat al llarg del temps els conceptes, teoremes, mètodes i axiomàtiques que avui trobem exposats en els textos sota una concepció pragmàtica, lògica i didàctica que moltes vegades no coincideix amb l'ordre històric en què van ser inventats o descoberts. A través de l'assignatura els alumnes han d'elaborar una visió de conjunt sobre el desenvolupament de les matemàtiques. Aquest objectiu general es desglossa en quatre objectius particulars, que es corresponen amb diferents facetes d'aquest desenvolupament:

1. Conèixer les fonts en què es basa el coneixement de les matemàtiques del passat. Això implica llegir i interpretar una selecció de textos clàssics de les matemàtiques, i aprendre a localitzar i utilitzar la literatura històrica.
2. Reconèixer els canvis més significatius en la disciplina Matemàtiques, els que han afectat la seva estructura i classificació, els seus mètodes, els seus conceptes fonamentals i la seva relació amb d'altres ciències.
3. Posar de manifest les relacions socioculturals de les matemàtiques (amb la política, la religió, la filosofia, o la cultura, entre d'altres àmbits).
4. Aconseguir que els alumnes reflexionin sobre el desenvolupament del pensament matemàtic i les transformacions de la filosofia natural.

Les capacitats a adquirir es dedueixen d'aquests objectius.

HORES TOTALES DE DEDICACIÓ DE L'ESTUDIANTAT

Tipus	Hores	Percentatge
Hores grup gran	30,0	20.00
Hores grup petit	30,0	20.00
Hores aprenentatge autònom	90,0	60.00

Dedicació total: 150 h

CONTINGUTS

-La matemàtica a l'Antiguitat

Descripció:

Les tauletes cuneïformes. Els papirs egipcis. El papir Rhind. La ciència grega. Els Pitagòrics. El problema de la incommensurabilitat. Els Elements d'Euclides (300 aC.). La mesura de l'univers a Aristarc de Samos (ca. 310-230 aC.). La mesura del cercle a Arquimedes (287aC.- 212 aC.). L'Aritmètica de Diofant d'Alexandria (250-350).

Dedicació: 25h

Grup gran/Teoria: 5h

Grup petit/Laboratori: 5h

Aprenentatge autònom: 15h

-De la ciència àrab al Renaixement

Descripció:

Els inicis de l'àlgebra. Mohamed Ben Musa al-Khwarizmi (850 dC.). Els inicis de la trigonometria plana i primers desenvolupaments trigonomètrics. Càlcul i mercaderies a la matemàtica medieval. Geometria i art. Leon Battista Alberti (1404-1472) i Leonardo da Vinci (1452-1519). L'Art Major a la Península Ibèrica. La resolució de les equacions polinòmiques de tercer i quart grau a Girolamo Cardano(1501-1576) i Rafael Bombelli (1526-1572).

Dedicació: 25h

Grup gran/Teoria: 5h

Grup petit/Laboratori: 5h

Aprenentatge autònom: 15h

-El naixement de la Matemàtica Moderna

Descripció:

François Viète (1540-1603 i l'Art Analític. El llenguatge simbòlic i els primers cursos matemàtics. Pierre Hérigone (1580-1643). L'algebrització de les matemàtiques. René Descartes (1596-1650) i la geometria analítica. El triangle aritmètic de Blaise Pascal (1623-1662). El naixement dels logaritmes. Serie harmònica i el triangle harmònic de Pietro Mengoli (1627-1686).

Dedicació: 25h

Grup gran/Teoria: 5h

Grup petit/Laboratori: 5h

Aprenentatge autònom: 15h

-L'anticipació del càlcul

Descripció:

Quadratures d'Arquimedes (ca. 250 aC.). La teoria dels indivisibles de Cavalieri (1635). Mètodes per a les tangents: Fermat (1629) i Descartes (1637).

Dedicació: 25h

Grup gran/Teoria: 5h

Grup petit/Laboratori: 5h

Aprenentatge autònom: 15h

-Desenvolupament conceptual del càlcul en el segle XVIII

Descripció:

El càlcul de Newton i Leibniz. Debats sobre els fonaments del càlcul. Sèries de potències: Newton i el teorema general del binomi (1664-1665). Gregory i l'expansió del binomi (1670). El mètode de l'increment de Taylor (1715). L'escola de Kerala: arrels no occidentals del desenvolupament en sèrie. Primeres definicions de funció: Johan Bernoulli (1718) i Leonhard Euler (1748, 1755). Euler i les funcions logarítmiques i circulars (1748).

Dedicació: 25h

Grup gran/Teoria: 5h

Grup petit/Laboratori: 5h

Aprenentatge autònom: 15h

-Aritmetització i formulació rigorosa del càlcul

Descripció:

Definicions de límit a D'Alembert (1765) i Cauchy (1821). Definicions de continuïtat: Euler (1748), Bolzano (1817), Cauchy (1821). El teorema del valor mig. Les funcions derivades de Lagrange (1797) i Cauchy (1823). La notació E i d . Introducció a la integració de funcions reals d'Euler (1768). Cauchy (1823) i el teorema fonamental del càlcul.

Dedicació: 25h

Grup gran/Teoria: 5h

Grup petit/Laboratori: 5h

Aprenentatge autònom: 15h

SISTEMA DE QUALIFICACIÓ

La nota final s'obté, amb les activitats fetes a classe i amb el treball de final de curs, desglossada tal com s'explica a continuació.

Avaluació continuada: 40 % a partir de les activitats escrites o orals de cada setmana. Cada setmana els alumnes desenvolupen una activitat. L'activitat consisteix en reproduir una demostració d'algun text, un dossier preparat que han d'omplir (a partir d'algun text) o un resum d'algun text curt amb qüestions preparades. Poden respondre-les per escrit, o oralment; poden completar, revisar o anotar el text a classe, durant la pràctica. Es valora la claredat de les explicacions i el grau de comprensió matemàtica de l'activitat.

Treball de l'assignatura: anàlisi d'un text o demostració significativa de la història de la matemàtica. Al treball, s'exposaran amb claredat les idees principals del text escollit i la seva significació per a la història de la matemàtica. En l'avaluació (presentació escrita i oral) es valorarà la claredat en l'exposició de les idees de l'autor escollit, així com la capacitat per a connectar el text ressenyat amb la història de la matemàtica que haurem anat elaborant. En cas d'analitzar alguna demostració es valorarà també el grau de comprensió matemàtica. Dividit en dues parts: lliurament preliminar a mig quadrimestre (20%) i lliurament final + exposició oral (40%).

BIBLIOGRAFIA

Bàsica:

- Rommevaux, S.; Spiesser, Maryvonne. Pluralité de l'algèbre à la Renaissance. Paris: Honoré Champion, 2012. ISBN 9782745323989.
- Fauvel, John; Gray, Jeremy. The History of mathematics : a reader. London: Macmillan Press, 1987. ISBN 0333427904.
- Katz, Victor; Hunger Parshall, Karen. Taming the unknown: a history of algebra from antiquity to the early twentieth century. Princeton: Princeton University Press, 2014. ISBN 9780691149059.
- Katz, Victor. The Mathematics of Egypt, Mesopotamia, China, India and Islam: a sourcebook. Princeton: Princeton University Press, 2007. ISBN 9780691114859.
- Stedall, Jacqueline. The History of mathematics : a very short introduction. Oxford: Oxford University Press, 2012. ISBN 9780199599684.
- Barrow-Green, June; Gray, Jeremy; Wilson, Robin J. The History of mathematics: a source-based approach (vol. 1, vol. 2). American Mathematical Society, ISBN 9781470443528.

Complementària:

- Stedall, Jacqueline. Mathematics emerging : a sourcebook 1540 -1900 [en línia]. Oxford: Oxford University Press, 2008 [Consulta: 27/06/2023]. Disponible a : <https://ebookcentral-proquest-com.recursos.biblioteca.upc.edu/lib/upcatalunya-ebooks/detail.action?pq-origsite=primo&docID=415528>. ISBN 9780191527715.
- Serres, Michel; Bensaude-Vincent, Bernadette. Historia de las ciencias. 2a ed. Madrid: Cátedra, cop. 1991. ISBN 8437609887.
- Grattan-Guinness, I. The Norton history of the mathematical sciences : the rainbow of mathematics. New York: W. W. Norton & Company, 1998. ISBN 0393046508.
- Chemla, Karine. The History of mathematical proof in ancient traditions [en línia]. Cambridge: Cambridge University Press, 2012 [Consulta: 27/06/2023]. Disponible a : <https://web-p-ebscohost-com.recursos.biblioteca.upc.edu/ehost/ebookviewer/ebook?sid=da92e3-25e3-40da-922c-74b538feb9e0%40redis&vid=0&format=EB>. ISBN 9781107012219.
- Stedall, Jacqueline A. From Cardano's great art to Lagrange's reflections : filling a gap in the history of algebra. Zürich: European Mathematical Society, 2011. ISBN 9783037190920.
- Baron, Margaret E. The Origins of infinitesimal calculus. Dover Publications, 2003. ISBN 9780486495446.
- Grattan-Guinness, I. Companion encyclopedia of the history and philosophy of the mathematical sciences. London: Routledge, 1994. ISBN 9780415037853.



Guia docent 200011 - INF - Informàtica

Última modificació: 13/06/2025

Unitat responsable: Facultat de Matemàtiques i Estadística
Unitat que imparteix: 723 - CS - Departament de Ciències de la Computació.
Titulació: GRAU EN MATEMÀTIQUES (Pla 2009). (Assignatura obligatòria).
Curs: 2025 **Crèdits ECTS:** 7.5 **Idiomes:** Català

PROFESSORAT

Professorat responsable: MARIA JOSE BLESÀ AGUILERA

Altres:

CAPACITATS PRÈVIES

Capacitat de raonament abstracte.

REQUISITS

Coneixements d'eines informàtiques bàsiques de nivell d'usuari.

COMPETÈNCIES DE LA TITULACIÓ A LES QUALS CONTRIBUEIX L'ASSIGNATURA

Específiques:

- CE-2. Resoldre problemes de Matemàtiques, mitjançant habilitats de càlcul bàsic i d'altres, tot planificant-ne la resolució en funció de les eines de què es disposi i de les restriccions de temps i recursos.
- CE-4. Desenvolupar programes informàtics que resolguin problemes matemàtics, tot fent servir per a cada cas l'entorn computacional escaient.

Genèriques:

- CB-1. Demostrar posseir i comprendre coneixements de l'àrea de les Matemàtiques, construïts a partir de la base de l'educació secundària general i a un nivell que, tot recolzant-se en llibres de text avançats, inclogui també alguns aspectes que impliquin coneixements provinents de l'avantguarda de l'estudi de les Matemàtiques i de les seves aplicacions a la ciència i a la tecnologia.
- CB-2. Saber aplicar d'una forma professional els coneixements matemàtics al seu treball i posseir les capacitats que, a l'àrea de les Matemàtiques i en les seves aplicacions a la ciència i a la tecnologia, s'acostumen a demostrar mitjançant l'elaboració i defensa d'arguments i la resolució de problemes.
- CB-3. Tenir la capacitat de reunir i interpretar dades rellevants, a l'àrea de les Matemàtiques i en les seves aplicacions, per a emetre judicis que incloguin una reflexió sobre temes rellevants d'índole social, científica o ètica.
- CG-1. Comprendre i emprar el llenguatge matemàtic. Adquirir la capacitat d'enunciar propietats en diversos camps de la Matemàtica, de construir argumentacions, d'elaborar càlculs i de transmetre els coneixements matemàtics adquirits.
- CG-3. Assimilar la definició d'un nou objecte matemàtic en termes d'altres ja coneguts i ser capaç de fer servir aquest objecte en contextos diferents.
- CG-4. Saber abstrure les propietats estructurals (dels objectes matemàtics, de la realitat observada i d'altres àmbits), distingint-les de les que només són ocasionals. Poder comprovar-les amb demostracions o refutar-les mitjançant contraexemples, així com identificar errors en els raonaments incorrectes.
- CG-6. Detectar deficiències en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per a ampliar aquest coneixement.

Transversals:

- APRENENTATGE AUTÒNOM: Detectar mancances en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per a ampliar aquest coneixement.

METODOLOGIES DOCENTS

A les classes de teoria es presenta el corpus teòric bàsic necessari per a la construcció de programes.

En aquestes classes també es plantegen exercicis pràctics, per tal de consolidar els coneixements teòrics i dissenyar els algorismes necessaris per a la resolució de problemes on aplicar-los. Estan pensades com una sèrie de sessions participatives en les quals l'estudiant participa amb les seves idees i presenta les seves solucions.

A les sessions de laboratori, l'estudiant realitza individualment (amb el suport dels professors), exercicis pràctics de programació que mostren l'ús dels conceptes ensenyats a teoria. Aquests exercicis s'implementen en els llenguatges de programació que es treballen a l'assignatura, i s'executen i enmagatzemen en la plataforma online jutge.org.

Al llarg del curs s'introdueixen components teòriques, que han de ser assimilades pels estudiants. En aquest cas considerem que el mètode més convenient és la resolució de problemes que requereixen l'eina o el concepte introduït. En aquest sentit és fonamental el treball personal de l'estudiant en el disseny i implementació de programes. Aquest esforç es veurà suportat per eines d'autoaprenentatge.

Com a complement es proporcionaran eines d'autoaprenentatge de manera que l'estudiant pugui consolidar el seus coneixements de programació durant les hores d'estudi fora de l'aula. En concret es posarà a disposició dels estudiants una versió adaptada als continguts de la assignatura de jutge.org, una eina d'autoaprenentatge de la programació desenvolupada dintre del Departament de Ciències de la Computació de la UPC per un equip de professors liderat pels professors Jordi Petit i Salvador Roura.

L'assignatura s'impartirà preferentment i majoritàriament en català, tot i que podria haver algun grup en castellà segons el professorat assignat.

OBJECTIUS D'APRENTATGE DE L'ASSIGNATURA

L'objectiu general de l'assignatura és que l'estudiant sigui capaç d'escriure amb fluïdesa programes correctes i llegibles que resolguin problemes de dificultat mitjana de tractament de seqüències i de dificultat elemental en altres àmbits, en particular problemes amb formulació matemàtica. A més es vol familiaritzar els estudiants amb un entorn informàtic i amb un llenguatge de programació actual, en aquest cas C++. Els estudiants han d'aprendre, d'una banda, a dissenyar i implementar algorismes i d'altra a utilitzar altres eines informàtiques com editors i compiladors.

Objectius específics:

- Aconseguir que els estudiants se sentin còmodes i siguin fiables en el disseny de programes escrits en un llenguatge imperatiu.
- Conèixer els algorismes bàsics amb dades elementals i estructurades (nombres primers, mcd, recorreguts, cerques, ordenació, matrius...).
- Aplicar el mètode inductiu per resoldre problemes complexos.
- Utilitzar eines d'edició, compilació i execució per codificar i executar programes.

HORES TOTALES DE DEDICACIÓ DE L'ESTUDIANTAT

Tipus	Hores	Percentatge
Hores grup gran	30,0	16.00
Hores activitats dirigides	7,5	4.00
Hores grup petit	45,0	24.00
Hores aprenentatge autònom	105,0	56.00

Dedicació total: 187.5 h

CONTINGUTS

1. L'estructura d'un ordinador.

Descripció:

Processos i instruccions. Hardware i software. Estructura bàsica d'un ordinador. Entorn informàtic. Llenguatges de programació. Compiladors i intèrprets. Programació i resolució de problemes. Programes i algorismes. El cicle de vida del software.

Ordres bàsiques en Linux. Editors de textos.

Dedicació: 15h

Grup gran/Teoria: 2h 30m

Grup mitjà/Pràctiques: 3h

Aprenentatge autònom: 9h 30m

2. Variables i instruccions elementals.

Descripció:

Tipus de dades: domini i operacions. Tipus d'expressions. Assignació.

Composició alternativa. Composició iterativa. Algorismes bàsics.

Terminació i correctesa.

Sintaxi de les instruccions elementals en C++. Escriptura, compilació i execució d'un programa en C++.

Dedicació: 31h 30m

Grup gran/Teoria: 5h 30m

Grup mitjà/Pràctiques: 6h

Aprenentatge autònom: 20h

3. Tractament de seqüències

Descripció:

Concepte de seqüència. Recorregut i cerca de seqüències. Exemples de recorregut, cerca i mixtes.

Dedicació: 41h

Grup gran/Teoria: 7h

Grup mitjà/Pràctiques: 10h

Aprenentatge autònom: 24h

4. Accions i funcions

Descripció:

Concepte de paràmetre. Mecanismes d'implementació del pas de paràmetres.

Accions i funcions. Exemples. Introducció a la recursivitat.

Mètodes i funcions en C++. Efectes laterals.

Dedicació: 29h 30m

Grup gran/Teoria: 5h 30m

Grup mitjà/Pràctiques: 5h

Aprenentatge autònom: 19h

5. Dades no elementals

Descripció:

Taules. Representació de matrius. Algorismes per operacions matricials (suma, matriu simètrica, matriu transposada, multiplicació de matrius). Algorismes d'ordenació per taules (inserció, selecció, bombolla, radix).

Disseny descendent. Eficiència.

La classe vector. Sintaxi en C++.

Dedicació: 41h

Grup gran/Teoria: 7h

Grup mitjà/Pràctiques: 10h

Aprenentatge autònom: 24h

6. Tuples.

Descripció:

Agrupacions de dades no homogènies. Primeres nocions d'objectes. Exemples d'utilització.

Dedicació: 28h

Grup gran/Teoria: 5h

Grup mitjà/Pràctiques: 5h

Aprenentatge autònom: 18h

7. Algorismes fonamentals.

Descripció:

Estudi d'algorismes de fonamental importància per a l'algorísmia.

Classificació de problemes amb relació a l'existència de solucions algorísmiques i l'eficiència d'aquestes.

Dedicació: 11h 30m

Grup gran/Teoria: 3h 30m

Aprenentatge autònom: 8h

SISTEMA DE QUALIFICACIÓ

L'avaluació té en compte les següents components:

- Coneixement i utilització dels algorismes i les tècniques introduïdes en el curs.
- Resolució algorísmica de problemes.
- Habilitat per la programació en C++ i Python de programes senzills.
- Capacitat per la resolució de problemes de programació de nivell mitjà.

Hi haurà una prova parcial (PAR) i una prova final (FIN) de programació que es fa al laboratori.

La nota final es calcula d'acord amb la fórmula:

$$\max\{ (0.4 \text{ PAR} + 0.6 \text{ FIN}), \text{FIN} \}$$

Adicionalment, hi haurà un examen extraordinari al juliol per als estudiants suspesos.

NORMES PER A LA REALITZACIÓ DE LES PROVES.

La plataforma en línia jutge.org es farà servir també en la realització dels examens de laboratori (parcial i final), proporcionant així el mateix entorn de desenvolupament de programes durant les proves que durant les classes setmanals de laboratori.

A cap de les proves es podran fer servir llibres i/o apunts.

BIBLIOGRAFIA

Bàsica:

- Franch Gutiérrez, Xavier [et al.]. Informàtica bàsica [en línia]. 3a ed. Barcelona: Edicions UPC, 2002 [Consulta: 21/05/2020]. Disponible a: <http://hdl.handle.net/2099.3/36244>. ISBN 8483016605.
- Beekman, George. Introducción a la informática. 6ª ed. Madrid: Pearson Educación, 2005. ISBN 8420543454.
- Savitch, Walter J. Problem solving with C++ [en línia]. 8th ed. Boston: Addison Wesley, 2012 Disponible a: https://discovery.upc.edu/discovery/fulldisplay?docid=alma991004158189706711&context=L&vid=34CSUC_UPC:VU1&lang=ca. ISBN 9780321412690.
- Oualline, Steve. Practical C++ programming [en línia]. O'Reilly, 2003 [Consulta: 15/06/2023]. Disponible a: <https://ebookcentral-proquest-com.recursos.biblioteca.upc.edu/lib/upcatalunya-ebooks/detail.action?pq-origsite=primo&docID=540759>. ISBN 9780596523145.
- Lutz, Mark. Learning Python [en línia]. O'Reilly, 2009 [Consulta: 26/06/2023]. Disponible a: <https://ebookcentral-proquest-com.recursos.biblioteca.upc.edu/lib/upcatalunya-ebooks/detail.action?pq-origsite=primo&docID=1224732>. ISBN 9780596158064.

Complementària:

- Cohen, Edward. Programming in the 1990s : an introduction to the calculation of programs [en línia]. Study ed. New York: Springer-Verlag, 1990 Disponible a: https://discovery.upc.edu/discovery/fulldisplay?docid=alma991000428229706711&context=L&vid=34CSUC_UPC:VU1&lang=ca. ISBN 0387973826.
- Vancells, Joan; López i Ruestes, Enric. Programació: introducció a l'algorítmica. Barcelona: Eumo, 1992. ISBN 8476025610.
- Sipser, Michael. Introduction to the theory of computation [en línia]. 3rd ed. Boston: Thomson Course Technology, 2012 [Consulta: 26/06/2023]. Disponible a: <https://fuuu.be/polytech/INFOF408/Introduction-To-The-Theory-Of-Computation-Michael-Sipser.pdf>. ISBN 0619217642.
- Hromkovic, Juraj. Algorithmic adventures : from knowledge to magic [en línia]. Berlin: Springer, 2009 [Consulta: 26/06/2023]. Disponible a: <https://ebookcentral-proquest-com.recursos.biblioteca.upc.edu/lib/upcatalunya-ebooks/detail.action?pq-origsite=primo&docID=450685>. ISBN 9783540859857.

Guia docent

200161 - MD - Matemàtica Discreta

Última modificació: 22/06/2025

Unitat responsable: Facultat de Matemàtiques i Estadística
Unitat que imparteix: 749 - MAT - Departament de Matemàtiques.
Titulació: GRAU EN MATEMÀTIQUES (Pla 2009). (Assignatura obligatòria).
Curs: 2025 **Crèdits ECTS:** 7.5 **Idiomes:** Català

PROFESSORAT

Professorat responsable: Perarnau Llobet, Guillem

Altres:

CAPACITATS PRÈVIES

Per a cursar aquesta assignatura cal que l'estudiant hagi assimilat els continguts de les assignatures del primer quadrimestre del grau en Matemàtiques.

COMPETÈNCIES DE LA TITULACIÓ A LES QUALS CONTRIBUEIX L'ASSIGNATURA

Específiques:

- CE-2. Resoldre problemes de Matemàtiques, mitjançant habilitats de càlcul bàsic i d'altres, tot planificant-ne la resolució en funció de les eines de què es disposi i de les restriccions de temps i recursos.
- CE-3. Utilitzar aplicacions informàtiques d'anàlisi estadístic, càlcul numèric i simbòlic, visualització gràfica, optimització o d'altres, per a experimentar en Matemàtiques i resoldre problemes.
- CE-4. Desenvolupar programes informàtics que resolguin problemes matemàtics, tot fent servir per a cada cas l'entorn computacional escaient.

Genèriques:

- CB-1. Demostrar posseir i comprendre coneixements de l'àrea de les Matemàtiques, construïts a partir de la base de l'educació secundària general i a un nivell que, tot recolzant-se en llibres de text avançats, inclogui també alguns aspectes que impliquin coneixements provinents de l'avantguarda de l'estudi de les Matemàtiques i de les seves aplicacions a la ciència i a la tecnologia.
- CB-2. Saber aplicar d'una forma professional els coneixements matemàtics al seu treball i posseir les capacitats que, a l'àrea de les Matemàtiques i en les seves aplicacions a la ciència i a la tecnologia, s'acostumen a demostrar mitjançant l'elaboració i defensa d'arguments i la resolució de problemes.
- CB-3. Tenir la capacitat de reunir i interpretar dades rellevants, a l'àrea de les Matemàtiques i en les seves aplicacions, per a emetre judicis que incloguin una reflexió sobre temes rellevants d'índole social, científica o ètica.
- CG-1. Comprendre i emprar el llenguatge matemàtic. Adquirir la capacitat d'enunciar propietats en diversos camps de la Matemàtica, de construir argumentacions, d'elaborar càlculs i de transmetre els coneixements matemàtics adquirits.
- CG-2. Conèixer demostracions rigoroses d'alguns teoremes clàssics en diferents àrees de la Matemàtica.
- CG-3. Assimilar la definició d'un nou objecte matemàtic en termes d'altres ja coneguts i ser capaç de fer servir aquest objecte en contextos diferents.
- CG-4. Saber abstenir-se les propietats estructurals (dels objectes matemàtics, de la realitat observada i d'altres àmbits), distingint-les de les que només són ocasionals. Poder comprovar-les amb demostracions o refutar-les mitjançant contraexemples, així com identificar errors en els raonaments incorrectes.
- CG-6. Detectar deficiències en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per a ampliar aquest coneixement.

Transversals:

11. APRENENTATGE AUTÒNOM: Detectar mancances en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per ampliar aquest coneixement.

METODOLOGIES DOCENTS

Les classes de teoria seran bàsicament classes magistrals de pissarra.

Les classes de problemes consistiran principalment en la resolució a la pissarra, de manera interactiva entre professor i alumnes, de problemes proposats amb antel·lació.

OBJECTIUS D'APRENTATGE DE L'ASSIGNATURA

L'objectiu principal de l'assignatura és familiaritzar l'estudiant amb les estructures bàsiques de la matemàtica discreta, la seva manipulació i la seva interrelació. Més concretament:

- Saber aplicar les tècniques bàsiques d'enumeració i conèixer algunes famílies destacades de nombres combinatoris.
- Saber les diverses formes en què es pot presentar la solució d'un problema enumeratiu (fórmula tancada, estimació asimptòtica, successió recurrent, funció generadora) i disposar de les eines adients per a tractar cadascuna.
- Familiaritzar-se amb la probabilitat discreta i utilitzar-la en demostracions d'existència no constructiva.
- Conèixer els grafs com a model abstracte de relacions binàries i conèixer les propietats bàsiques que poden tenir, saber caracteritzar-les i relacionar-les amb altres propietats.
- Saber modelar i resoldre problemes en àmbits diversos usant tècniques de teoria de grafs.

HORES TOTALES DE DEDICACIÓ DE L'ESTUDIANTAT

Tipus	Hores	Percentatge
Hores grup gran	45,0	24.00
Hores activitats dirigides	7,5	4.00
Hores grup petit	30,0	16.00
Hores aprenentatge autònom	105,0	56.00

Dedicació total: 187.5 h

CONTINGUTS

1. Combinatòria enumerativa

Descripció:

Principis enumeratius. Seleccions, paraules i distribucions. Propietats dels nombres binomials. Nombres multinomials. Doble compteig, Principi del colomar i Principi d'Inclusió-Exclusió. Particions de conjunts i d'enters. Estimació asimptòtica.

Dedicació: 72h

Grup gran/Teoria: 15h

Grup mitjà/Pràctiques: 11h

Aprenentatge autònom: 46h

2. Recurrència i Funcions generadores

Descripció:

Resolució de recurrències per inducció i per expansió. Successions, sèries formals de potències i funcions generadores. Recurrències lineals amb coeficients constants. Funció generadora de particions d'enters. Nombres de Catalan i bijeccions.

Dedicació: 25h

Grup gran/Teoria: 6h

Grup mitjà/Pràctiques: 4h

Aprenentatge autònom: 15h

3. Probabilitat discreta

Descripció:

Espais de probabilitat discrets. Independència i probabilitat condicionada. Variables aleatòries. Models aleatoris discrets. Esperança i variància. Desigualtats de Markov i Txebychev. Introducció al mètode probabilístic.

Dedicació: 25h

Grup gran/Teoria: 6h

Grup mitjà/Pràctiques: 4h

Aprenentatge autònom: 15h

4. Teoria de grafs

Descripció:

Definicions bàsiques. Isomorfisme de grafs. Recorreguts. Grafs connexos. Distància i diàmetre. Definició i caracterització d'arbres. Arbres generadors. Nombre d'arbres generadors. Circuits i grafs Eulerians. Caracterització dels grafs Eulerians. Cicles i grafs Hamiltonians. Teoremes de suficiència. Emparellaments. Emparellaments en grafs bipartits. Coloració de grafs. Nombre cromàtic. Grafs planaris. Fórmula d'Euler.

Dedicació: 64h

Grup gran/Teoria: 16h

Grup mitjà/Pràctiques: 10h

Aprenentatge autònom: 38h

SISTEMA DE QUALIFICACIÓ

Lliurament de problemes/activitats (PR, 10%), examen quadrimestral (EP, 30%) i examen final (EF, 60%). La nota de l'examen final prevaldrà si és superior a la ponderada al curs. Es considerarà el màxim de totes les possibilitats:

$$\text{MAX (EF, } 0.7 \cdot \text{EF} + 0.3 \cdot \text{EP}, 0.9 \cdot \text{EF} + 0.1 \cdot \text{PR}, 0.6 \cdot \text{EF} + 0.3 \cdot \text{EP} + 0.1 \cdot \text{PR})$$

Adicionalment, hi haurà un examen extraordinari al juliol per als estudiants suspesos. En aquest cas no es considerarà l'avaluació contínua realitzada durant el curs.

BIBLIOGRAFIA

Bàsica:

- Comellas Padró, Francesc [et al.]. Matemàtica discreta [en línia]. Barcelona: Edicions UPC, 2001 [Consulta: 22/05/2020]. Disponible a: <http://hdl.handle.net/2099.3/36194>. ISBN 8483014564.
- Durrett, Rick. Elementary probability for applications [en línia]. Cambridge: Cambridge University Press, 2009 [Consulta: 21/06/2023]. Disponible a: <https://ebookcentral-proquest-com.recursos.biblioteca.upc.edu/lib/upcatalunya-ebooks/detail.action?pq-origsite=primo&docID=461127>. ISBN 9780521867566.
- Matousek, J.; Nešetřil, J. Invitación a la matemática discreta. Barcelona: Reverté, 2008. ISBN 9788429151800.
- West, Douglas Brent. Introduction to graph theory. 2nd ed. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 2001. ISBN 0130144002.
- Cameron, Peter J. Combinatorics : topics, techniques, algorithms. Cambridge: Cambridge University Press, 1994. ISBN 9780521457613.

Complementària:

- Biggs, Norman L. Matemàtica discreta. Barcelona: Vicens-Vives, 1994. ISBN 8431633115.
- Aigner, M.; Ziegler, G. M. El Libro de las demostraciones. Tres Cantos: Nivola, 2005. ISBN 8495599953.
- Brunat, Josep M. Combinatòria i teoria de grafs. 3a ed. Barcelona: Edicions UPC, 1997. ISBN 8483012162.
- Diestel, Reinhard. Graph theory. 3rd ed. Berlin: Springer, 2005. ISBN 3540261826.
- Gimbert, Joan [et al.]. Apropament a la teoria de grafs i als seus algorismes. Lleida: Edicions de la Universitat de Lleida, 1998. ISBN

8489727651.

- Graham, Ronald L.; Knuth, D. E.; Patashnik, O. Concrete mathematics : a foundation for computer science. 2nd ed. Reading, MA: Addison-Wesley, 1994. ISBN 0201558025.
- Lovász, L.; Pelikán, J.; Vesztergombi, K. Discrete mathematics: elementary and beyond [en línia]. New York: Springer, 2003 [Consulta: 21/06/2023]. Disponible a: <https://link-springer-com.recursos.biblioteca.upc.edu/book/10.1007/b97469>. ISBN 0387955844.
- Mitzenmacher, M.; Upfal, E. Probability and computing: randomized algorithms and probabilistic analysis. Cambridge: Cambridge University Press, 2005. ISBN 0521835402.
- Loehr, Nicholas A. Bijective combinatorics. Boca Raton, FL: Chapman & Hall, 2011. ISBN 9781439848845.
- Bondy, J. A; Murty, U. S. R. Graph theory. New York: Springer, cop. 2008. ISBN 9781846289699.

Guia docent

200223 - MF - Matemàtica Financera

Última modificació: 29/05/2025

Unitat responsable: Facultat de Matemàtiques i Estadística
Unitat que imparteix: 749 - MAT - Departament de Matemàtiques.
Titulació: GRAU EN MATEMÀTIQUES (Pla 2009). (Assignatura optativa).
Curs: 2025 **Crèdits ECTS:** 6.0 **Idiomes:** Català

PROFESSORAT

Professorat responsable: JOSEP JOAQUIM MASDEMONT SOLER

Altres:

COMPETÈNCIES DE LA TITULACIÓ A LES QUALS CONTRIBUEIX L'ASSIGNATURA

Específiques:

3. CE-2. Resoldre problemes de Matemàtiques, mitjançant habilitats de càlcul bàsic i d'altres, tot planificant-ne la resolució en funció de les eines de què es disposi i de les restriccions de temps i recursos.
4. CE-4. Desenvolupar programes informàtics que resolguin problemes matemàtics, tot fent servir per a cada cas l'entorn computacional escaient.
5. Tenir capacitat per a resoldre problemes d'àmbit acadèmic, tècnic, de les finances o social, mitjançant mètodes matemàtics.

Genèriques:

1. CB-4. Ser capaç de transmetre conclusions, així com els coneixements i fonaments que les sustenten, tant a un públic especialitzat com al que no ho és, de manera clara i sense ambigüitats.
2. Haver desenvolupat les habilitats d'aprenentatge que són necessàries per poder emprendre, amb un grau alt d'autonomia, estudis multidisciplinaris en disciplines científiques en què les Matemàtiques tenen un paper significatiu.
6. CG-1. Comprendre i emprar el llenguatge matemàtic. Adquirir la capacitat d'enunciar propietats en diversos camps de la Matemàtica, de construir argumentacions, d'elaborar càlculs i de transmetre els coneixements matemàtics adquirits.
7. CG-2. Conèixer demostracions rigoroses d'alguns teoremes clàssics en diferents àrees de la Matemàtica.
8. CG-3. Assimilar la definició d'un nou objecte matemàtic en termes d'altres ja coneguts i ser capaç de fer servir aquest objecte en contextos diferents.
9. CG-4. Saber abstroure les propietats estructurals (dels objectes matemàtics, de la realitat observada i d'altres àmbits), distingint-les de les que només són ocasionals. Poder comprovar-les amb demostracions o refutar-les mitjançant contraexemples, així com identificar errors en els raonaments incorrectes.
10. CG-6. Detectar deficiències en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per a ampliar aquest coneixement.

Transversals:

11. COMUNICACIÓ EFICAÇ ORAL I ESCRITA: Comunicar-se de forma oral i escrita amb altres persones sobre els resultats de l'aprenentatge, de l'elaboració del pensament i de la presa de decisions; participar en debats sobre temes de la pròpia especialitat.
12. APRENENTATGE AUTÒNOM: Detectar mancances en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per ampliar aquest coneixement.

METODOLOGIES DOCENTS

Sessions teòriques i sessions de resolució de problemes.

OBJECTIUS D'APRENENTATGE DE L'ASSIGNATURA

El propòsit del curs és el donar una introducció dels mètodes matemàtics per la valoració de productes financers moderns. En una primera part es descriuen els productes financers bàsics i la seva valoració mitjançant arbitratge. En una segona part donem els fonaments matemàtics dels processos discrets i finalment concluïm amb processos continus i una introducció del model de Black-Scholes.

HORES TOTALES DE DEDICACIÓ DE L'ESTUDIANTAT

Tipus	Hores	Percentatge
Hores aprenentatge autònom	90,0	60.00
Hores grup gran	30,0	20.00
Hores grup petit	30,0	20.00

Dedicació total: 150 h

CONTINGUTS

Productes Financers i Arbitratge

Descripció:

Introducció als futurs i a les opcions financeres. El concepte d'arbitratge i el seu ús. Cobertura amb futurs i opcions. Preus forward i de futurs. Futurs sobre tipus d'interés. Swaps. Propietats dels preus d'opcions sobre accions.

Models Discrets

Descripció:

El model d'arbre binomial. La probabilitat risc neutral. Formalisme matemàtic per a mercats discrets. Informació, mesurabilitat i filtracions. Estratègies de Cartera i estratègies autofinançades. Esperança condicional. Teorema de Kolmogorov. Martingales.

Models Continus

Descripció:

Passeig aleatori i obertura cap a mercats continus. Moviment Brownià. Càlcul i integral d'Itô. Equacions diferencials estocàstiques. Teoremes de canvi de mesura. Estratègies contínues autofinançades. El model de Black-Scholes i la seva fórmula.

SISTEMA DE QUALIFICACIÓ

Es farà una prova parcial, que no eliminarà matèria per a l'examen final. La nota de l'assignatura es calcularà mitjançant la fórmula $\max(0.4 \times (\text{nota parcial}) + 0.6 \times (\text{nota final}), \text{nota final})$.

BIBLIOGRAFIA

Bàsica:

- Baxter, M.; Rennie, A. Financial calculus : an introduction to derivative pricing. Cambridge [etc.]: Cambridge University Press, 1996. ISBN 0521552893.
- Dotham, N. Prices in financial markets. New York (N.Y.) [etc.]: Oxford University Press, 1990. ISBN 0195053125.
- Hull, John C. Options, futures and other derivatives. 8th ed. Prentice Hall, 2011. ISBN 9780132777421.
- Wilmott, Paul. Paul Wilmott introduces quantitative finance [en línia]. Chichester [etc.]: John Wiley & Sons, 2001 [Consulta: 28/06/2023]. Disponible a : <https://ebookcentral-proquest-com.recursos.biblioteca.upc.edu/lib/upcatalunya-ebooks/detail.action?pq-origsite=primo&docID=309819>.
- Lamberton, D; Lapeyre, B. Introduction to stochastic calculus applied to finance. 2a ed. London [etc.]: Chapman and Hall, 2008. ISBN 9781584886266.

Complementària:

- Ikeda, N; Watanabe, S. Stochastic differential equations and diffusion processes. 2nd ed. Amsterdam ; New York: North Holland, 1989. ISBN 0444873783.
- Rogers, L.C.G.; Williams, D. Diffusions, Markov processes, and martingales. 2nd ed. Cambridge: Cambridge University Press, cop. 2000. ISBN 0521775949.
- Wilmott, P.; Howison, S.; Dewyne, J. The Mathematics of financial derivatives : a student introduction. Cambridge: Cambridge University Press, 2007. ISBN 0521497892.
- Williams, David. Probability with martingales. Cambridge [etc.]: Cambridge University Press, 2000. ISBN 0521406056.

Guia docent

200255 - MAM - Matemàtiques Aplicades a la Música

Última modificació: 25/06/2025

Unitat responsable: Facultat de Matemàtiques i Estadística
Unitat que imparteix: 749 - MAT - Departament de Matemàtiques.
Titulació: GRAU EN MATEMÀTIQUES (Pla 2009). (Assignatura optativa).
Curs: 2025 **Crèdits ECTS:** 3.0 **Idiomes:** Català

PROFESSORAT

Professorat responsable: LAURA FARRÉ ROZADA

Altres:

CAPACITATS PRÈVIES

Àlgebra lineal, Geometria, Equacions diferencials ordinàries i en derivades parcials, Física, Algorísmia, Programació matemàtica, Acústica, Anàlisi, Interpretació, Composició.

COMPETÈNCIES DE LA TITULACIÓ A LES QUALS CONTRIBUEIX L'ASSIGNATURA

Específiques:

GM-CE1. CE-1. Proposar, analitzar, validar i interpretar models de situacions reals senzilles, mitjançant les eines matemàtiques més adients als objectius que es vol aconseguir.
GM-CE2. CE-2. Resoldre problemes de Matemàtiques, mitjançant habilitats de càlcul bàsic i d'altres, tot planificant-ne la resolució en funció de les eines de què es disposi i de les restriccions de temps i recursos.
GM-CE3. CE-3. Utilitzar aplicacions informàtiques d'anàlisi estadístic, càlcul numèric i simbòlic, visualització gràfica, optimització o d'altres, per a experimentar en Matemàtiques i resoldre problemes.
GM-CE4. CE-4. Desenvolupar programes informàtics que resolguin problemes matemàtics, tot fent servir per a cada cas l'entorn computacional escaient.

Genèriques:

GM-CB1. CB-1. Demostrar posseir i comprendre coneixements de l'àrea de les Matemàtiques, construïts a partir de la base de l'educació secundària general i a un nivell que, tot recolzant-se en llibres de text avançats, inclogui també alguns aspectes que impliquin coneixements provinents de l'avantguarda de l'estudi de les Matemàtiques i de les seves aplicacions a la ciència i a la tecnologia.
GM-CB2. CB-2. Saber aplicar d'una forma professional els coneixements matemàtics al seu treball i posseir les capacitats que, a l'àrea de les Matemàtiques i en les seves aplicacions a la ciència i a la tecnologia, s'acostumen a demostrar mitjançant l'elaboració i defensa d'arguments i la resolució de problemes.
GM-CB3. CB-3. Tenir la capacitat de reunir i interpretar dades rellevants, a l'àrea de les Matemàtiques i en les seves aplicacions, per a emetre judicis que incloguin una reflexió sobre temes rellevants d'índole social, científica o ètica.
GM-CB4. CB-4. Ser capaç de transmetre conclusions, així com els coneixements i fonaments que les sustenten, tant a un públic especialitzat com al que no ho és, de manera clara i sense ambigüitats.
GM-CG1. CG-1. Comprendre i emprar el llenguatge matemàtic. Adquirir la capacitat d'enunciar propietats en diversos camps de la Matemàtica, de construir argumentacions, d'elaborar càlculs i de transmetre els coneixements matemàtics adquirits.
GM-CG2. CG-2. Conèixer demostracions rigoroses d'alguns teoremes clàssics en diferents àrees de la Matemàtica.
GM-CG3. CG-3. Assimilar la definició d'un nou objecte matemàtic en termes d'altres ja coneguts i ser capaç de fer servir aquest objecte en contextos diferents.
GM-CG4. CG-4. Saber abstroure les propietats estructurals (dels objectes matemàtics, de la realitat observada i d'altres àmbits), distingint-les de les que només són ocasionals. Poder comprovar-les amb demostracions o refutar-les mitjançant contraexemples, així com identificar errors en els raonaments incorrectes.

Transversals:

04 COE. COMUNICACIÓ EFICAÇ ORAL I ESCRITA: Comunicar-se de forma oral i escrita amb altres persones sobre els resultats de l'aprenentatge, de l'elaboració del pensament i de la presa de decisions; participar en debats sobre temes de la pròpia especialitat.

01 EIN. EMPRENEDORIA I INNOVACIÓ: Conèixer i comprendre l'organització d'una empresa i les ciències que regeixen la seva activitat; capacitat per comprendre les regles laborals i les relacions entre la planificació, les estratègies industrials i comercials, la qualitat i el benefici.

02 SCS. SOSTENIBILITAT I COMPROMÍS SOCIAL: Conèixer i comprendre la complexitat dels fenòmens econòmics i socials típics de la societat del benestar; capacitat per relacionar el benestar amb la globalització i la sostenibilitat; habilitat per usar de forma equilibrada i compatible la tècnica, la tecnologia, l'economia i la sostenibilitat.

05 TEQ. TREBALL EN EQUIP: Ser capaç de treballar com a membre d'un equip, ja sigui com un membre més, o realitzant tasques de direcció amb la finalitat de contribuir a desenvolupar projectes amb pragmatisme i sentit de la responsabilitat, tot assumint compromisos considerant els recursos disponibles.

06 URI. ÚS SOLVENT DELS RECURSOS D'INFORMACIÓ: Gestionar l'adquisició, l'estructuració, l'anàlisi i la visualització de dades i informació de l'àmbit d'especialitat i valorar de forma crítica els resultats d'aquesta gestió.

07 AAT. APRENENTATGE AUTÒNOM: Detectar mancances en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per ampliar aquest coneixement.

METODOLOGIES DOCENTS

L'assignatura combina sessions de laboratori amb sessions de seminari. En les dues activitats la participació dels estudiants ha de ser intensa. En les sessions de seminari (primera hora) es convida a un conferenciant per fer una presentació sobre les eines de matemàtica aplicada a la música que utilitza en la seva tasca professional. En les sessions de laboratori (segona hora), els estudiants es divideixen en grups reduïts i estudien un problema diferent cada setmana, adaptat a la temàtica tractada en cada cas. Aquests són problemes reals de les matemàtiques aplicades a l'àmbit musical, inspirats per les trajectòries i producció dels professionals en l'àmbit. Sobre aquests problemes s'hauran de fer presentacions parcials durant el curs, una presentació final i un projecte final, el qual consistirà en un producte artístic que implementi una selecció de les eines o tecnologies de matemàtica aplicada presentades durant el curs. Les sessions de laboratori es focalitzen en que els alumnes interactuïn i experimentin amb les eines presentades durant la sessió prèvia de seminari, i es valori com aquestes es poden incorporar en el projecte final.

OBJECTIUS D'APRENENTATGE DE L'ASSIGNATURA

Assignatura obligatòria pels alumnes de la doble titulació (UPC-ESMUC), optativa per als estudiants de grau dels dos centres (inclosos els alumnes dels cursos d'extensió), i oberta al professorat de la UPC i l'ESMUC.

Capacitats a adquirir:

- Els estudiants han de ser capaços de reconèixer les possibilitats de la matemàtica aplicada en situacions reals generades per la tecnologia en l'àmbit musical.
- Han de poder plantejar i resoldre un cas senzill de la temàtica tractada a cada sessió, treballant en grup.
- Han de desenvolupar les seves capacitats de treball en equip i de comunicació
- Han de conèixer mètodes bàsics de modelització matemàtica aplicada a situacions reals de l'àmbit musical
- Han de conèixer les possibilitats d'emprenedoria que s'ofereixen en aquest tema

HORES TOTALES DE DEDICACIÓ DE L'ESTUDIANTAT

Tipus	Hores	Percentatge
Hores grup gran	15,0	20.00
Hores grup petit	15,0	20.00
Hores aprenentatge autònom	45,0	60.00

Dedicació total: 75 h

CONTINGUTS

SESSIONS SETMANALS

Descripció:

Els continguts s'estructuraran en 15 sessions:

- 1- Sessió introductòria: presentació de l'assignatura i ponència sobre divulgació (periodisme)
- 2- Recerca I
- 3- Recerca II
- 4- Composició I
- 5- Composició II
- 6- Art cíborg
- 7- Sonificació (Biologia)
- 8- Àudio 3D, Convolucions
- 9- Àudio Reactiu (Algorísmia, programació)
- 10- Intel·ligència artificial
- 11- Sintetitzadors
- 12- Organologia
- 13- Acústica
- 14- Música i arquitectura
- 15- Avaluació final

Dedicació: 75h

Grup gran/Teoria: 15h

Grup petit/Laboratori: 15h

Aprenentatge autònom: 45h

SISTEMA DE QUALIFICACIÓ

La nota de l'assignatura es computarà a partir de:

- L'assistència i participació en el seminari i el laboratori: 20%
- Presentacions parcials de cada sessió (14): 30%
- Projecte final realitzat: 50%

BIBLIOGRAFIA

Bàsica:

- Benson, D. J. Music : a mathematical offering. Cambridge: Cambridge University Press., 2006. ISBN 0521619998.
- Fauvel, J.; Flood, R.; Wilson, R. Music and mathematics: from pythagoras to fractals. Oxford: Oxford University Press, 2006. ISBN 0199298939.
- "Symmetry and transformations in the musical plane". Bridges 2009 : mathematics, music, art, architecture, culture [en línia]. pp. 169- 176 [Consulta: 26/06/2025]. Disponible a: <https://archive.bridgesmathart.org/2009/bridges2009-169.html#gsc.tab=0>.
- Jedrzejewski, F. Mathematical theory of music. Paris: IRCAM-Delatour, 2006. ISBN 275210023X.
- Papadopoulos, A. "Mathematics and group theory in music". Handbook of group actions, Vol. II [en línia]. [Consulta: 26/06/2025]. Disponible a: <https://hal.science/hal-01027418v1/document>.

Complementària:

- Azaryahu, L.; Adi-Japha, E. "'MusiMath' – a music-based intervention program for learning patterns and symmetry". The Journal of experimental education. pp. 319–343.
- Manoury, P. La musique du Temps Réel. Paris: MF éditions, 2012. ISBN 2915794561.
- Schoenfeld, A. H. and Herrmann, D. J. "Problem perception and knowledge structure in expert and novice mathematical problem solvers". Journal of experimental psychology: learning, memory and cognition. 8, pp. 484–494.

Guia docent

200254 - MED - Matemàtiques per a l'Ensenyament i la Divulgació

Última modificació: 15/06/2025

Unitat responsable: Facultat de Matemàtiques i Estadística
Unitat que imparteix: 749 - MAT - Departament de Matemàtiques.
Titulació: GRAU EN MATEMÀTIQUES (Pla 2009). (Assignatura optativa).
Curs: 2025 **Crèdits ECTS:** 6.0 **Idiomes:** Català

PROFESSORAT

Professorat responsable: MARIA ALBERICH CARRAMIÑANA

Altres:

CAPACITATS PRÈVIES

Una formació matemàtica bàsica, però sòlida.

REQUISITS

Interès pels aspectes socials, culturals i històrics de la matemàtica, especialment pel seu ensenyament als últims cursos de secundària i per la seva divulgació a la ciutadania.

COMPETÈNCIES DE LA TITULACIÓ A LES QUALS CONTRIBUEIX L'ASSIGNATURA

Específiques:

3. CE-2. Resoldre problemes de Matemàtiques, mitjançant habilitats de càlcul bàsic i d'altres, tot planificant-ne la resolució en funció de les eines de què es disposi i de les restriccions de temps i recursos.
4. CE-4. Desenvolupar programes informàtics que resolguin problemes matemàtics, tot fent servir per a cada cas l'entorn computacional escaient.
5. Tenir capacitat per a resoldre problemes d'àmbit acadèmic, tècnic, de les finances o social, mitjançant mètodes matemàtics.

Genèriques:

1. CB-4. Ser capaç de transmetre conclusions, així com els coneixements i fonaments que les sustenten, tant a un públic especialitzat com al que no ho és, de manera clara i sense ambigüitats.
2. Haver desenvolupat les habilitats d'aprenentatge que són necessàries per poder emprendre, amb un grau alt d'autonomia, estudis multidisciplinaris en disciplines científiques en què les Matemàtiques tenen un paper significatiu.
6. CG-1. Comprendre i emprar el llenguatge matemàtic. Adquirir la capacitat d'enunciar propietats en diversos camps de la Matemàtica, de construir argumentacions, d'elaborar càlculs i de transmetre els coneixements matemàtics adquirits.
7. CG-2. Conèixer demostracions rigoroses d'alguns teoremes clàssics en diferents àrees de la Matemàtica.
8. CG-3. Assimilar la definició d'un nou objecte matemàtic en termes d'altres ja coneguts i ser capaç de fer servir aquest objecte en contextos diferents.
9. CG-4. Saber abstraure les propietats estructurals (dels objectes matemàtics, de la realitat observada i d'altres àmbits), distingint-les de les que només són ocasionals. Poder comprovar-les amb demostracions o refutar-les mitjançant contraexemples, així com identificar errors en els raonaments incorrectes.
10. CG-6. Detectar deficiències en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per a ampliar aquest coneixement.

Transversals:

11. COMUNICACIÓ EFICAÇ ORAL I ESCRITA: Comunicar-se de forma oral i escrita amb altres persones sobre els resultats de l'aprenentatge, de l'elaboració del pensament i de la presa de decisions; participar en debats sobre temes de la pròpia especialitat.
12. APRENTATGE AUTÒNOM: Detectar mancances en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per ampliar aquest coneixement.

METODOLOGIES DOCENTS

Les classes s'organitzen en projectes de blocs de dues hores. Cada projecte s'inicia amb la seva presentació i motivació, que inclou la contextualització històrica i tècnica del temari, i se segueix de tallers pràctics. Treball col·laboratiu en els tallers, que inclouen la resolució de problemes i el desenvolupament d'activitats. Sessions de seminari a càrrec d'alumnat de l'assignatura, que exposarà el resultat del seu treball en cada projecte, i de visitants externs convidats.

OBJECTIUS D'APRENTATGE DE L'ASSIGNATURA

- Fer comprendre els diversos aspectes a tenir en compte a l'hora de transmetre un contingut matemàtic per adequar-lo al públic al qual va dirigit.
- Fer entendre la rellevància de la contextualització tècnica i històrica de qualsevol tema que s'hagi d'explicar, exposar o estudiar.
- Fer palesa la unitat essencial de les matemàtiques a través de l'estudi d'alguns problemes clàssics que formen part de la cultura matemàtica general, per la qual cosa tenen, també, un interès intrínsec. Són temes interessants que, pel seu caràcter transversal queden fora dels continguts d'assignatures més especialitzades.
- Fer comprendre, mitjançant exemples històrics reals i rellevants, que els problemes matemàtics clàssics rarament es resolen en un context tancat en ell mateix, sinó que la influència d'àmbits aparentment llunyans hi ha estat decisiva. A més, aquestes solucions sovint han tingut implicacions imprevistes.
- Reflexionar sobre l'alfabetització en Intel·ligència Artificial (IA) i l'ús de IA i d'altres recursos en els processos d'ensenyament i d'aprenentatge de les matemàtiques.

HORES TOTALES DE DEDICACIÓ DE L'ESTUDIANTAT

Tipus	Hores	Percentatge
Hores grup petit	30,0	20.00
Hores grup gran	30,0	20.00
Hores aprenentatge autònom	90,0	60.00

Dedicació total: 150 h

CONTINGUTS

Problemes clàssics de les matemàtiques

Descripció:

- Geometria del triangle.
- Geometria de la circumferència.
- La fórmula d'Euler i els cinc políedre regulars.
- Caos i fractals.
- Aritmètica i criptografia.
- Els conjunts dels naturals, els enters, els racionals, els reals i els complexos.
- Geometria hiperbòlica.
- Geometria esfèrica i cartografia.
- Estadística. El cas de la distribució normal.
- La transcendència de π i de e .
- Geometria en quadrícules i el teorema de Pick.

Dedicació: 120h

Grup gran/Teoria: 24h

Activitats dirigides: 24h

Aprentatge autònom: 72h

Taller de divulgació

Descripció:

Es desenvoluparan projectes creatius relacionats amb el temari de l'assignatura amb l'objectiu d'apropar el coneixement matemàtic i les seves aplicacions tecnològiques a la ciutadania en general i a l'alumnat de secundària en particular.

Dedicació: 30h

Grup gran/Teoria: 6h

Grup mitjà/Pràctiques: 6h

Aprentatge autònom: 18h

SISTEMA DE QUALIFICACIÓ

Intervencions a classe i activitats especials d'avaluació continuada (seminaris i treballs escrits): 25%

Projecte personal (cada estudiant escollirà un tema matemàtic sobre el qual desenvoluparà dos treballs escrits, gravarà en vídeo divulgatiu i farà una presentació oral): 75%.

El treball del projecte personal distribueix en:

Article divulgatiu (tipus Notícies SCM; 1000 paraules): 25%; a l'octubre s'entrega del primer esborrany i al desembre la versió final.

Vídeo divulgatiu (4-6 minuts): 25%; s'entrega a mitjans de novembre.

Activitat d'ensenyament o de divulgació: 25%; presentació oral i lliurament per escrit al desembre.

NORMES PER A LA REALITZACIÓ DE LES PROVES.

Les darreres setmanes de classe es farà una presentació oral de l'activitat d'ensenyament o de divulgació que s'està preparant i es rebrà feedback de les professores, per millorar l'activitat de cara al lliurament final.

BIBLIOGRAFIA

Bàsica:

- Alsina, Claudi; Nelsen, Roger B. Icons of mathematics : an exploration of twenty key images. Washington, DC: Mathematical Association of America, cop. 2011. ISBN 9780883853528.
- Brunat Blay, Josep M. (Ma)temàtiques clàssiques [en línia]. Barcelona: Universitat Politècnica de Catalunya. Facultat de Matemàtiques i Estadística, cop. 2016 [Consulta: 24/05/2024]. Disponible a: <https://upcommons.upc.edu/handle/2117/83181>. ISBN 9788460859314.
- Ore, Oysten; Watkins, John J.; Wilson, Robin. Invitation to number theory [en línia]. 2n ed. MAA Press, 2017 [Consulta: 16/06/2025]. Disponible a: <https://web-s-ebshost-com.recursos.biblioteca.upc.edu/ehost/ebookviewer/ebook?sid=7dd74cd4-59a3-451f-bfb4-a3df433c921a%40redis&vid=0&format=EB>. ISBN 9780883856536.
- Silvester, J. R. Geometry ancient and modern. Oxford: University Press, cop. 2001. ISBN 9780198508250.
- Richeson, David S. Euler's gem : the polyhedron formula and the birth of topology. Princeton University Press, 2008. ISBN 9780691126777.
- Garfunkel, Solomon. Las Matemáticas en la vida cotidiana. 3ª ed. Madrid [etc.]: Addison-Wesley : Universidad Autónoma de Madrid, cop. 1999. ISBN 9788478290208.

Complementària:

- Jennings, George A. Modern geometry with applications. Corrected third printing. New York: Springer, cop. 1997. ISBN 038794222X.
- Aigner, Martin; Ziegler, Günter M.; Figueiras Ocaña, Lourdes. El Libro de las demostraciones. Tres Cantos: Nivola, 2005. ISBN 8495599953.
- Bryant, John; Sangwin, Chris. How round is your circle? : where engineering and mathematics meet. Princeton University Press, 2008. ISBN 9780691131184.
- Frantz, Marc; Crannell, Annalisa. Viewpoints: mathematical perspective and fractal geometry in art. Princeton University Press, 2011. ISBN 9780691125923.
- Fuchs, D.; Tabachnikov, S. Mathematical omnibus : thirty lectures on classic mathematics. Providence: American Mathematical Society, 2007. ISBN 9780821843161.
- Hull, Thomas. Project origami : activities for exploring mathematics. 2nd ed. A. K. Peters, cop. 2013. ISBN 9781568812588.
- Laczkovich, Miklós. Conjecture and proof. Washington: The Mathematical Association of America, cop. 2001. ISBN 0883857227.
- Peitgen, Heinz-Otto; Jürgens, H; Saupe, Dietmar. Fractals for the classroom. New York: Springer-Verlag, cop. 1991-1992. ISBN 038797041X.
- Sally, J. D.; Sally, Paul. Roots to research : a vertical development of mathematical problems. Providence: American Mathematical Society, cop. 2007. ISBN 9780821844038.
- Corbalán, Fernando. Matemáticas de la vida misma. Barcelona: Graó, 2007. ISBN 9788478275038.

Guia docent

200248 - MNED - Mètodes Numèrics per a Equacions Diferencials

Última modificació: 29/05/2025

Unitat responsable: Facultat de Matemàtiques i Estadística
Unitat que imparteix: 751 - DECA - Departament d'Enginyeria Civil i Ambiental.
Titulació: GRAU EN MATEMÀTIQUES (Pla 2009). (Assignatura optativa).
Curs: 2025 **Crèdits ECTS:** 6.0 **Idiomes:** Anglès

PROFESSORAT

Professorat responsable: ESTHER SALA LARDIES

Altres:

COMPETÈNCIES DE LA TITULACIÓ A LES QUALS CONTRIBUEIX L'ASSIGNATURA

Específiques:

3. CE-1. Proposar, analitzar, validar i interpretar models de situacions reals senzilles, mitjançant les eines matemàtiques més adients als objectius que es vol aconseguir.
4. CE-2. Resoldre problemes de Matemàtiques, mitjançant habilitats de càlcul bàsic i d'altres, tot planificant-ne la resolució en funció de les eines de què es disposi i de les restriccions de temps i recursos.
5. CE-3. Utilitzar aplicacions informàtiques d'anàlisi estadístic, càlcul numèric i simbòlic, visualització gràfica, optimització o d'altres, per a experimentar en Matemàtiques i resoldre problemes.
6. CE-4. Desenvolupar programes informàtics que resolguin problemes matemàtics, tot fent servir per a cada cas l'entorn computacional escaient.
7. Tenir capacitat per a resoldre problemes d'àmbit acadèmic, tècnic, de les finances o social, mitjançant mètodes matemàtics.

Genèriques:

1. CB-4. Ser capaç de transmetre conclusions, així com els coneixements i fonaments que les sustenten, tant a un públic especialitzat com al que no ho és, de manera clara i sense ambigüitats.
2. Haver desenvolupat les habilitats d'aprenentatge que són necessàries per poder emprendre, amb un grau alt d'autonomia, estudis multidisciplinaris en disciplines científiques en què les Matemàtiques tenen un paper significatiu.
8. CG-1. Comprendre i emprar el llenguatge matemàtic. Adquirir la capacitat d'enunciar propietats en diversos camps de la Matemàtica, de construir argumentacions, d'elaborar càlculs i de transmetre els coneixements matemàtics adquirits.
9. CG-2. Conèixer demostracions rigoroses d'alguns teoremes clàssics en diferents àrees de la Matemàtica.
10. CG-3. Assimilar la definició d'un nou objecte matemàtic en termes d'altres ja coneguts i ser capaç de fer servir aquest objecte en contextos diferents.
11. CG-4. Saber abstraure les propietats estructurals (dels objectes matemàtics, de la realitat observada i d'altres àmbits), distingint-les de les que només són ocasionals. Poder comprovar-les amb demostracions o refutar-les mitjançant contraexemples, així com identificar errors en els raonaments incorrectes.
12. CG-6. Detectar deficiències en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per a ampliar aquest coneixement.

Transversals:

13. EMPRENEDORIA I INNOVACIÓ: Conèixer i comprendre l'organització d'una empresa i les ciències que regeixen la seva activitat; capacitat per comprendre les regles laborals i les relacions entre la planificació, les estratègies industrials i comercials, la qualitat i el benefici.

14. SOSTENIBILITAT I COMPROMÍS SOCIAL: Conèixer i comprendre la complexitat dels fenòmens econòmics i socials típics de la societat del benestar; capacitat per relacionar el benestar amb la globalització i la sostenibilitat; habilitat per usar de forma equilibrada i compatible la tècnica, la tecnologia, l'economia i la sostenibilitat.

15. COMUNICACIÓ EFICAÇ ORAL I ESCRITA: Comunicar-se de forma oral i escrita amb altres persones sobre els resultats de l'aprenentatge, de l'elaboració del pensament i de la presa de decisions; participar en debats sobre temes de la pròpia especialitat.

16. TREBALL EN EQUIP: Ser capaç de treballar com a membre d'un equip, ja sigui com un membre més, o realitzant tasques de direcció amb la finalitat de contribuir a desenvolupar projectes amb pragmatisme i sentit de la responsabilitat, tot assumint compromisos considerant els recursos disponibles.

17. APRENENTATGE AUTÒNOM: Detectar mancances en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per ampliar aquest coneixement.

METODOLOGIES DOCENTS

Les classe es repartiran entre sessions en aula convencional i aula d'ordinadors. En les primeres es presentaran els conceptes més teòrics, mentre que les sessions en aula d'ordinadors s'aprofitaran per implementar mètodes numèrics, comprovar-ne el seu comportament i resoldre exemples d'aplicacions. També es dedicarà temps per treballar en els exercicis pràctics proposats.

La informació sobre l'organització de l'assignatura i el material docent es publicarà a la intranet.

OBJECTIUS D'APRENENTATGE DE L'ASSIGNATURA

L'objectiu d'aquesta assignatura és proporcionar una base teòrica i pràctica sòlida en mètodes numèrics per a la resolució d'equacions diferencials tant ordinàries (EDO) com en derivades parcials (EDP), que permeti a l'estudiant seguir assignatures de modelització i d'aplicació de les equacions diferencials a les ciències i l'enginyeria.

Capacitats a adquirir:

- Familiarització amb els mètodes Runge-Kutta i Lineals Multipàs per a les EDO i de Diferències Finites i Elements Finites per a les EDP.
- Visió general dels aspectes computacionals més importants que apareixen en la resolució numèrica de problemes descrits mitjançant equacions diferencials.
- Coneixement de les propietats i limitacions dels mètodes.
- Capacitat per interpretar resultats i controlar la qualitat de la solució.
- Experiència en l'ús de codis prototipus i comercials.

HORES TOTALES DE DEDICACIÓ DE L'ESTUDIANTAT

Tipus	Hores	Percentatge
Hores aprenentatge autònom	90,0	60.00
Hores grup petit	30,0	20.00
Hores grup gran	30,0	20.00

Dedicació total: 150 h

CONTINGUTS

1. Equacions diferencials ordinàries (EDOs). Nocions bàsiques. Error de truncament i ordre d'un mètode. Convergència

Descripció:

Problemes de valor inicial i de valor a la frontera. Els mètodes d'Euler, Euler millorat i Euler implícit. Error de truncament local i global. Ordre d'un mètode. Estimació numèrica de l'ordre. Convergència.

Dedicació: 15h

Grup gran/Teoria: 3h

Grup petit/Laboratori: 3h

Activitats dirigides: 2h

Aprenentatge autònom: 7h

2. Mètodes de Runge-Kutta i lineals multipàs. Implementació

Descripció:

Mètodes de Runge-Kutta explícits i implícits. Regió d'estabilitat absoluta d'un mètode. Exemples. Exploració numèrica de problemes stiff: l'equació de van der Pol.

Generalitats sobre mètodes lineals multipàs. Mètodes d'Adams-Bashforth i Adams-Moulton. Mètodes BDF.

Mètodes predictor-corrector. Condicions de consistència, estabilitat i convergència. Estimació de l'error local i adaptació del pas.

Implementacions comercials i freeware.

Dedicació: 24h

Grup gran/Teoria: 6h

Grup petit/Laboratori: 6h

Activitats dirigides: 3h

Aprenentatge autònom: 9h

3. Equacions en derivades parcials (EDP). Conceptes generals sobre la resolució numèrica

Descripció:

Problemes en enginyeria i ciències aplicades que habitualment necessiten resolució numèrica d'EDP. EDP lineals de 2n ordre: classificació, interpretació física. Aspectes fonamentals de la resolució numèrica. Condicions de contorn.

Dedicació: 26h

Grup gran/Teoria: 5h

Grup petit/Laboratori: 5h

Activitats dirigides: 4h

Aprenentatge autònom: 12h

4. Solució numèrica d'EDP amb el Mètode de les Diferències Finites (MDF)

Descripció:

Operadors en diferències. Discretització de l'equació parabòlica unidimensional amb el Mètode de Diferències Finites (MDF).

Sistemes d'equacions en diferències. Anàlisi de convergència, estabilitat i consistència. Problemes multidimensionals i aplicacions.

Discretització amb el MDF. Limitacions

en comparació amb el Mètode dels Elements Finites (MEF).

Dedicació: 26h

Grup gran/Teoria: 5h

Grup petit/Laboratori: 5h

Activitats dirigides: 4h

Aprenentatge autònom: 12h

5. Solució numèrica d'equacions parabòliques i el·líptiques amb el MEF

Descripció:

Forma forta, mètode dels residus ponderats i forma feble per a equacions el·líptiques. Tractament de les condicions de contorn. Interpolació en elements finits: malla i splines. Integració numèrica. Element de referència i transformació isoparamètrica. Tipus d'elements més emprats. Implementació eficient d'un codi d'elements finits. Propietats de convergència. Integració temporal en problemes transitoris.

Dedicació: 26h

Grup gran/Teoria: 5h

Grup petit/Laboratori: 5h

Activitats dirigides: 4h

Aprenentatge autònom: 12h

6. Control de la qualitat de la solució

Descripció:

Necessitat de garantir la qualitat de la solució. Conceptes de verificació i validació. Conceptes bàsics d'estimació de l'error, estimació orientada a magnituds d'interès. Remallat i adaptivitat.

Dedicació: 15h

Grup gran/Teoria: 3h

Grup petit/Laboratori: 3h

Activitats dirigides: 2h

Aprenentatge autònom: 7h

SISTEMA DE QUALIFICACIÓ

La qualificació final de l'estudiant s'obté com

- un 50% de treball de curs (exercicis, petits projectes... proposats a classe, on es dedicarà un cert temps a resoldre'ls)
- un 50% d'exàmens

Totes les qualificacions es fan sobre 10 i la nota mínima per aprovar és un 5.

NORMES PER A LA REALITZACIÓ DE LES PROVES.

Són obligatòries l'assistència a un mínim de classes i la realització dels treballs de curs.

BIBLIOGRAFIA

Bàsica:

- Butcher, J. C. Numerical methods for ordinary differential equations. Wiley, 2016.
- Dekker, K.; Verwer, J.G. Stability of Runge-Kutta methods for stiff nonlinear differential equations. Elsevier, 1984. ISBN 0444876340.
- Shampine, L. F.; Gladwell, I.; Thompson, S. Solving ODEs with MATLAB. Cambridge University Press, 2003. ISBN 0521530946.
- Hoffman, Joe D. Numerical methods for engineers and scientists. 2nd. New York: Marcel Dekker, 2001. ISBN 0824704436.
- Quarteroni, Alfio. Numerical models for differential problems [en línia]. Springer Verlag-Milano, 2009 [Consulta: 21/06/2023]. Disponible a: <https://link-springer-com.recursos.biblioteca.upc.edu/book/10.1007/978-88-470-1071-0>. ISBN 9788847010710.
- Zienkiewicz, O. C. [et al.]. The Finite element method [en línia]. 6th. Oxford: Butterworth Heinemann, [Consulta: 21/06/2023]. Disponible a: https://www-ingebook-com.recursos.biblioteca.upc.edu/ib/NPcd/IB_BooksVis?cod_primaria=1000187&codigo_libro=7854. ISBN 9780750664318.

Complementària:

- Donea, J.; Huerta, A. Finite element methods for flow problems [en línia]. Chichester: John Wiley Sons, 2003 [Consulta:



21/06/2023]. Disponible a: <https://onlinelibrary-wiley-com.recursos.biblioteca.upc.edu/doi/book/10.1002/0470013826>. ISBN 0471496669.

- Elman, H.; Silvester, D.; Wathen, A. Finite elements and fast iterative solvers: with applications in incompressible fluid dynamics. Oxford University Press, 2005. ISBN 019852868 X.
- Ortega, James M. Numerical analysis: a second course. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics, 1990. ISBN 0898712505.
- Ames, William F. Numerical methods for partial differential equations. Boston Academic Press, 1992. ISBN 012056761X.
- Ainsworth, M.; Oden, J. T. A Posteriori error estimation in finite element analysis. New York: John Wiley & Sons, 2000. ISBN 047129411X.
- Evans, G.; Blackledge, J.; Yardley, P. Numerical methods for partial differential equations. London: Springer Verlag, 1999. ISBN 354076125X.
- Johnson, Claes. Numerical solution of partial differential equations by the finite element method. Mineola, NY: Dover Publications, 2009. ISBN 9780486469003.
- Hughes, Thomas J. R. The Finite element method: linear static and dynamic finite element analysis. Mineola, New York: Dover Publications, 1987. ISBN 0486411818.

Guia docent

200171 - MMF - Models Matemàtics de la Física

Última modificació: 29/05/2025

Unitat responsable: Facultat de Matemàtiques i Estadística
Unitat que imparteix: 748 - FIS - Departament de Física.
749 - MAT - Departament de Matemàtiques.

Titulació: GRAU EN MATEMÀTIQUES (Pla 2009). (Assignatura obligatòria).

Curs: 2025 **Crèdits ECTS:** 7.5 **Idiomes:** Català, Castellà

PROFESSORAT

Professorat responsable: PEDRO TALAVERA SANCHEZ

Altres:

CAPACITATS PRÈVIES

L'assignatura "Models Matemàtics de la Física" és la segona de continguts generals de física i la primera del bloc de matèria "Modelització" del Grau de Matemàtiques de la FME. Aquesta assignatura ha de partir dels coneixements de l'assignatura de Física del Q4 i ampliar-los amb les formulacions teòriques pròpies de la física matemàtica clàssica, emprant les eines matemàtiques, bàsicament de càlcul multivariable, que l'estudiant ja coneix en aquest punt. L'assignatura ha de servir també de base per poder discutir sistemes reals tant a "Models matemàtics de la tecnologia" com a diverses assignatures de les matèries optatives "Sistemes dinàmics i anàlisi" i "Mètodes numèrics i enginyeria".

COMPETÈNCIES DE LA TITULACIÓ A LES QUALS CONTRIBUEIX L'ASSIGNATURA

Específiques:

- CE-1. Proposar, analitzar, validar i interpretar models de situacions reals senzilles, mitjançant les eines matemàtiques més adients als objectius que es vol aconseguir.
- CE-2. Resoldre problemes de Matemàtiques, mitjançant habilitats de càlcul bàsic i d'altres, tot planificant-ne la resolució en funció de les eines de què es disposi i de les restriccions de temps i recursos.

Genèriques:

- CB-1. Demostrar posseir i comprendre coneixements de l'àrea de les Matemàtiques, construïts a partir de la base de l'educació secundària general i a un nivell que, tot recolzant-se en llibres de text avançats, inclogui també alguns aspectes que impliquin coneixements provinents de l'avantguarda de l'estudi de les Matemàtiques i de les seves aplicacions a la ciència i a la tecnologia.
- CB-2. Saber aplicar d'una forma professional els coneixements matemàtics al seu treball i posseir les capacitats que, a l'àrea de les Matemàtiques i en les seves aplicacions a la ciència i a la tecnologia, s'acostumen a demostrar mitjançant l'elaboració i defensa d'arguments i la resolució de problemes.
- CB-3. Tenir la capacitat de reunir i interpretar dades rellevants, a l'àrea de les Matemàtiques i en les seves aplicacions, per a emetre judicis que incloguin una reflexió sobre temes rellevants d'índole social, científica o ètica.
- CB-4. Ser capaç de transmetre conclusions, així com els coneixements i fonaments que les sustenten, tant a un públic especialitzat com al que no ho és, de manera clara i sense ambigüitats.
- CG-1. Comprendre i emprar el llenguatge matemàtic. Adquirir la capacitat d'enunciar propietats en diversos camps de la Matemàtica, de construir argumentacions, d'elaborar càlculs i de transmetre els coneixements matemàtics adquirits.
- CG-2. Conèixer demostracions rigoroses d'alguns teoremes clàssics en diferents àrees de la Matemàtica.
- CG-3. Assimilar la definició d'un nou objecte matemàtic en termes d'altres ja coneguts i ser capaç de fer servir aquest objecte en contextos diferents.
- CG-4. Saber abstrure les propietats estructurals (dels objectes matemàtics, de la realitat observada i d'altres àmbits), distingint-les de les que només són ocasionals. Poder comprovar-les amb demostracions o refutar-les mitjançant contraexemples, així com identificar errors en els raonaments incorrectes.
- CG-6. Detectar deficiències en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per a ampliar aquest coneixement.

Transversals:

14. COMUNICACIÓ EFICAC ORAL I ESCRITA: Comunicar-se de forma oral i escrita amb altres persones sobre els resultats de l'aprenentatge, de l'elaboració del pensament i de la presa de decisions; participar en debats sobre temes de la pròpia especialitat.

15. SOSTENIBILITAT I COMPROMÍS SOCIAL: Conèixer i comprendre la complexitat dels fenòmens econòmics i socials típics de la societat del benestar; capacitat per relacionar el benestar amb la globalització i la sostenibilitat; habilitat per usar de forma equilibrada i compatible la tècnica, la tecnologia, l'economia i la sostenibilitat.

17. ÚS SOLVENT DELS RECURSOS D'INFORMACIÓ: Gestionar l'adquisició, l'estructuració, l'anàlisi i la visualització de dades i informació de l'àmbit d'especialitat i valorar de forma crítica els resultats d'aquesta gestió.

18. APRENTATGE AUTÒNOM: Detectar mancances en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per ampliar aquest coneixement.

METODOLOGIES DOCENTS

El curs ha estat dissenyat per a ocupar un total de 65 hores lectives (13 setmanes), distribuïdes en 39 hores en sessions de teoria i 26 hores de sessions pràctiques (problemes). Tant en les classes teòriques com, sobretot, en les pràctiques, es tractarà de fer participi a l'alumnat del desenvolupament de les mateixes, convidant als estudiants a resoldre els problemes proposats i, fins i tot, a desenvolupar algun apartat teòric.

A les classes de problemes, a part dels exercicis proposats per a ser discutits en classe, es proposaran altres als alumnes perquè els desenvolupen pel seu compte. Una part d'aquests problemes seran obligatoris, i la resta es podran lliurar voluntàriament. Aquests exercicis serien discutits en les hores de tutoria o, excepcionalment, a classe.

Un altre dels hàbits que es pretén inculcar als estudiants en aquesta assignatura és acostumar a l'ús de bibliografia en anglès.

Les classes es faran indistintament en català i castellà.

OBJECTIUS D'APRENTATGE DE L'ASSIGNATURA

L'objectiu central és la familiarització amb les idees bàsiques de tres camps de la física clàssica i amb les de la mecànica quàntica, i de les seves formulacions matemàtiques. L'estudiant obtindrà les eines conceptuals per endinsar-se de manera autònoma en aquests camps i per interactuar amb físics i enginyers.

Els objectius més detallats són:

- Entendre la formulació Lagrangiana i Hamiltoniana de la mecànica.
- Utilitzar el càlcul de variacions per familiaritzar-se amb els principis variacionals de la mecànica, i la seva connexió amb les simetries i les lleis de conservació via el teorema de Noether.
- Aplicar les formulacions Lagrangiana i Hamiltoniana a problemes mecànics complexos.
- Establir els fonaments de la formulació minkowskiana de la Relativitat Especial i descriure les transformacions de Lorentz i de Poincaré.
- Entendre la invariància Lorentz de les equacions de Maxwell.
- Aplicar les equacions de la relativitat especial per a problemes cinemàtics senzills.
- Entendre la formulació bàsica de la dinàmica relativista i la seva aplicació a problemes senzills de col·lisions.
- Entendre la formulació de les diverses lleis de conservació de la mecànica de fluids, en forma diferencial i integral.
- Descriure les equacions d'Euler i de Navier-Stokes i el seu domini d'aplicació.
- Entendre el desenvolupament històric de la mecànica quàntica.
- Descriure els postulats bàsics de la mecànica quàntica i les diferències fonamentals amb la mecànica clàssica.
- Aplicar la mecànica quàntica a resoldre problemes senzills, tant amb un nombre finit de graus de llibertat com amb un nombre infinit, especialment en una dimensió d'espai.

HORES TOTS DE DEDICACIÓ DE L'ESTUDIANTAT

Tipus	Hores	Percentatge
Hores grup gran	45,0	24.00
Hores grup petit	30,0	16.00
Hores aprenentatge autònom	112,5	60.00

Dedicació total: 187.5 h

CONTINGUTS

Mecànica clàssica

Descripció:

- 1) Fonaments de la mecànica. Sistemes dinàmics. Principis fonamentals. Principi d'invariància de Galileu. Sistemes dinàmics: espais de configuracions i d'estats. Lligams. Coordenades i velocitats generalitzades.
- 2) Càlcul de variacions. Tres problemes bàsics del càlcul de variacions. Principi variacional de Hamilton. Equacions d'Euler-Lagrange. Algunes aplicacions.
- 3) Formalisme lagrangià. Sistemes lagrangians. Lagrangians mecàniques i sistemes conservatius. Constants del moviment, simetries i teorema de Noether.
- 4) Formalisme hamiltonià. Transformació de Legendre. Moments generalitzats. Funció hamiltoniana i equacions de Hamilton. Principi variacional de Hamilton-Jacobi. Sistemes hamiltonians. Parèntesi de Poisson. Constants del moviment i lleis de conservació.

Dedicació: 16h

Grup gran/Teoria: 10h

Grup mitjà/Pràctiques: 6h

Relativitat especial

Descripció:

- 1) Fonaments de la relativitat especial. Mecànica clàssica pre-relativista i equacions de Maxwell. Postulats de la relativitat especial. Espai-temps i mètrica de Minkowski.
- 2) Cinemàtica i dinàmica relativistes i electromagnetisme. Transformacions de Lorentz i Poincaré. Cinemàtica relativista: dilatació del temps, contracció de longituds i adició de velocitats. Dinàmica relativista: quadrimoment. Forma covariant de les equacions de Maxwell: quadripotencials i tensor electromagnètic. Idees sobre Relativitat General.

Dedicació: 15h

Grup gran/Teoria: 9h

Grup mitjà/Pràctiques: 6h

Les equacions de la mecànica de fluids

Descripció:

- 1) La descripció matemàtica de la mecànica de fluids. Coordenades Lagrangianes i Eulerianes. Derivada material. Teorema del transport. Equació de continuïtat. Fluids incompressibles. Deformació local del fluid.
- 2) Les equacions de la mecànica de fluids. Balanç de la quantitat de moviment. Fluids Newtonians. Equacions de Navier-Stokes. Balanç de l'energia mecànica. Primer principi de la termodinàmica. Teorema de Bernoulli. Balanç d'entropia.
- 3) Nombre de Reynolds. Flux irrotacional.

Dedicació: 10h

Grup gran/Teoria: 6h

Grup mitjà/Pràctiques: 4h

Mecànica quàntica

Descripció:

- 1) Introducció històrica i conceptual. Breu viatge per la física teòrica. Els fonaments experimentals de la física quàntica.
- 2) Mecànica quàntica I: la funció d'ona. Regles de la mecànica quàntica en una dimensió d'espai. L'equació de Schrödinger independent del temps. Principi d'incertesa de Heisenberg. Experiment de Stern-Gerlach. Espín. L'oscil·lador harmònic.
- 3) Mecànica quàntica II: postulats formals. Notació de Dirac. Relació de completesa. Estats purs. Observables. Resultats de mesures. Reducció de l'estat. Evolució temporal. Transformacions unitàries.

Dedicació: 24h

Grup gran/Teoria: 15h

Grup mitjà/Pràctiques: 9h

SISTEMA DE QUALIFICACIÓ

En acabar les dues primeres parts de l'assignatura es realitzarà un primer examen parcial que, en principi, seria eliminatori i tindria un pes del 45% en la nota final de l'assignatura.

En finalitzar el curs, l'alumne podrà triar entre realitzar un segon examen parcial sobre les dues parts restants, amb un pes del 45% sobre la nota final, o realitzar un examen final sobre la totalitat del temari, el valor del qual seria, en aquest cas, el 90% de la nota final.

El 10% restant s'obtindrà de la qualificació dels problemes que els alumnes hagin lliurat durant el curs.

Adicionalment, hi haurà un examen extraordinari al juliol per als estudiants suspesos

BIBLIOGRAFIA

Bàsica:

- Kundu, Pijush K; Cohen, Ira M; Dowling, David R. Fluid mechanics [en línia]. 5th ed. Amsterdam: Elsevier, cop. 2012 [Consulta: 01/06/2022]. Disponible a: <https://www.sciencedirect-com.recursos.biblioteca.upc.edu/book/9780123821003/fluid-mechanics>. ISBN 0123821010.
- José, Jorge V; Saletan, Eugene J. Classical dynamics : a contemporary approach. Cambridge: Cambridge University Press, 1998. ISBN 0521636361.
- Carroll, Sean M. Spacetime and geometry : an introduction to general relativity. San Francisco: Addison Wesley, cop. 2004. ISBN 0805387323.
- Galindo, Alberto; Pascual, Pedro. Quantum mechanics I. Springer-Verlag, 1990. ISBN 9783642838569.

Complementària:

- Jackson, John David. Classical electrodynamics. 3rd ed. New York: John Wiley & Sons, cop. 1999. ISBN 047143132X.
- Garrido Beltrán, Lluís; Pons Ràfols, Josep Maria. Mecànica quàntica. 2a ed. Barcelona: Universitat de Barcelona, 2007. ISBN 9788447532353.
- Feynman, Richard P; Leighton, Robert B; Sands, Matthew L. The Feynman lectures on physics [en línia]. New millennium ed. New York: Basic Books, cop. 2010 [Consulta: 26/06/2023]. Disponible a: https://www.feynmanlectures.caltech.edu/I_toc.html. ISBN 9780465024940.
- Woodhouse, N. M. J. Special relativity. Berlin: Springer-Verlag, cop. 2003. ISBN 9781852334260.
- Goldstein, Herbert; Safko, Joh; Poole, Charles P. Classical mechanics. 3rd ed. San Francisco: Addison-Wesley, cop. 2002. ISBN 0201657023.



RECURSOS

Enllaç web:

- Aaronson, S.. Recurs

Altres recursos:

Aaronson, S. : Introduction to quantum information science, curs a la UT (Austin), 2017. Els materials del curs es poden trobar aquí:
<https://www.scottaaronson.com/cs378/> />

2) Materials addicionals que es posaran a ATENEA.

Guia docent

200172 - MMT - Models Matemàtics de la Tecnologia

Última modificació: 26/06/2025

Unitat responsable: Facultat de Matemàtiques i Estadística
Unitat que imparteix: 749 - MAT - Departament de Matemàtiques.
Titulació: GRAU EN MATEMÀTIQUES (Pla 2009). (Assignatura obligatòria).
Curs: 2025 **Crèdits ECTS:** 9.0 **Idiomes:** Anglès

PROFESSORAT

Professorat responsable: JAIME FRANCH BULLICH

Altres:

CAPACITATS PRÈVIES

Càlcul en una i diverses variables, Àlgebra lineal, Geometria, Equacions diferencials ordinàries i en derivades parcials, Mètodes Numèrics, Física, Models matemàtics de la Física.

COMPETÈNCIES DE LA TITULACIÓ A LES QUALS CONTRIBUEIX L'ASSIGNATURA

Específiques:

- CE-1. Proposar, analitzar, validar i interpretar models de situacions reals senzilles, mitjançant les eines matemàtiques més adients als objectius que es vol aconseguir.
- CE-2. Resoldre problemes de Matemàtiques, mitjançant habilitats de càlcul bàsic i d'altres, tot planificant-ne la resolució en funció de les eines de què es disposi i de les restriccions de temps i recursos.
- CE-3. Utilitzar aplicacions informàtiques d'anàlisi estadístic, càlcul numèric i simbòlic, visualització gràfica, optimització o d'altres, per a experimentar en Matemàtiques i resoldre problemes.
- CE-4. Desenvolupar programes informàtics que resolguin problemes matemàtics, tot fent servir per a cada cas l'entorn computacional escaient.

Genèriques:

- CB-1. Demostrar posseir i comprendre coneixements de l'àrea de les Matemàtiques, construïts a partir de la base de l'educació secundària general i a un nivell que, tot recolzant-se en llibres de text avançats, inclogui també alguns aspectes que impliquin coneixements provinents de l'avantguarda de l'estudi de les Matemàtiques i de les seves aplicacions a la ciència i a la tecnologia.
- CB-2. Saber aplicar d'una forma professional els coneixements matemàtics al seu treball i posseir les capacitats que, a l'àrea de les Matemàtiques i en les seves aplicacions a la ciència i a la tecnologia, s'acostumen a demostrar mitjançant l'elaboració i defensa d'arguments i la resolució de problemes.
- CB-3. Tenir la capacitat de reunir i interpretar dades rellevants, a l'àrea de les Matemàtiques i en les seves aplicacions, per a emetre judicis que incloguin una reflexió sobre temes rellevants d'índole social, científica o ètica.
- CB-4. Ser capaç de transmetre conclusions, així com els coneixements i fonaments que les sustenten, tant a un públic especialitzat com al que no ho és, de manera clara i sense ambigüitats.
- CG-1. Comprendre i emprar el llenguatge matemàtic. Adquirir la capacitat d'enunciar propietats en diversos camps de la Matemàtica, de construir argumentacions, d'elaborar càlculs i de transmetre els coneixements matemàtics adquirits.
- CG-2. Conèixer demostracions rigoroses d'alguns teoremes clàssics en diferents àrees de la Matemàtica.
- CG-3. Assimilar la definició d'un nou objecte matemàtic en termes d'altres ja coneguts i ser capaç de fer servir aquest objecte en contextos diferents.
- CG-4. Saber abstroure les propietats estructurals (dels objectes matemàtics, de la realitat observada i d'altres àmbits), distingint-les de les que només són ocasionals. Poder comprovar-les amb demostracions o refutar-les mitjançant contraexemples, així com identificar errors en els raonaments incorrectes.
- CG-6. Detectar deficiències en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per a ampliar aquest coneixement.

Transversals:

14. EMPRENEDORIA I INNOVACIÓ: Conèixer i comprendre l'organització d'una empresa i les ciències que regeixen la seva activitat; capacitat per comprendre les regles laborals i les relacions entre la planificació, les estratègies industrials i comercials, la qualitat i el benefici.

15. SOSTENIBILITAT I COMPROMÍS SOCIAL: Conèixer i comprendre la complexitat dels fenòmens econòmics i socials típics de la societat del benestar; capacitat per relacionar el benestar amb la globalització i la sostenibilitat; habilitat per usar de forma equilibrada i compatible la tècnica, la tecnologia, l'economia i la sostenibilitat.

16. COMUNICACIÓ EFICAÇ ORAL I ESCRITA: Comunicar-se de forma oral i escrita amb altres persones sobre els resultats de l'aprenentatge, de l'elaboració del pensament i de la presa de decisions; participar en debats sobre temes de la pròpia especialitat.

17. TREBALL EN EQUIP: Ser capaç de treballar com a membre d'un equip, ja sigui com un membre més, o realitzant tasques de direcció amb la finalitat de contribuir a desenvolupar projectes amb pragmatisme i sentit de la responsabilitat, tot assumint compromisos considerant els recursos disponibles.

18. ÚS SOLVENT DELS RECURSOS D'INFORMACIÓ: Gestionar l'adquisició, l'estructuració, l'anàlisi i la visualització de dades i informació de l'àmbit d'especialitat i valorar de forma crítica els resultats d'aquesta gestió.

19. APRENENTATGE AUTÒNOM: Detectar mancances en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per ampliar aquest coneixement.

METODOLOGIES DOCENTS

El curs es divideix en dues activitats principals: les sessions de laboratori i els temes de tecnologia.

A les sessions de laboratori els estudiants es divideixen en grups de 3 o 4 estudiants per estudiar un problema diferent per a cada grup. Es tracta de problemes reals de tecnologia. Per a cada problema s'haurà de fer una presentació a mig quadrimestre i una presentació a final de curs, juntament amb un informe escrit.

Les sessions sobre temes de tecnologia es dedicaran a la introducció de diferents tecnologies, com ara les imatges digitals, els models 3D, els gràfics per ordinador i les aplicacions de la realitat virtual.

OBJECTIUS D'APRENENTATGE DE L'ASSIGNATURA

Capacitats a adquirir:

- Els estudiants han de ser capaços de reconèixer les possibilitats de la modelització matemàtica en situacions reals generades per la tecnologia
- Han de poder plantejar i resoldre un cas senzill, treballant en grup
- Han de desenvolupar les seves capacitats de treball en equip i de comunicació
- Han de conèixer mètodes bàsics de modelització matemàtica aplicada a situacions reals
- Han de conèixer les possibilitats d'emprenedoria que s'ofereixen en aquest tema

HORES TOTALES DE DEDICACIÓ DE L'ESTUDIANTAT

Tipus	Hores	Percentatge
Hores grup petit	28,5	12.67
Hores grup gran	34,5	15.33
Hores aprenentatge autònom	162,0	72.00

Dedicació total: 225 h

CONTINGUTS

Laboratori de Modelització

Descripció:

En les sessions de laboratori, els estudiants es divideixen en grups de 3-4 persones i estudien un problema diferent cada grup. El problema és un problema realista del món de la tecnologia. Sobre aquest problema s'han de fer presentacions parcials durant el curs, una presentació final i una memòria escrita.

Dedicació: 112h 30m

Grup petit/Laboratori: 30h

Aprenentatge autònom: 82h 30m

Temes de Tecnologia

Descripció:

Aquesta part del curs es dedica a la introducció de diverses tecnologies com les imatges digitals, els models d'escenes en 3D, la gràfica per ordinador i les aplicacions de realitat virtual.

En les sessions temàtiques, l'estudiantat ha de dominar les diferents tecnologies i desenvolupar diversos projectes i pràctiques.

Al final del curs, un examen avaluarà el nivell d'assoliment dels continguts del curs.

Dedicació: 112h 30m

Grup petit/Laboratori: 30h

Aprenentatge autònom: 82h 30m

SISTEMA DE QUALIFICACIÓ

La unitat "Ús solvent de la informació" és obligatòria i, addicionalment, atorga el 10% de la nota total.

El 90% restant es distribueix igualment entre les dues parts diferenciades de l'assignatura: 45% per la participació en el projecte de laboratori, i 45% per la part dels temes de tecnologia.

BIBLIOGRAFIA

Bàsica:

- Howison, Sam. Practical applied mathematics : modelling, analysis, approximation. New York: Cambridge University Press, 2005. ISBN 0521603692.

- Fowler, A.C. Mathematical models in the applied sciences. New York: Cambridge University Press, 1997. ISBN 0521467039.

- Erleben, Kenny; Sparring, Jon; Henriksen, Knud; Dohmann, Henrik. Physics-based animation [en línia]. Hingham: Charles River Media, 2005 [Consulta: 13/06/2025]. Disponible a: https://iphys.wordpress.com/wp-content/uploads/2020/01/erleben_ea05.pdf. ISBN 1584503807.

Complementària:

- Friedman, A.; Litman, W. Industrial mathematics : a course in solving real-world problems. Philadelphia: SIAM, 1994. ISBN 0898713242.

- Cumberbatch, E.; Fitt, A. Mathematical modeling: case studies from industry [en línia]. New York: Cambridge University Press, 2001 [Consulta: 21/06/2023]. Disponible a: <https://www-cambridge-org.recursos.biblioteca.upc.edu/core/books/mathematical-modeling/E196EE609B5320352722DC023BD878B2>. ISBN 9780521011730.

- Tayler, A. B. Mathematical models in applied mechanics. Oxford: The Clarendon Press, 2001. ISBN 0198515596.

- Holmes, Mark H. Introduction to the foundations of applied mathematics [en línia]. New York: Springer New York, 2009 [Consulta: 21/06/2023]. Disponible a: <https://link-springer-com.recursos.biblioteca.upc.edu/book/10.1007/978-0-387-87765-5>. ISBN 9780387877655.



- Witelsky, T.; Bowen, M. Methods of mathematical modelling. Cham (Switzerland): Springer, 2015. ISBN 9783319230412.
- Logan, J.D. Applied mathematics. Hoboken: Wiley-Interscience, 2013. ISBN 9781118475805.
- Bargteil, Adam W.; Shinar, Tamar. "An introduction to physics-based animation". Proceedings SIGGRAPH [en línia]. [Consulta: 13/06/2025]. Disponible a: <https://dl.acm.org/doi/10.1145/3305366.3328050>.
- Singh, Himanshu. Practical machine learning and image processing : for facial recognition, object detection, and pattern recognition using Python. California: Apress Berkeley, 2019. ISBN 9781484241486.

RECURSOS

Altres recursos:

<https://www.python.org/>

Guia docent

200252 - MUS - Música i Matemàtiques

Última modificació: 29/05/2025

Unitat responsable: Facultat de Matemàtiques i Estadística
Unitat que imparteix: 749 - MAT - Departament de Matemàtiques.
Titulació: GRAU EN MATEMÀTIQUES (Pla 2009). (Assignatura optativa).
Curs: 2025 **Crèdits ECTS:** 3.0 **Idiomes:** Català

PROFESSORAT

Professorat responsable: FRANCESC XAVIER GRACIA SABATE

Altres:

CAPACITATS PRÈVIES

Calen coneixements matemàtics genèrics com els adquirits en els dos primers anys d'un grau de ciència o enginyeria. Més particularment, cal estar familiaritzat amb les equacions diferencials i la resolució de problemes de contorn per a equacions en derivades parcials. També cal haver cursat estudis musicals a nivell mitjà, sense els quals l'assignatura té escassa motivació.

REQUISITS

Haver cursat alguna assignatura on s'expliquin equacions en derivades parcials a nivell bàsic.

COMPETÈNCIES DE LA TITULACIÓ A LES QUALS CONTRIBUEIX L'ASSIGNATURA

Específiques:

GM-CE1. CE-1. Proposar, analitzar, validar i interpretar models de situacions reals senzilles, mitjançant les eines matemàtiques més adients als objectius que es vol aconseguir.
GM-CE3. CE-3. Utilitzar aplicacions informàtiques d'anàlisi estadístic, càlcul numèric i simbòlic, visualització gràfica, optimització o d'altres, per a experimentar en Matemàtiques i resoldre problemes.
GM-CE5. Saber emprar eines de cerca de recursos bibliogràfics en Matemàtiques.
GM-CE6. Tenir capacitat per a resoldre problemes d'àmbit acadèmic, tècnic, de les finances o social, mitjançant mètodes matemàtics.

Genèriques:

GM-CB2. CB-2. Saber aplicar d'una forma professional els coneixements matemàtics al seu treball i posseir les capacitats que, a l'àrea de les Matemàtiques i en les seves aplicacions a la ciència i a la tecnologia, s'acostumen a demostrar mitjançant l'elaboració i defensa d'arguments i la resolució de problemes.
GM-CB4. CB-4. Ser capaç de transmetre conclusions, així com els coneixements i fonaments que les sustenten, tant a un públic especialitzat com al que no ho és, de manera clara i sense ambigüitats.
GM-CB5. Haver desenvolupat les habilitats d'aprenentatge que són necessàries per poder emprendre, amb un grau alt d'autonomia, estudis multidisciplinaris en disciplines científiques en què les Matemàtiques tenen un paper significatiu.

Transversals:

04 COE. COMUNICACIÓ EFICAC ORAL I ESCRITA: Comunicar-se de forma oral i escrita amb altres persones sobre els resultats de l'aprenentatge, de l'elaboració del pensament i de la presa de decisions; participar en debats sobre temes de la pròpia especialitat.
05 TEQ. TREBALL EN EQUIP: Ser capaç de treballar com a membre d'un equip, ja sigui com un membre més, o realitzant tasques de direcció amb la finalitat de contribuir a desenvolupar projectes amb pragmatisme i sentit de la responsabilitat, tot assumint compromisos considerant els recursos disponibles.
07 AAT. APRENENTATGE AUTÒNOM: Detectar mancances en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per ampliar aquest coneixement.

METODOLOGIES DOCENTS

Classes d'exposició teòrica, complementades amb audicions o vídeos, i la realització d'exercicis.

OBJECTIUS D'APRENENTATGE DE L'ASSIGNATURA

Estudiar algunes de les nombroses connexions entre la música i les matemàtiques, com ara la descripció del so produït pels instruments musicals, la construcció d'escales i sistemes d'afinació, i la descripció dels patrons que apareixen en les composicions musicals.

HORES TOTALS DE DEDICACIÓ DE L'ESTUDIANTAT

Tipus	Hores	Percentatge
Hores grup gran	15,0	20.00
Hores aprenentatge autònom	45,0	60.00
Hores grup petit	15,0	20.00

Dedicació total: 75 h

CONTINGUTS

Introducció

Descripció:

La música, l'art del so.

Dedicació: 1h

Grup gran/Teoria: 1h

Espectres dels instruments musicals

Descripció:

Classificació dels instruments musicals. L'equació de les ones. Corda vibrant. Tubs d'aire. Membranes. Barres, plaques...

Dedicació: 6h

Grup gran/Teoria: 6h

La percepció del so i el concepte de dissonància

Descripció:

L'oïda. Característiques del so. Teoria de la dissonància. Relació entre espectres i escales.

Dedicació: 5h

Grup gran/Teoria: 5h

Escales i sistemes d'afinació

Descripció:

Intervals i escales. Afinació pitagòrica. Afinació justa. Temperaments mesotònics. Temperaments irregulars. Altres escales. Escales generades per un interval.

Dedicació: 10h

Grup gran/Teoria: 10h

Simetries i estructures matemàtiques en la música

Descripció:

Divertiments musicals. Transformacions i simetries en l'espai musical. Mètodes de composició; dodecafonisme. Combinatòria d'escales i acords. Ritmes.

Dedicació: 8h

Grup gran/Teoria: 8h

SISTEMA DE QUALIFICACIÓ

15%: participació a classe i feines realitzades al llarg del curs;

15%: examen final breu, sobre conceptes bàsics;

70%: realització i exposició d'un treball final.

BIBLIOGRAFIA

Bàsica:

- Benson, David J. Music : a mathematical offering. Cambridge University Press, 2006. ISBN 0521619998.
- Rossing, Thomas D.; Wheeler, Paul A.; Moore, F. Richard. The science of sound. 3rd ed. San Francisco: Addison Wesley, cop. 2002. ISBN 0805385657.
- Fletcher, Neville H.; Rossing, Thomas D. The physics of musical instruments. 2nd ed. New York: Springer-Verlag, 1999. ISBN 0387983740.
- William A. Sethares. Tuning, timbre, spectrum, scale [en línia]. 2nd ed. London: Springer, 2004 [Consulta: 15/06/2023]. Disponible a: <https://link-springer-com.recursos.biblioteca.upc.edu/book/10.1007/b138848>. ISBN 9786610337293.
- Goldáraz Gaínza, J. Javier. Afinación y temperamentos históricos. Madrid: Alianza, 2004. ISBN 8420665460.

RECURSOS

Altres recursos:

Es pot trobar més informació dins la pàgina <https://web.mat.upc.edu/xavier.gracia/musmat>.

Guia docent

200152 - PM - Programació Matemàtica

Última modificació: 29/05/2025

Unitat responsable: Facultat de Matemàtiques i Estadística
Unitat que imparteix: 715 - EIO - Departament d'Estadística i Investigació Operativa.

Titulació: GRAU EN MATEMÀTIQUES (Pla 2009). (Assignatura obligatòria).

Curs: 2025 **Crèdits ECTS:** 7.5 **Idiomes:** Català

PROFESSORAT

Professorat responsable: JORDI CASTRO PÉREZ

Altres:

CAPACITATS PRÈVIES

Àlgebra lineal, Càlcul en una variable, Càlcul Diferencial, Àlgebra Lineal Numèrica.

COMPETÈNCIES DE LA TITULACIÓ A LES QUALS CONTRIBUEIX L'ASSIGNATURA

Específiques:

1. CE-2. Resoldre problemes de Matemàtiques, mitjançant habilitats de càlcul bàsic i d'altres, tot planificant-ne la resolució en funció de les eines de què es disposi i de les restriccions de temps i recursos.
2. CE-3. Utilitzar aplicacions informàtiques d'anàlisi estadístic, càlcul numèric i simbòlic, visualització gràfica, optimització o d'altres, per a experimentar en Matemàtiques i resoldre problemes.
3. CE-4. Desenvolupar programes informàtics que resolguin problemes matemàtics, tot fent servir per a cada cas l'entorn computacional escaient.

Genèriques:

4. CB-1. Demostrar posseir i comprendre coneixements de l'àrea de les Matemàtiques, construïts a partir de la base de l'educació secundària general i a un nivell que, tot recolzant-se en llibres de text avançats, inclogui també alguns aspectes que impliquin coneixements provinents de l'avantguarda de l'estudi de les Matemàtiques i de les seves aplicacions a la ciència i a la tecnologia.
5. CB-2. Saber aplicar d'una forma professional els coneixements matemàtics al seu treball i posseir les capacitats que, a l'àrea de les Matemàtiques i en les seves aplicacions a la ciència i a la tecnologia, s'acostumen a demostrar mitjançant l'elaboració i defensa d'arguments i la resolució de problemes.
6. CB-3. Tenir la capacitat de reunir i interpretar dades rellevants, a l'àrea de les Matemàtiques i en les seves aplicacions, per a emetre judicis que incloguin una reflexió sobre temes rellevants d'índole social, científica o ètica.
7. CG-1. Comprendre i emprar el llenguatge matemàtic. Adquirir la capacitat d'enunciar propietats en diversos camps de la Matemàtica, de construir argumentacions, d'elaborar càlculs i de transmetre els coneixements matemàtics adquirits.
8. CG-2. Conèixer demostracions rigoroses d'alguns teoremes clàssics en diferents àrees de la Matemàtica.
9. CG-3. Assimilar la definició d'un nou objecte matemàtic en termes d'altres ja coneguts i ser capaç de fer servir aquest objecte en contextos diferents.
10. CG-4. Saber abstrure les propietats estructurals (dels objectes matemàtics, de la realitat observada i d'altres àmbits), distingint-les de les que només són ocasionals. Poder comprovar-les amb demostracions o refutar-les mitjançant contraexemples, així com identificar errors en els raonaments incorrectes.
12. CG-6. Detectar deficiències en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per a ampliar aquest coneixement.

Transversals:

11. APRENENTATGE AUTÒNOM: Detectar mancances en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per ampliar aquest coneixement.

METODOLOGIES DOCENTS

Les classes de teoria seran essencialment exposicions del professor, incloent exemples detallats. A les classes de problemes hi haurà uns problemes resolts pel professor i d'altres, proposats prèviament, que exposaran els estudiants.

Es faran algunes sessions pràctiques per introduir als estudiants software d'optimització matemàtica i aplicacions, especialment del camp de la ciència de dades.

OBJECTIUS D'APRENTATGE DE L'ASSIGNATURA

Introduir a l'estudiant en els fonaments i les aplicacions de la Programació Matemàtica.

- Que l'estudiant adquireixi una panoràmica dels models de la Programació Matemàtica i de les seves aplicacions, en particular del camp de la ciència de dades.
- Que l'estudiant conegui la metodologia de construcció dels models de la Programació Matemàtica i llur paper en els processos de presa de decisions quantitatives.
- Que l'estudiant conegui les àrees bàsiques de la Programació Matemàtica, com ara la programació lineal i entera, i la programació no lineal.
- Que l'estudiant conegui els fonaments teòrics de les classes de models considerades.
- Que l'estudiant conegui els principals procediments algorísmics per a resolució de les classes de models considerades.
- Que l'estudiant pugui aplicar de forma pràctica dels algorismes estudiats mitjançant el software de Programació Matemàtica disponible a la Facultat.

HORES TOTALS DE DEDICACIÓ DE L'ESTUDIANTAT

Tipus	Hores	Percentatge
Hores grup petit	30,0	16.00
Hores aprenentatge autònom	112,5	60.00
Hores grup gran	45,0	24.00

Dedicació total: 187.5 h

CONTINGUTS

Introducció.

Descripció:

La Programació Matemàtica. Metodologia de construcció de models de Programació Matemàtica. El paper dels models en els processos de presa de decisions quantitatives. Principals classes de models de Programació Matemàtica: lineals, enters, fluxos en xarxes, no lineals, estocàstics, etc.

Dedicació: 23h 30m

Grup gran/Teoria: 4h 30m

Grup mitjà/Pràctiques: 3h

Aprenentatge autònom: 16h

Programació lineal.

Descripció:

Definició de problema de programació lineal i exemples. Geometria de la programació lineal: conjunts factibles i poliedres; solucions òptimes, punts extrems i solucions bàsiques factibles. L'algorisme del símplex primal: desenvolupament, convergència i complexitat computacional. Teoria de dualitat: definició de problema dual i exemples, teoremes de dualitat. Dualitat i teorema de flux màxim - tall mínim. Algorisme del simplex dual: desenvolupament i convergència. Anàlisi de sensibilitat.

Dedicació: 47h 30m

Grup gran/Teoria: 13h 30m

Grup mitjà/Pràctiques: 6h

Grup petit/Laboratori: 3h

Aprenentatge autònom: 25h

Programació lineal entera

Descripció:

Definició de problema de programació lineal entera i exemples. Relaxació lineal. Formulacions vàlides, fortes i ideals. Algorismes de programació entera: branch and bound, plans de talls de Gomory, branch and cut.

Dedicació: 18h 30m

Grup gran/Teoria: 6h

Grup mitjà/Pràctiques: 4h

Aprenentatge autònom: 8h 30m

Programació no lineal sense restriccions

Descripció:

Models d'optimització no lineal. Convexitat. Existència i caracteritzacions de les solucions de problemes d'optimització sense restriccions: condicions de primer i segon ordre. Convergència: condicions d'Armijo-Wolfe. El mètode del gradient. El mètode de Newton.

Dedicació: 28h 30m

Grup gran/Teoria: 7h 30m

Grup mitjà/Pràctiques: 5h

Aprenentatge autònom: 16h

Programació no lineal amb restriccions

Descripció:

Problemes de Programació no Lineal amb restriccions. Convexitat. La funció Lagrangiana. Condicions d'optimalitat necessàries de primer ordre: condicions de Karush-Kuhn-Tucker. Condicions suficients. Anàlisi de sensibilitat.

Dedicació: 34h 30m

Grup gran/Teoria: 11h 30m

Grup mitjà/Pràctiques: 7h

Aprenentatge autònom: 16h

SISTEMA DE QUALIFICACIÓ

Hi haurà un examen parcial no alliberador (ExP) i un examen final de tota la matèria (ExF). La nota final NF de l'assignatura serà:

$$NF = \max\{ExF, 0.7 ExF + 0.3 ExP\}$$

Adicionalment, hi haurà un examen extraordinari al juliol per als estudiants suspesos (A la convocatòria extraordinària només es tindrà en compte la nota de l'examen extraordinari)

BIBLIOGRAFIA

Bàsica:

- Bertsimas, Dimitris; Tsitsiklis, John N. Introduction to linear optimization. Belmont: Athena Scientific, 1997. ISBN 1886529191.
- Nocedal, Jorge ; Wright, Stephen J. Numerical optimization [en línia]. 2nd ed. Springer Science + Business Media, 2006 [Consulta: 20/06/2023]. Disponible a: <https://link-springer-com.recursos.biblioteca.upc.edu/book/10.1007/978-0-387-40065-5>. ISBN 0387303030.
- Wolsey, Laurence A. Integer programming. New York: John Wiley & Sons, 1998. ISBN 0471283665.
- Fourer, Robert; Gay, David M.; Kernighan, Brian W. AMPL : a modeling language for mathematical programming. 2nd ed. Pacific Grove, CA: Thomson/Brooks/Cole, 2003. ISBN 0534388094.

Complementària:

- Sra, Suvrit; Nowozin, Sebastian; Wright, Stephen J. Optimization for machine learning [en línia]. Cambridge: MIT Press, 2011 [Consulta: 24/05/2024]. Disponible a: <https://ebookcentral-proquest-com.recursos.biblioteca.upc.edu/lib/upcatalunya-ebooks/detail.action?pq-origsite=primo&docID=3339310>. ISBN 9780262298773.

Guia docent

200213 - SD - Sistemes Dinàmics

Última modificació: 22/06/2025

Unitat responsable: Facultat de Matemàtiques i Estadística
Unitat que imparteix: 749 - MAT - Departament de Matemàtiques.
Titulació: GRAU EN MATEMÀTIQUES (Pla 2009). (Assignatura optativa).
Curs: 2025 **Crèdits ECTS:** 6.0 **Idiomes:** Català

PROFESSORAT

Professorat responsable: M.TERESA MARTÍNEZ-SEARA

Altres:

CAPACITATS PRÈVIES

Coneixements bàsics sobre la teoria d'equacions diferencials ordinàries (desenvolupats a l'assignatura d'Equacions Diferencials).
Coneixements bàsics de l'assignatura d'anàlisi real.

COMPETÈNCIES DE LA TITULACIÓ A LES QUALS CONTRIBUEIX L'ASSIGNATURA

Específiques:

3. CE-2. Resoldre problemes de Matemàtiques, mitjançant habilitats de càlcul bàsic i d'altres, tot planificant-ne la resolució en funció de les eines de què es disposi i de les restriccions de temps i recursos.
4. CE-4. Desenvolupar programes informàtics que resolguin problemes matemàtics, tot fent servir per a cada cas l'entorn computacional escaient.
5. Tenir capacitat per a resoldre problemes d'àmbit acadèmic, tècnic, de les finances o social, mitjançant mètodes matemàtics.
13. CE-1. Proposar, analitzar, validar i interpretar models de situacions reals senzilles, mitjançant les eines matemàtiques més adients als objectius que es vol aconseguir.
14. CE-3. Utilitzar aplicacions informàtiques d'anàlisi estadístic, càlcul numèric i simbòlic, visualització gràfica, optimització o d'altres, per a experimentar en Matemàtiques i resoldre problemes.

Genèriques:

1. CB-4. Ser capaç de transmetre conclusions, així com els coneixements i fonaments que les sustenten, tant a un públic especialitzat com al que no ho és, de manera clara i sense ambigüitats.
2. Haver desenvolupat les habilitats d'aprenentatge que són necessàries per poder emprendre, amb un grau alt d'autonomia, estudis multidisciplinaris en disciplines científiques en què les Matemàtiques tenen un paper significatiu.
6. CG-1. Comprendre i emprar el llenguatge matemàtic. Adquirir la capacitat d'enunciar propietats en diversos camps de la Matemàtica, de construir argumentacions, d'elaborar càlculs i de transmetre els coneixements matemàtics adquirits.
7. CG-2. Conèixer demostracions rigoroses d'alguns teoremes clàssics en diferents àrees de la Matemàtica.
8. CG-3. Assimilar la definició d'un nou objecte matemàtic en termes d'altres ja coneguts i ser capaç de fer servir aquest objecte en contextos diferents.
9. CG-4. Saber abstraure les propietats estructurals (dels objectes matemàtics, de la realitat observada i d'altres àmbits), distingint-les de les que només són ocasionals. Poder comprovar-les amb demostracions o refutar-les mitjançant contraexemples, així com identificar errors en els raonaments incorrectes.
10. CG-6. Detectar deficiències en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per a ampliar aquest coneixement.

Transversals:

11. COMUNICACIÓ EFICAÇ ORAL I ESCRITA: Comunicar-se de forma oral i escrita amb altres persones sobre els resultats de l'aprenentatge, de l'elaboració del pensament i de la presa de decisions; participar en debats sobre temes de la pròpia especialitat.
12. APRENENTATGE AUTÒNOM: Detectar mancances en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per ampliar aquest coneixement.

METODOLOGIES DOCENTS

L'assignatura consta de quatre hores setmanals que inclouran els aspectes teòrics i pràctics dels sistemes dinàmics, així com resolució de problemes i elaboració de projectes individuals o en grup.

Per afavorir l'aprenentatge autònom dels/les estudiants, se'ls assignarà, durant el curs, problemes seleccionats de la llista de problemes/petits projectes durant el curs i un projecte final d'iniciació a la recerca. Els problemes i projectes s'hauran d'exposar davant de la resta d'estudiants.

Hi haurà un examen de repàs de continguts a final de curs on hi podran aparèixer tant preguntes teòriques com problemes similars als fets a classe.

OBJECTIUS D'APRENTATGE DE L'ASSIGNATURA

Com a objectius d'aprenentatge es vol que, un cop cursada l'assignatura, el/la estudiant tingui al seu abast un conjunt de tècniques i resultats que li permetin abordar els aspectes bàsics de la descripció i anàlisi de sistemes dinàmics, ja siguin discrets o modelats a través d'equacions diferencials. Addicionalment es vol que tingui una visió àmplia dels problemes oberts dins l'àrea dels sistemes dinàmics, i hagi adquirit les eines per poder iniciar-se en la recerca, tant en problemes de sistemes dinàmics abstractes com en aplicacions a models de la física com, per exemple, la mecànica celeste.

HORES TOTALES DE DEDICACIÓ DE L'ESTUDIANTAT

Tipus	Hores	Percentatge
Hores grup gran	30,0	20.00
Hores aprenentatge autònom	90,0	60.00
Hores grup petit	30,0	20.00

Dedicació total: 150 h

CONTINGUTS

Alguns problemes oberts en sistemes dinàmics

Descripció:

Per començar el curs explicarem alguns problemes de sistemes dinàmics del que no es coneix la seva solució malgrat la seva importància.

La idea és motivar les eines que explicarem la resta del curs.

Objectius específics:

Conneixer alguns problemes importants de sistemes dinàmics, entendre les equacions que els modelen.

Activitats vinculades:

Aquestes classes seran únicament teòriques.

Dedicació: 4h

Grup gran/Teoria: 4h

Dinàmica en dimensió baixa

Descripció:

Aplicacions de l'interval. Tipus d'òrbites. Estudi de la família quadràtica. Dinàmica simbòlica. Shift de Bernoulli. Caos.

Dedicació: 17h

Grup gran/Teoria: 4h

Grup petit/Laboratori: 4h

Aprenentatge autònom: 9h

Sistemes Lineals

Descripció:

Sistemes lineals. Classificació de sistemes lineals. Sistemes lineals no autònoms. Estabilitat i conjugació de sistemes periòdics.

Dedicació: 17h

Grup gran/Teoria: 4h

Grup petit/Laboratori: 4h

Aprenentatge autònom: 9h

Objectes invariants de fluxos i difeomorfismes

Descripció:

Punts crítics de camps i punts fixos de difeomorfismes. Òrbites periòdiques de camps. Aplicació de Poincaré. Punts hiperbòlics. Varietats estable i inestable. Conjugació i equivalència. Teorema del redreçament del flux. Teorema de Hartman. Punts no hiperbòlics. Teorema de la varietat central

Dedicació: 59h

Grup gran/Teoria: 10h

Grup petit/Laboratori: 10h

Aprenentatge autònom: 39h

Fluxos en el pla

Descripció:

Sistemes plans. Teorema de Poincaré-Bendixson. Sistemes de Liénard. Introducció a la teoria de bifurcacions

Dedicació: 13h

Grup gran/Teoria: 2h

Grup petit/Laboratori: 2h

Aprenentatge autònom: 9h

Dinàmica Global

Descripció:

Varietats invariants globals. Punts homoclíncics i heteroclíncics. La ferradura de Smale. Teorema homoclínic de Smale. Escissió de separatrius. Mètode de Poincaré-Melnikov-Arnol'd.

Dedicació: 36h

Grup gran/Teoria: 6h

Grup petit/Laboratori: 6h

Aprenentatge autònom: 24h

SISTEMA DE QUALIFICACIÓ

Hi haurà un examen a final de curs. La nota de l'examen correspondrà a un 25% de la nota final.

S'avaluarà l'exposició oral i la resolució escrita dels problemes i projectes assignats durant el curs, així com la participació a les classes. Aquesta nota correspondrà a un 50% de la nota final.

S'avaluarà la realització del treball final, la memòria escrita i la seva exposició oral en un 25% a la nota final.

NORMES PER A LA REALITZACIÓ DE LES PROVES.

Els problemes i projectes assignats es realitzaran individualment o en grup. El treball final es podrà realitzar en grups de com a màxim de dues persones.

BIBLIOGRAFIA

Bàsica:

- Devaney, Robert L. An Introduction to chaotic dynamical systems. 2nd ed. Reading, MA [etc.]: Westview, 2003. ISBN 813340853.
- Sotomayor Tello, Jorge Manuel. Lições de equações diferenciais ordinárias. Rio de Janeiro: Instituto de Matemática Pura e Aplicada (IMPA), 1979. ISBN 9216050624.
- Arrowsmith, D.K. ; Place, C.M. An Introduction to dynamical systems. Cambridge: Cambridge University Press, 1990. ISBN 0521303621.
- Guckenheimer, J. ; Holmes, P. Nonlinear oscillations, dynamical systems, and bifurcations of vector fields. New York, NY: Springer-Verlag, 1983. ISBN 0387908196.
- Pollard, Harry. Mathematical introduction to celestial mechanics. Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1966.
- Meyer, Kenneth R.; Hall, G.R.; Offin, D. Introduction to Hamiltonian dynamical systems and the n-body problem [en línia]. New York: Springer-Verlag, 2009 [Consulta: 20/06/2023]. Disponible a: <https://link-springer-com.recursos.biblioteca.upc.edu/book/10.1007/978-0-387-09724-4>. ISBN 9780387097237.
- Strogatz, Steven H. Nonlinear dynamics and chaos : with applications to physics, biology, chemistry and engineering [en línia]. Boulder: Westview Press, 2015 [Consulta: 23/06/2022]. Disponible a: <https://ebookcentral-proquest-com.recursos.biblioteca.upc.edu/lib/upcatalunya-ebooks/detail.action?pq-origsite=primo&docID=1181622>. ISBN 0429972199.
- Meiss, J. D. Differential dynamical systems [en línia]. Philadelphia: Society for Industrial & Applied Mathematics, 2007 [Consulta: 20/06/2023]. Disponible a: <http://epubs.siam.org/doi/book/10.1137/1.9780898718232>. ISBN 9780898716351.
- Robinson, Clark. Dynamical systems : stability, symbolic dynamics, and chaos. 2nd ed. CRC Press, 1999. ISBN 0849384958.
- Wiggins, Stephen. Introduction to applied nonlinear dynamical systems and chaos [en línia]. 2nd ed. New York [etc.]: Springer-Verlag, cop. 2003 [Consulta: 20/06/2023]. Disponible a: <https://link-springer-com.recursos.biblioteca.upc.edu/book/10.1007/b97481>. ISBN 9786610188161.
- Brauer, Fred; Castillo-Chávez, Carlos. Mathematical models in population biology and epidemiology [en línia]. 2nd ed. New York: Springer, cop. 2012 [Consulta: 16/06/2025]. Disponible a: <https://ebookcentral-proquest-com.recursos.biblioteca.upc.edu/lib/upcatalunya-ebooks/detail.action?pq-origsite=primo&docID=3070377>. ISBN 0387989021.
- Baldomá, Imma; Martín, Pau. Introducció als Sistemes Dinàmics. Apunts [en línia]. UPCcomons, 2018 [Consulta: 16/06/2025]. Disponible a: <https://upcommons.upc.edu/handle/2117/385892>.

Guia docent

200212 - TCL - Teoria de Control

Última modificació: 03/06/2025

Unitat responsable: Facultat de Matemàtiques i Estadística
Unitat que imparteix: 749 - MAT - Departament de Matemàtiques.
Titulació: GRAU EN MATEMÀTIQUES (Pla 2009). (Assignatura optativa).
Curs: 2025 **Crèdits ECTS:** 6.0 **Idiomes:** Anglès

PROFESSORAT

Professorat responsable: JOSEP MARIA OLM MIRAS

Altres:

CAPACITATS PRÈVIES

Àlgebra lineal, càlcul elemental en una i diverses variables, equacions diferencials. És recomanable però no imprescindible tenir coneixements de geometria diferencial.

COMPETÈNCIES DE LA TITULACIÓ A LES QUALS CONTRIBUEIX L'ASSIGNATURA

Específiques:

3. CE-2. Resoldre problemes de Matemàtiques, mitjançant habilitats de càlcul bàsic i d'altres, tot planificant-ne la resolució en funció de les eines de què es disposi i de les restriccions de temps i recursos.
4. CE-4. Desenvolupar programes informàtics que resolguin problemes matemàtics, tot fent servir per a cada cas l'entorn computacional escaient.
5. Tenir capacitat per a resoldre problemes d'àmbit acadèmic, tècnic, de les finances o social, mitjançant mètodes matemàtics.
13. CE-1. Proposar, analitzar, validar i interpretar models de situacions reals senzilles, mitjançant les eines matemàtiques més adients als objectius que es vol aconseguir.
14. CE-3. Utilitzar aplicacions informàtiques d'anàlisi estadístic, càlcul numèric i simbòlic, visualització gràfica, optimització o d'altres, per a experimentar en Matemàtiques i resoldre problemes.

Genèriques:

1. CB-4. Ser capaç de transmetre conclusions, així com els coneixements i fonaments que les sustenten, tant a un públic especialitzat com al que no ho és, de manera clara i sense ambigüitats.
2. Haver desenvolupat les habilitats d'aprenentatge que són necessàries per poder emprendre, amb un grau alt d'autonomia, estudis multidisciplinaris en disciplines científiques en què les Matemàtiques tenen un paper significatiu.
6. CG-1. Comprendre i emprar el llenguatge matemàtic. Adquirir la capacitat d'enunciar propietats en diversos camps de la Matemàtica, de construir argumentacions, d'elaborar càlculs i de transmetre els coneixements matemàtics adquirits.
7. CG-2. Conèixer demostracions rigoroses d'alguns teoremes clàssics en diferents àrees de la Matemàtica.
8. CG-3. Assimilar la definició d'un nou objecte matemàtic en termes d'altres ja coneguts i ser capaç de fer servir aquest objecte en contextos diferents.
9. CG-4. Saber abstraure les propietats estructurals (dels objectes matemàtics, de la realitat observada i d'altres àmbits), distingint-les de les que només són ocasionals. Poder comprovar-les amb demostracions o refutar-les mitjançant contraexemples, així com identificar errors en els raonaments incorrectes.
10. CG-6. Detectar deficiències en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per a ampliar aquest coneixement.

Transversals:

11. COMUNICACIÓ EFICAÇ ORAL I ESCRITA: Comunicar-se de forma oral i escrita amb altres persones sobre els resultats de l'aprenentatge, de l'elaboració del pensament i de la presa de decisions; participar en debats sobre temes de la pròpia especialitat.
12. APRENENTATGE AUTÒNOM: Detectar mancances en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per ampliar aquest coneixement.

METODOLOGIES DOCENTS

Es distingeixen classes de teoria i classes de problemes.

- A teoria, a partir d'un nombre mínim de conceptes bàsics es presentarà la teoria de sistemes lineals. Naturalment es recorrerà als exemples tant per a motivar com per a il·lustrar els resultats teòrics.
- A problemes, els estudiants posaran en pràctica els resultats de teoria havent de recórrer eventualment a coneixements que se'ls suposa.

OBJECTIUS D'APRENTATGE DE L'ASSIGNATURA

1. Identificar un sistema de control i distingir entre les variables d'estat, les entrades i les sortides.
2. Aplicar a sistemes de control els resultats d'existència i unicitat d'equacions diferencials.
3. Calcular les matrius de controlabilitat i observabilitat i decidir la controlabilitat i observabilitat d'un sistema.
4. Calcular les diferents formes canòniques i usar-les en el disseny de controladors.
5. Calcular funcions i matrius de transferència i utilitzar-les per al disseny de controladors.
6. Entendre i usar els mètodes freqüencials per trobar les respostes a diferents entrades.
7. Dissenyar controladors PID.
8. Decidir la controlabilitat i observabilitat de sistemes no lineals.
9. Linealitzar sistemes no lineals i utilitzar-ho per al disseny de controladors.
10. Conèixer els conceptes bàsics de control en mode de lliscament i control adaptatiu.

HORES TOTALES DE DEDICACIÓ DE L'ESTUDIANT

Tipus	Hores	Percentatge
Hores grup petit	30,0	20.00
Hores aprenentatge autònom	90,0	60.00
Hores grup gran	30,0	20.00

Dedicació total: 150 h

CONTINGUTS

Introducció a la teoria de control

Descripció:

Aspectes bàsics i terminologia. Breu història. Representació de sistemes. Linealització de sistemes no lineals en un punt d'equilibri.

Dedicació: 2h

Grup gran/Teoria: 2h

Sistemes lineals: representació en espai d'estats

Descripció:

Comportament anòmal degut a la manca de controlabilitat o observabilitat. Definicions de controlabilitat i observabilitat. Teoremes. Dualitat. Formes canòniques de controlabilitat i observabilitat. Resposta a l'impuls. Convolució.

Dedicació: 6h

Grup gran/Teoria: 6h

Sistemes lineals: representació entrada-sortida

Descripció:

Transformades de Laplace i Fourier. Funcions de transferència. Funcions de transferència com a transformada de Laplace d'una resposta impulsional. Interconnexió i realimentació. De la representació en espai d'estats a la representació entrada-sortida i viceversa. Controlabilitat i observabilitat. Resposta freqüencial per a sistemes SISO. Diagrames polars i de Bode. Propietats de la resposta freqüencial.

Dedicació: 6h

Grup gran/Teoria: 6h

Estabilitat

Descripció:

Estabilitat interna. Estabilitat entrada-sortida. Identificació d'arrels de polinomis en C^+ . Mètodes en el domini freqüencial: el criteri de Nyquist. El cas dels sistemes no lineals: estabilitat de Lyapunov. Linealització i estabilitat local. Mètode directe de Lyapunov. Teoremes de conjunts invariants. Anàlisi de Lyapunov de sistemes LTI.

Dedicació: 8h

Grup gran/Teoria: 8h

Diseny de controladors

Descripció:

Resposta al graó de sistemes de primer i segon ordre. Error en estat estacionari. Disseny algebraic. Controladors PID.

Dedicació: 4h

Grup gran/Teoria: 4h

Sistemes no lineals: controlabilitat i observabilitat

Descripció:

Introducció als sistemes no lineals: forma afí, camps vectorials, derivades de Lie. Eines de geometria diferencial: parèntesi de Lie, distribucions i codistribucions, teorema de Frobenius. Descomposició local de sistemes de control. Controlabilitat i accessibilitat. Caracteritzacions. Observabilitat.

Dedicació: 6h

Grup gran/Teoria: 6h

Linealització de sistemes. Platitud. Disseny de controladors

Descripció:

Linealització per realimentació estàtica: definició i resultat principal. Platitud diferencial: alguns resultats i problemes oberts. Utilitat de la linealització per realimentació en el disseny de controladors.

Dedicació: 10h

Grup gran/Teoria: 10h

Control en mode de lliscament

Descripció:

Sistemes híbrids. Sistemes d'estructura variable. Control en mode de lliscament. Mètodes geomètrics. Estabilització de sistemes.

Dedicació: 6h

Grup gran/Teoria: 6h

Control adaptatiu

Descripció:

Conceptes bàsics de control adaptatiu. Control adaptatiu per model de referència. Anàlisi avançada d'estabilitat: Lema de Barbalat. L'algoritme de síntesi de controlador minimal.

Dedicació: 5h

Grup gran/Teoria: 5h

Presentació i defensa de treballs

Dedicació: 7h

Grup gran/Teoria: 7h

SISTEMA DE QUALIFICACIÓ

- Els estudiants hauran de lliurar exercicis periòdicament.
- Presentació i defensa d'un treball a triar entre una llista proposada pel professorat o a iniciativa de l'estudiant i acceptada pel professorat.

BIBLIOGRAFIA

Bàsica:

- Lewis, Andrew. A Mathematical approach to classical control [en línia]. Preprint. [Consulta: 23/11/2012]. Disponible a: <https://mast.queensu.ca/~andrew/teaching/pdf/332-notes.pdf>.
- Isidori, Alberto. Nonlinear control systems. 3rd ed. Springer-Verlag, 1995. ISBN 3540199160.
- Slotine, Jean-Jacques; Li, Weiping. Applied nonlinear control. Prentice-Hall, 1991. ISBN 0130408905.
- Khalil, Hassan. Nonlinear systems. 3rd. Prentice-Hall, 2002. ISBN 0130673897.

Complementària:

- Kailath, Thomas. Linear systems. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1980. ISBN 0135369614.

Guia docent

200201 - TG - Teoria de Galois

Última modificació: 22/06/2025

Unitat responsable: Facultat de Matemàtiques i Estadística
Unitat que imparteix: 749 - MAT - Departament de Matemàtiques.
Titulació: GRAU EN MATEMÀTIQUES (Pla 2009). (Assignatura optativa).
Curs: 2025 **Crèdits ECTS:** 6.0 **Idiomes:** Català

PROFESSORAT

Professorat responsable: BERNAT PLANS BERENGUER

Altres:

CAPACITATS PRÈVIES

Continguts d'Estructures Algebraiques: grups de permutacions, anells de polinomis, cossos.

REQUISITS

L'assignatura Estructures Algebraiques de tercer curs.

COMPETÈNCIES DE LA TITULACIÓ A LES QUALS CONTRIBUEIX L'ASSIGNATURA

Específiques:

3. CE-2. Resoldre problemes de Matemàtiques, mitjançant habilitats de càlcul bàsic i d'altres, tot planificant-ne la resolució en funció de les eines de què es disposi i de les restriccions de temps i recursos.
4. CE-4. Desenvolupar programes informàtics que resolguin problemes matemàtics, tot fent servir per a cada cas l'entorn computacional escaient.
5. Tenir capacitat per a resoldre problemes d'àmbit acadèmic, tècnic, de les finances o social, mitjançant mètodes matemàtics.

Genèriques:

1. CB-4. Ser capaç de transmetre conclusions, així com els coneixements i fonaments que les sustenten, tant a un públic especialitzat com al que no ho és, de manera clara i sense ambigüitats.
2. Haver desenvolupat les habilitats d'aprenentatge que són necessàries per poder emprendre, amb un grau alt d'autonomia, estudis multidisciplinaris en disciplines científiques en què les Matemàtiques tenen un paper significatiu.
6. CG-1. Comprendre i emprar el llenguatge matemàtic. Adquirir la capacitat d'enunciar propietats en diversos camps de la Matemàtica, de construir argumentacions, d'elaborar càlculs i de transmetre els coneixements matemàtics adquirits.
7. CG-2. Conèixer demostracions rigoroses d'alguns teoremes clàssics en diferents àrees de la Matemàtica.
8. CG-3. Assimilar la definició d'un nou objecte matemàtic en termes d'altres ja coneguts i ser capaç de fer servir aquest objecte en contextos diferents.
9. CG-4. Saber abstraure les propietats estructurals (dels objectes matemàtics, de la realitat observada i d'altres àmbits), distingint-les de les que només són ocasionals. Poder comprovar-les amb demostracions o refutar-les mitjançant contraexemples, així com identificar errors en els raonaments incorrectes.
10. CG-6. Detectar deficiències en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per a ampliar aquest coneixement.

Transversals:

11. COMUNICACIÓ EFICAÇ ORAL I ESCRITA: Comunicar-se de forma oral i escrita amb altres persones sobre els resultats de l'aprenentatge, de l'elaboració del pensament i de la presa de decisions; participar en debats sobre temes de la pròpia especialitat.
12. APRENENTATGE AUTÒNOM: Detectar mancances en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per ampliar aquest coneixement.

METODOLOGIES DOCENTS

Classes de teoria en les quals el professor explica els continguts de l'assignatura, i classes de problemes en les quals els estudiants i el professor resoldran els exercicis proposats.

OBJECTIUS D'APRENTATGE DE L'ASSIGNATURA

Conceptes i resultats bàsics de la teoria de Galois i les aplicacions d'aquesta teoria a la resolució per radicals d'equacions polinòmiques i les construccions geomètriques amb regla i compàs.

HORES TOTALS DE DEDICACIÓ DE L'ESTUDIANTAT

Tipus	Hores	Percentatge
Hores grup gran	30,0	20.00
Hores grup petit	30,0	20.00
Hores aprenentatge autònom	90,0	60.00

Dedicació total: 150 h

CONTINGUTS

Extensions de cossos. Automorfismes.

Descripció:

Extensions normals. Separabilitat. Grup d'automorfismes.

Dedicació: 42h

Grup gran/Teoria: 6h

Grup petit/Laboratori: 6h

Aprenentatge autònom: 30h

Teoria de Galois

Descripció:

Extensions de Galois. Teorema fonamental de la teoria de Galois. Grup de Galois d'un polinomi. Cossos finits.

Dedicació: 45h

Grup gran/Teoria: 9h

Grup petit/Laboratori: 9h

Aprenentatge autònom: 27h

Aplicacions

Descripció:

El Teorema fonamental de l'Àlgebra. Discriminants. Polinomis de graus 3 i 4. Resolubilitat per radicals.

Dedicació: 45h

Grup gran/Teoria: 9h

Grup petit/Laboratori: 9h

Aprenentatge autònom: 27h

Extensions algebriques infinites

Descripció:

Extensions de Galois infinites. Topologia de Krull.

Dedicació: 30h

Grup gran/Teoria: 6h

Grup petit/Laboratori: 6h

Aprenentatge autònom: 18h

SISTEMA DE QUALIFICACIÓ

Al llarg del curs hi haurà diverses activitats avaluable, que tindran un pes del 40% en la nota final del curs. A més a més, hi haurà un examen final (60%). En el cas que la nota de l'examen final sigui superior a la mitjana ponderada de les activitats anteriors, prevaldrà la nota de l'examen final.

BIBLIOGRAFIA

Bàsica:

- Milne, J.S. Fields and Galois Theory [en línia]. Ann Arbor, MI: Kea Books, 2022 [Consulta: 16/06/2025]. Disponible a: <https://www.jmilne.org/math/Books/>.
- Morandi, P. Field and Galois Theory. New York: Springer-Verlag, 2011. ISBN 9781461284758.
- Stewart, Ian. Galois theory. 3rd ed. London [etc.]: Chapman and Hall, 2004. ISBN 1584883936.

Complementària:

- Artin, Emil. Galois theory. Publicación Mineola, Nueva York: Dover Publications, 1998. ISBN 0486623424.
- Fraleigh, John B. A First course in abstract algebra. 7th ed. Pearson Education, 2014. ISBN 9781292024967.
- Dummit, David Steven; Foote, Richard M. Abstract algebra. 3rd ed.. Hoboken: John Wiley & Sons, cop. 2004. ISBN 9780471433347.
- Cox, D. Galois theory [en línia]. 2a. Wiley, 2012 [Consulta: 16/06/2025]. Disponible a: <https://onlinelibrary-wiley-com.recursos.biblioteca.upc.edu/doi/book/10.1002/9781118218457>. ISBN 9781118218457.

Guia docent

200131 - TP - Teoria de la Probabilitat

Última modificació: 22/06/2025

Unitat responsable: Facultat de Matemàtiques i Estadística
Unitat que imparteix: 749 - MAT - Departament de Matemàtiques.
Titulació: GRAU EN MATEMÀTIQUES (Pla 2009). (Assignatura obligatòria).
Curs: 2025 **Crèdits ECTS:** 7.5 **Idiomes:** Català

PROFESSORAT

Professorat responsable: JUAN JOSÉ RUE PERNA

Altres:

REQUISITS

És recomanable matricular aquesta assignatura després d'haver cursat els dos primers anys del grau en Matemàtiques. En particular, l'estudiantat que no hagi cursat l'assignatura Anàlisi Real haurà de cobrir algunes llacunes pel seu compte (es proporcionarà material i referències).

COMPETÈNCIES DE LA TITULACIÓ A LES QUALS CONTRIBUEIX L'ASSIGNATURA

Específiques:

- CE-2. Resoldre problemes de Matemàtiques, mitjançant habilitats de càlcul bàsic i d'altres, tot planificant-ne la resolució en funció de les eines de què es disposi i de les restriccions de temps i recursos.
- CE-3. Utilitzar aplicacions informàtiques d'anàlisi estadístic, càlcul numèric i simbòlic, visualització gràfica, optimització o d'altres, per a experimentar en Matemàtiques i resoldre problemes.
- CE-4. Desenvolupar programes informàtics que resolguin problemes matemàtics, tot fent servir per a cada cas l'entorn computacional escaient.

Genèriques:

- CB-1. Demostrar posseir i comprendre coneixements de l'àrea de les Matemàtiques, construïts a partir de la base de l'educació secundària general i a un nivell que, tot recolzant-se en llibres de text avançats, inclogui també alguns aspectes que impliquin coneixements provinents de l'avantguarda de l'estudi de les Matemàtiques i de les seves aplicacions a la ciència i a la tecnologia.
- CB-2. Saber aplicar d'una forma professional els coneixements matemàtics al seu treball i posseir les capacitats que, a l'àrea de les Matemàtiques i en les seves aplicacions a la ciència i a la tecnologia, s'acostumen a demostrar mitjançant l'elaboració i defensa d'arguments i la resolució de problemes.
- CB-3. Tenir la capacitat de reunir i interpretar dades rellevants, a l'àrea de les Matemàtiques i en les seves aplicacions, per a emetre judicis que incloguin una reflexió sobre temes rellevants d'índole social, científica o ètica.
- CG-1. Comprendre i emprar el llenguatge matemàtic. Adquirir la capacitat d'enunciar propietats en diversos camps de la Matemàtica, de construir argumentacions, d'elaborar càlculs i de transmetre els coneixements matemàtics adquirits.
- CG-2. Conèixer demostracions rigoroses d'alguns teoremes clàssics en diferents àrees de la Matemàtica.
- CG-3. Assimilar la definició d'un nou objecte matemàtic en termes d'altres ja coneguts i ser capaç de fer servir aquest objecte en contextos diferents.
- CG-4. Saber abstenir-se les propietats estructurals (dels objectes matemàtics, de la realitat observada i d'altres àmbits), distingint-les de les que només són ocasionals. Poder comprovar-les amb demostracions o refutar-les mitjançant contraexemples, així com identificar errors en els raonaments incorrectes.
- CG-6. Detectar deficiències en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per a ampliar aquest coneixement.

Transversals:

- APRENENTATGE AUTÒNOM: Detectar mancances en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per a ampliar aquest coneixement.

METODOLOGIES DOCENTS

Classes de teoria i de problemes. Es donarà èmfasi al treball de l'estudiant durant el curs a través de la participació a classe i el lliurament d'entregables.

OBJECTIUS D'APRENTATGE DE L'ASSIGNATURA

L'assignatura té dos objectius principals: (1) presentar la teoria de la probabilitat com un corpus de coneixement ric, atractiu i útil a moltes altres branques de la ciència en general (i de la matemàtica en particular) a l'hora de modelitzar matemàticament situacions que involucren incertesa o aleatorietat, i (2) oferir els coneixements probabilístics necessaris per a assignatures posteriors del Grau en Matemàtiques.

Pel que fa a objectius concrets de l'assignatura, al llarg del curs els estudiants hauran d'assolir els següents coneixements, habilitats i destreses:

- * Conèixer la definició i propietats dels espais de probabilitat i les variable aleatòries, i dels conceptes que hi estan relacionats.
- * Conèixer els models bàsics de variables aleatòries discretes i continus.
- * Fer servir el concepte de variable aleatòria per a formalitzar i resoldre problemes de càlcul de probabilitats.
- * Conèixer els moments de variables aleatòries i els resultats fonamentals que hi estan relacionats.
- * Conèixer i saber utilitzar la funció generadora de probabilitat, la funció generadora de moments i la funció característica.
- * Conèixer els resultats de convergència de variables aleatòries i saber aplicar-los, amb especial èmfasi en el teorema del límit central i la llei dels grans nombres.

HORES TOTALS DE DEDICACIÓ DE L'ESTUDIANTAT

Tipus	Hores	Percentatge
Hores grup petit	30,0	16.00
Hores grup gran	45,0	24.00
Hores aprenentatge autònom	112,5	60.00

Dedicació total: 187.5 h

CONTINGUTS

Espais de probabilitat

Descripció:

Experiments, resultats i successos. Espai de probabilitat.

Probabilitat condicionada. Independència.

Espais producte.

Lemes de Borel-Cantelli.

Dedicació: 25h 30m

Grup gran/Teoria: 6h

Grup mitjà/Pràctiques: 4h

Aprenentatge autònom: 15h 30m

Variables aleatòries

Descripció:

Variable aleatòria. Funció de distribució.
Esperança, variància i altres moments. Desigualtats de Markov i Txeixev.
Vectors de variables aleatòries.
Independència de variables aleatòries.

Dedicació: 21h 30m

Grup gran/Teoria: 2h

Grup mitjà/Pràctiques: 4h

Aprenentatge autònom: 15h 30m

Variables aleatòries discretes

Descripció:

Variable aleatòria discreta. Funció de probabilitat.
Funció generadora de probabilitat. Sumes de variables discretes.
Models de variables aleatòries discretes.
Distribucions condicionades i esperança condicionada.
Processos de ramificació (arbres de Galton-Watson)
Camins aleatoris (random walks).

Dedicació: 26h 30m

Grup gran/Teoria: 6h

Grup mitjà/Pràctiques: 5h

Aprenentatge autònom: 15h 30m

Variables aleatòries contínues

Descripció:

Variables aleatòries absolutament contínues. Funció de densitat.
Models de variables aleatòries absolutament contínues.
Vectors de variables contínues. Distribucions marginals.
Distribucions condicionades i mixtures.
Distribució normal multivariant.
Transformacions de variables aleatòries contínues.

Dedicació: 27h 30m

Grup gran/Teoria: 6h

Grup mitjà/Pràctiques: 6h

Aprenentatge autònom: 15h 30m

Funcions característiques

Descripció:

Funció generadora de moments.
Funció característica. Teoremes d'inversió.

Dedicació: 21h 30m

Grup gran/Teoria: 5h

Grup mitjà/Pràctiques: 2h 30m

Aprenentatge autònom: 14h

Convergència de variables aleatòries.

Descripció:

Modes de convergència i implicacions.

Propietats de la convergència quasi segura. Lleis dels grans nombres.

Propietats de la convergència en distribució. Teorema de Lévy. Teorema del límit central.

Dedicació: 35h 30m

Grup gran/Teoria: 9h

Grup mitjà/Pràctiques: 4h

Aprenentatge autònom: 22h 30m

Introducció a les cadenes de Markov

Descripció:

Definició de cadena de Markov i exemples.

Matriu de transició i evolució

Tipus d'estat i convergència.

Dedicació: 13h

Grup gran/Teoria: 3h

Grup mitjà/Pràctiques: 2h

Aprenentatge autònom: 8h

SISTEMA DE QUALIFICACIÓ

L'avaluació es basarà en entregables (E), un examen parcial (P) i un examen final de tota la matèria (F). La qualificació final es calcularà amb la fórmula:

$\text{MAX} (0.60 \cdot F + 0.30 \cdot P + 0.1 \cdot E, 0.65 \cdot F + 0.35 \cdot P, 0.9 \cdot F + 0.1 \cdot E, F)$

Adicionalment, hi haurà un examen de reavaluació, en la data que estableixi la Facultat, per als estudiants suspesos. La nota d'aquest examen substituirà la qualificació anterior, sempre que la superi.

BIBLIOGRAFIA

Bàsica:

- Grimmett, G.R.; Stirzaker, D.R. Probability and random processes. 3a ed. Oxford [etc.]: Oxford University Press, 2001. ISBN 9780198572220.
- Sanz, Marta. Probabilitats. Barcelona: Edicions de la Universitat de Barcelona, 1999. ISBN 8483380919.
- Pitman, Jim. Probability. New York: Springer, 1993. ISBN 0387979743.
- Gut, Allan. An Intermediate course in probability [en línia]. 2nd ed. Springer, [Consulta: 27/06/2023]. Disponible a: <https://ebookcentral-proquest-com.recursos.biblioteca.upc.edu/lib/upcatalunya-ebooks/detail.action?pq-origsite=primo&docID=571348>. ISBN 9781441901620.

Complementària:

- Fristedt, Bert E; Gray, Lawrence F. A Modern approach to probability theory. Boston [etc.]: Birkhäuser, cop. 1997. ISBN 3764338075.
- Feller, W. An introduction to probability theory and its applications (Vol. 1,2). 3rd ed. New York: John Wiley & Sons, 1968. ISBN 0471257117.
- Grinstead, Charles M.; Snell, L.J. Introduction to probability. American Mathematical Society, 2006. ISBN 0821807498.
- Julià de Ferran, Olga [et al.]. Probabilitats : problemes i més problemes. Barcelona: Universitat de Barcelona, 2005. ISBN 8447529061.

- Chung, Kai Lai. A course in probability theory. New York: Academic Press, 1974. ISBN 012174650X.
- Cuadras, C. M. (Carlos María). Problemas de probabilidades y estadística. Vol 1: Probabilidad. Barcelona: EUB, 2000. ISBN 8483120313.
- Tabak, J. Probability and statistics : the science of uncertainty. New York: Facts On File, 2004. ISBN 0816049564.
- Durrett, Richard. Probability : theory and examples. 3rd ed. Thomson Brooks/Cole, cop. 2005. ISBN 0534132065.

RECURSOS

Enllaç web:

- Grinstead, Charles M.; Snell, Laurie J. Introduction to Probability
 - . http://www.dartmouth.edu/~chance/teaching_aids/books_articles/probability_book/book.html />
 - The Probability Web (Teaching resources)
 - . <http://www.mathcs.carleton.edu/probweb/probweb.html>- Chance
 - . <http://www.dartmouth.edu/~chance/>- The R Project for Statistical Computing
- R is a free software environment for statistical computing and graphics.
- . <http://www.r-project.org/>

Guia docent

200121 - TOP - Topologia

Última modificació: 22/06/2025

Unitat responsable: Facultat de Matemàtiques i Estadística
Unitat que imparteix: 749 - MAT - Departament de Matemàtiques.
Titulació: GRAU EN MATEMÀTIQUES (Pla 2009). (Assignatura obligatòria).
Curs: 2025 **Crèdits ECTS:** 7.5 **Idiomes:** Català, Castellà

PROFESSORAT

Professorat responsable: Miguel Ángel Barja Yáñez

Altres:

CAPACITATS PRÈVIES

Càlcul en una variable
Càlcul diferencial
Àlgebra lineal
Geometria afí i euclidiana
Fonaments de la matemàtica

COMPETÈNCIES DE LA TITULACIÓ A LES QUALS CONTRIBUEIX L'ASSIGNATURA

Específiques:

1. CE-2. Resoldre problemes de Matemàtiques, mitjançant habilitats de càlcul bàsic i d'altres, tot planificant-ne la resolució en funció de les eines de què es disposi i de les restriccions de temps i recursos.
2. CE-3. Utilitzar aplicacions informàtiques d'anàlisi estadístic, càlcul numèric i simbòlic, visualització gràfica, optimització o d'altres, per a experimentar en Matemàtiques i resoldre problemes.
3. CE-4. Desenvolupar programes informàtics que resolguin problemes matemàtics, tot fent servir per a cada cas l'entorn computacional escaient.

Genèriques:

4. CB-1. Demostrar posseir i comprendre coneixements de l'àrea de les Matemàtiques, construïts a partir de la base de l'educació secundària general i a un nivell que, tot recolzant-se en llibres de text avançats, inclogui també alguns aspectes que impliquin coneixements provinents de l'avantguarda de l'estudi de les Matemàtiques i de les seves aplicacions a la ciència i a la tecnologia.
5. CB-2. Saber aplicar d'una forma professional els coneixements matemàtics al seu treball i posseir les capacitats que, a l'àrea de les Matemàtiques i en les seves aplicacions a la ciència i a la tecnologia, s'acostumen a demostrar mitjançant l'elaboració i defensa d'arguments i la resolució de problemes.
6. CB-3. Tenir la capacitat de reunir i interpretar dades rellevants, a l'àrea de les Matemàtiques i en les seves aplicacions, per a emetre judicis que incloguin una reflexió sobre temes rellevants d'índole social, científica o ètica.
7. CG-1. Comprendre i emprar el llenguatge matemàtic. Adquirir la capacitat d'enunciar propietats en diversos camps de la Matemàtica, de construir argumentacions, d'elaborar càlculs i de transmetre els coneixements matemàtics adquirits.
8. CG-2. Conèixer demostracions rigoroses d'alguns teoremes clàssics en diferents àrees de la Matemàtica.
9. CG-3. Assimilar la definició d'un nou objecte matemàtic en termes d'altres ja coneguts i ser capaç de fer servir aquest objecte en contextos diferents.
10. CG-4. Saber abstrure les propietats estructurals (dels objectes matemàtics, de la realitat observada i d'altres àmbits), distingint-les de les que només són ocasionals. Poder comprovar-les amb demostracions o refutar-les mitjançant contraexemples, així com identificar errors en els raonaments incorrectes.
12. CG-6. Detectar deficiències en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per a ampliar aquest coneixement.

Transversals:

11. APRENTATGE AUTÒNOM: Detectar mancances en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per ampliar aquest coneixement.

METODOLOGIES DOCENTS

Teoria. Classes magistrals en les quals es desenvolupa tot el cos de l'assignatura. Donat que, a més d'informativa (vocabulari topològic) és una assignatura formativa, es demostren la major part dels resultats. Procurem introduir cada tema amb alguna motivació que faci referència a coneixements previs de l'estudiant, o bé a problemes de la pròpia matèria. Resultats i definicions són il·lustrats amb exemples, contra-exemples i exercicis senzills.

Les classes de problemes pretenen que l'estudiant practiqui i desenvolupi els resultats explicats a classe de teoria.

OBJECTIUS D'APRENTATGE DE L'ASSIGNATURA

- * Comprendre el concepte d'espai topològic. Ús dels conceptes de base, subbase i entorn. Saber comparar topologies.
- * Comprendre els conceptes de connexió i compacitat en espais topològics. Capacitat de comprovar aquestes propietats en exemples concrets.
- * Comprendre el concepte d'homeomorfisme. Capacitat per definir-ne i construir-ne en exemples senzills. Capacitat per argumentar quan dos espais topològics no poden ser homeomorfs.
- * Capacitar per a la utilització de topologies induïdes, producte i quocient. Especialment, identificació d'espais quocients via homeomorfismes i propietats universals i capacitat de treball amb aplicacions definides en espais quocient.
- * Entendre les caracteritzacions alternatives dels conceptes topològics en els espais mètrics.
- * Entendre els conceptes bàsics d'homotopia entre aplicacions contínues i la construcció del conjunt de classes d'homotopia $[X, Y]$. Entendre el concepte de tipus d'homotopia d'espais topològics. Saber identificar retractes de deformació senzills.
- * Entendre l'estructura de grup abelià de $H^1(X) = [X, S^1]$ i els morfismes induïts per aplicacions contínues. Càlcul quan X és contràctil o la circumferència. Entendre el concepte d'elevació de camins i homotopies i de grau.
- * Comprendre el concepte d'índex d'una corba tancada del pla respecte al punt i la seva relació amb els conceptes de grau i d'homotopia. Saber-lo calcular.
- * Entendre com el concepte d'índex permet demostrar els teoremes bàsics de la topologia del pla i l'esfera: Brouwer, Borsuk-Ulam, invariància de la dimensió... Capacitat d'aplicar-los a diferents situacions.
- * Saber classificar una superfície compacta a partir de la seva superfície poligonal.

HORES TOTALES DE DEDICACIÓ DE L'ESTUDIANTAT

Tipus	Hores	Percentatge
Hores grup gran	45,0	24.00
Hores aprenentatge autònom	112,5	60.00
Hores grup petit	30,0	16.00

Dedicació total: 187.5 h

CONTINGUTS

Espais mètrics

Descripció:

Distàncies. Boles obertes i tancades. Conjunts oberts. Aplicacions contínues. Distàncies equivalents.

Dedicació: 10h

Grup gran/Teoria: 3h

Grup mitjà/Pràctiques: 2h

Aprenentatge autònom: 5h

Espais topològics

Descripció:

Oberts i tancats. Bases, subbases, entorns. Aplicacions contínues, homeomorfismes. El primer axioma de numerabilitat: caracterització de propietats topològiques mitjançant límit de successions. Espais de Hausdorff.

Dedicació: 39h

Grup gran/Teoria: 9h

Grup mitjà/Pràctiques: 6h

Aprenentatge autònom: 24h

Construcció d'espais topològics

Descripció:

Subespais. Productes d'espais topològics. Espais quocient. Exemples: superfícies topològiques.

Dedicació: 38h

Grup gran/Teoria: 7h

Grup mitjà/Pràctiques: 7h

Aprenentatge autònom: 24h

Compacitat

Descripció:

Espais compactes. Continuïtat i compacitat. Teorema del valor màxim. Productes i quocients d'espais compactes. Compacitat en espais mètrics: lema del nombre de Lebesgue.

Dedicació: 21h

Grup gran/Teoria: 5h

Grup mitjà/Pràctiques: 3h

Aprenentatge autònom: 13h

Connexió

Descripció:

Espais connexos. Components connexos. Continuïtat i connexió. Teorema del valor intermedi. Espais arccnnexos. Components connexos i arccnnexos.

Dedicació: 21h

Grup gran/Teoria: 5h

Grup mitjà/Pràctiques: 3h

Aprenentatge autònom: 13h

Introducció a l'homotopia

Descripció:

Homotopia d'aplicacions contínues. Espais contràctils. Retractes de deformació. El conjunt de les classes d'homotopia $[X, Y]$. El grup abelià $[S^1, S^1]$: grau d'una aplicació, lema d'aixecament de camins i homotopies.

Dedicació: 22h

Grup gran/Teoria: 5h

Grup mitjà/Pràctiques: 4h

Aprenentatge autònom: 13h

Aplicacions a la topologia del pla

Descripció:

Índex d'una corba tancada. Teoremes de Poincaré-Böhl i Rouché. Teorema del punt fix de Brouwer. El teorema fonamental de l'àlgebra. El teorema de Borsuk-Ulam. Invariància de la dimensió.

Dedicació: 22h

Grup gran/Teoria: 5h

Grup mitjà/Pràctiques: 4h

Aprenentatge autònom: 13h

Classificació de superfícies compactes

Descripció:

Triangulació de superfícies compactes. Superfícies poligonals. Superfícies estàndards. Suma connexa de superfícies. Teorema de classificació. Orientació, gènere i característica d'Euler.

Dedicació: 17h 30m

Grup gran/Teoria: 7h

Grup mitjà/Pràctiques: 1h

Aprenentatge autònom: 9h 30m

SISTEMA DE QUALIFICACIÓ

Es faran 2 actes avaluadors: un Examen parcial (EP) i un Examen Final (EF). La Nota Final (NF) de l'assignatura serà:

$$NF = \max\{EF; (0,75)EF + (0,25)EP\}$$

BIBLIOGRAFIA

Bàsica:

- Kosniowski, Czes. Topología algebraica. Barcelona: Reverté, 1992. ISBN 9788429150988.
- Munkres, James R. Topología. 2a ed. Madrid: Prentice-Hall, 2002. ISBN 8420531804.
- Pascual Gainza, P.; Roig, A. Topologia [en línia]. Barcelona: Edicions UPC, 2004 [Consulta: 21/05/2020]. Disponible a: <http://hdl.handle.net/2099.3/36790>. ISBN 8483017504.
- Sieradski, A. An introduction to topology and homotopy. Boston: PWS-KENT, 1992. ISBN 0534929605.
- Viro, O. Ya [et al.]. Elementary topology : problem textbook [en línia]. Providence: American Mathematical Society, 2008 [Consulta: 27/06/2023]. Disponible a: <https://ebookcentral-proquest-com.recursos.biblioteca.upc.edu/lib/upcatalunya-ebooks/detail.action?pq-origsite=primo&docID=4715680>. ISBN 9780821845066.

Complementària:

- Jänich, Klaus. Topology. New York: Springer-Verlag, 1984. ISBN 0387908927.
- Massey, William S. A basic course in algebraic topology. New York: Springer-Verlag, 1991. ISBN 038797430X.
- Navarro Aznar, V.; Pascual Gainza, P. Topologia algebraica. Barcelona: Edicions UB, 1999. ISBN 8483381230.
- Wall, C.T.C. A geometric introduction to topology. New York: Dover, 1993. ISBN 0486678504.

Guia docent

200202 - TOPA - Topologia Algebraica

Última modificació: 29/05/2025

Unitat responsable: Facultat de Matemàtiques i Estadística
Unitat que imparteix: 749 - MAT - Departament de Matemàtiques.
Titulació: GRAU EN MATEMÀTIQUES (Pla 2009). (Assignatura optativa).
Curs: 2025 **Crèdits ECTS:** 6.0 **Idiomes:** Català

PROFESSORAT

Professorat responsable: JOSEP ALVAREZ MONTANER

Altres:

CAPACITATS PRÈVIES

- * Aquelles adquirides en el curs de l'assignatura de Topologia.
- * Aquelles adquirides en el curs de l'assignatura de Geometria afí i euclidiana.
- * Aquelles adquirides en el curs de l'assignatura de d'Estructures algebraiques.
- * Les habilitats d'ús i programació adquirides amb el divers programari de càlcul simbòlic i numèric i de representació gràfica estudiat a diverses assignatures seran útils.

COMPETÈNCIES DE LA TITULACIÓ A LES QUALS CONTRIBUEIX L'ASSIGNATURA

Específiques:

3. CE-2. Resoldre problemes de Matemàtiques, mitjançant habilitats de càlcul bàsic i d'altres, tot planificant-ne la resolució en funció de les eines de què es disposi i de les restriccions de temps i recursos.
4. CE-4. Desenvolupar programes informàtics que resolguin problemes matemàtics, tot fent servir per a cada cas l'entorn computacional escaient.
5. Tenir capacitat per a resoldre problemes d'àmbit acadèmic, tècnic, de les finances o social, mitjançant mètodes matemàtics.

Genèriques:

1. CB-4. Ser capaç de transmetre conclusions, així com els coneixements i fonaments que les sustenten, tant a un públic especialitzat com al que no ho és, de manera clara i sense ambigüitats.
2. Haver desenvolupat les habilitats d'aprenentatge que són necessàries per poder emprendre, amb un grau alt d'autonomia, estudis multidisciplinaris en disciplines científiques en què les Matemàtiques tenen un paper significatiu.
6. CG-1. Comprendre i emprar el llenguatge matemàtic. Adquirir la capacitat d'enunciar propietats en diversos camps de la Matemàtica, de construir argumentacions, d'elaborar càlculs i de transmetre els coneixements matemàtics adquirits.
7. CG-2. Conèixer demostracions rigoroses d'alguns teoremes clàssics en diferents àrees de la Matemàtica.
8. CG-3. Assimilar la definició d'un nou objecte matemàtic en termes d'altres ja coneguts i ser capaç de fer servir aquest objecte en contextos diferents.
9. CG-4. Saber abstraure les propietats estructurals (dels objectes matemàtics, de la realitat observada i d'altres àmbits), distingint-les de les que només són ocasionals. Poder comprovar-les amb demostracions o refutar-les mitjançant contraexemples, així com identificar errors en els raonaments incorrectes.
10. CG-6. Detectar deficiències en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per a ampliar aquest coneixement.

Transversals:

11. COMUNICACIÓ EFICAÇ ORAL I ESCRITA: Comunicar-se de forma oral i escrita amb altres persones sobre els resultats de l'aprenentatge, de l'elaboració del pensament i de la presa de decisions; participar en debats sobre temes de la pròpia especialitat.
12. APRENENTATGE AUTÒNOM: Detectar mancances en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per ampliar aquest coneixement.

METODOLOGIES DOCENTS

La meitat de les hores de classe es dedicaran a la presentació per part del professor dels continguts teòrics de l'assignatura. L'altra meitat es dedicarà a la discussió i resolució de problemes relacionats amb aquests continguts, per part del professor i de l'estudiantat, així com a la presentació de tasques de desenvolupament específiques escollides i desenvolupades per l'estudiantat dins de l'oferta feta per la professora i de comú acord amb aquesta.

OBJECTIUS D'APRENTATGE DE L'ASSIGNATURA

- * Conèixer les teories homològiques més simples (homologia simplicial i singular) i saber-les calcular en un ventall ampli d'espais topològics.
- * Conèixer diverses aplicacions geomètriques de l'homologia singular.
- * Conèixer el concepte de varietat topològica de dimensió finita general i en relació a aquesta considerar l'homologia local, i la noció d'orientació, i establir-hi el teorema de la dimensió.
- * Conèixer el grup fonamental com a eina essencial per a estudiar els espais topològics, comprenent-ne la seva relació amb el primer grup d'homologia.
- * Conèixer el càlcul del grup fonamental per a un ventall ampli d'espais topològics i versions.
- * Comprendre la interrelació entre diferents àrees de la matemàtica i, en particular, mitjançant exemples concrets que es poden resoldre problemes topològics utilitzant eines algebraïques i recíprocament.

HORES TOTALES DE DEDICACIÓ DE L'ESTUDIANTAT

Tipus	Hores	Percentatge
Hores grup gran	30,0	20.00
Hores aprenentatge autònom	90,0	60.00
Hores grup petit	30,0	20.00

Dedicació total: 150 h

CONTINGUTS

Preliminars Algebraics

Descripció:

Algorisme de classificació dels grups abelians finitament generats.
Complexos de grups abelians.
Homologia d'un complex.
Homotopia entre morfismes de complexos.
Successió exacta llarga d'homologia.
Successió exacta llarga d'homologia.

Dedicació: 10h

Grup mitjà/Pràctiques: 4h
Aprenentatge autònom: 6h

Homologia Simplicial

Descripció:

Políedres i espais triangulables.
Homologia simplicial d'un espai triangulable.
Interpretació de H_0 .

Dedicació: 14h

Grup gran/Teoria: 4h

Grup mitjà/Pràctiques: 4h

Aprenentatge autònom: 6h

Homologia Singular

Descripció:

Complex de cadenes singulars i homologia singular d'un espai topològic.
Homotopia d'aplicacions contínues.
Invariància homotòpica.
Teorema de les cadenes petites.
Successió de Mayer-Vietoris.
Homologia de les esferes.

Dedicació: 41h

Grup gran/Teoria: 10h

Grup mitjà/Pràctiques: 9h

Aprenentatge autònom: 22h

Varietats topològiques

Descripció:

Homologia local.
Invariància de la dimensió.
Orientació.

Dedicació: 17h

Grup gran/Teoria: 5h

Grup mitjà/Pràctiques: 4h

Aprenentatge autònom: 8h

Grup fonamental i espais recobridors

Descripció:

Grup fonamental d'un espai topològic.
Invariància homotòpica.
El teorema de Seifert-Van Kampen.
Teorema de Hurewicz.
Espai recobridor d'un espai topològic.
Grup fonamental d'un espai recobridor.
Recobridor universal i problema de la classificació.

Dedicació: 40h 40m

Grup gran/Teoria: 10h

Grup mitjà/Pràctiques: 9h

Aprenentatge autònom: 21h 40m

SISTEMA DE QUALIFICACIÓ

L'avaluació de l'assignatura es basarà en la feina desenvolupada per l'estudiantat a la classe de Problemes més la realització d'algun treball durant el curs (avaluació continuada, fins a un 60% de la nota global) i la superació d'una prova final, que consistirà en un examen o la realització d'un treball més elaborat. L'alumna/e que ho desitgi podrà decidir prescindir de l'avaluació continuada i realitzar únicament un examen final.

BIBLIOGRAFIA

Bàsica:

- Massey, William S. A Basic course in algebraic topology. New York: Springer-Verlag, cop. 1991. ISBN 038797430X.
- Navarro, V.; Pascual, P. Topologia algebraica. Barcelona: Edicions Universitat de Barcelona, 1999. ISBN 8483381230.
- Vick, James W. Homology theory : an introduction to algebraic topology. 2nd ed. New York [etc.]: Springer-Verlag, cop. 1994. ISBN 0387941266.
- Kosniowski, Czes. Topología algebraica. Barcelona: Reverté, cop. 1986. ISBN 8429150986.
- Bott, R.; Tu, L. Differential forms in algebraic topology. ISBN 978144197400.

Complementària:

- Munkres, James R. Elements of algebraic topology. The Benjamin/Cummings Publishing Company, 1984. ISBN 0201045869.
- Hatcher, Allen. Algebraic topology. Cambridge ; New York: Cambridge University Press, 2002. ISBN 0521795400.
- Maunder, Charles Richard Francis. Algebraic topology. Mineola, New York: Dover, 1996. ISBN 0486691314.
- Bredon, Glen E. Topology and geometry. New York [etc.]: Springer-Verlag, cop. 1993. ISBN 0387979263.
- Castellet, Manuel. Introducció a la topologia algebraica. Bellaterra: Universitat Autònoma de Barcelona, Servei de Publicacions, 1994. ISBN 8449002060.
- Brown, Ronald. Topology and groupoids. Deganwy: [s.n.], 2006. ISBN 1419627228.
- Sato, Hajime. Algebraic topology : an intuitive approach. Providence: American Mathematical Society, 1999. ISBN 0821810464.
- Dieck, Tammo Tom. Algebraic topology [en línia]. Zürich: European Mathematical Society Publ. House, 2008 [Consulta: 27/06/2023]. Disponible a :
<https://web-s-ebshost-com.recursos.biblioteca.upc.edu/ehost/ebookviewer/ebook?sid=d11bb5e6-67c1-4762-94ab-a5cc53cb95ee%40redis&vid=0&format=EB>. ISBN 9783037190487.
- Fomenko, A.T.; Fuchs, Dmitry. Homotopical topology [en línia]. 2nd ed. Cham: Springer, 2016 [Consulta: 27/06/2023]. Disponible a :
<https://ebookcentral-proquest-com.recursos.biblioteca.upc.edu/lib/upcatalunya-ebooks/detail.action?pq-origsite=primo&docID=5595981>. ISBN 9783319234878.

Grado en Matemáticas

FACULTAD DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA (FME)

Con el **grado en Matemáticas**, acreditado con excelencia por AQU Catalunya, recibirás una formación completa y exigente en todas las materias básicas de las matemáticas y sus aplicaciones. Si tu objetivo es la investigación, podrás integrarte con éxito en grupos punteros para investigar en matemáticas, en ingeniería y tecnología, en ciencias de la naturaleza y la salud o en ciencias sociales. Podrás desarrollar tu actividad en el mundo de la empresa o la industria, o en los sectores de banca y finanzas, consultoría, salud y servicios, donde los matemáticos son cada vez más apreciados por su formación y por su capacidad de aprendizaje. Si tu opción es la docencia, después de cursar el máster de formación de profesorado, podrás dedicarte a la enseñanza de las matemáticas en centros de secundaria. Existe la posibilidad de cursar la **dobles titulación de Matemáticas y Música** (Escola Superior de Música de Catalunya - ESMUC).

DATOS GENERALES

Duración

4 cursos académicos

Carga lectiva

240 créditos ECTS (incluido el trabajo de fin de grado). Un crédito equivale a 25-30 horas de trabajo.

Tipos de docencia

Presencial

Nota de corte del curso 2025-2026

12,644

Horarios/turnos

Mañana

Idiomas

Consulta el idioma de impartición de cada asignatura en la guía docente dentro del plan de estudios y a los horarios de los grupos.

Información sobre el [uso de lenguas en el aula y los derechos lingüísticos de los estudiantes](#).

Precios y becas

Precio aproximado por curso, 1.061 € (1.800 € para no residentes en la UE). [Consulta el porcentaje de minoración en función de la renta \(becas y modalidades de pago\)](#).

Lugar de impartición

[Facultad de Matemáticas y Estadística \(FME\)](#)

Título oficial

[Inscrito en el registro del Ministerio de Educación, Cultura y Deporte](#)

ACCESO

Plazas de nuevo ingreso

75

Código de preinscripción

31040

PLAN DE ESTUDIOS		
Asignaturas	créditos ECTS	Tipo
PRIMER CUATRIMESTRE		
Álgebra Lineal	7.5	Obligatoria
Cálculo en una Variable	7.5	Obligatoria
Fundamentos de la Matemática	7.5	Obligatoria
Informática	7.5	Obligatoria
SEGUNDO CUATRIMESTRE		
Álgebra Lineal Numérica	7.5	Obligatoria
Cálculo Diferencial	7.5	Obligatoria
Geometría Afín y Euclidiana	7.5	Obligatoria
Matemática Discreta	7.5	Obligatoria
TERCER CUATRIMESTRE		
Álgebra Multilineal y Geometría	7.5	Obligatoria
Algoritmia	7.5	Obligatoria
Cálculo Integral	7.5	Obligatoria
Programación Matemática	7.5	Obligatoria
CUARTO CUATRIMESTRE		
Análisis Real	7.5	Obligatoria
Física	7.5	Obligatoria
Funciones de Variable Compleja	7.5	Obligatoria
Topología	7.5	Obligatoria
QUINTO CUATRIMESTRE		
Cálculo Numérico	7.5	Obligatoria
Ecuaciones Diferenciales Ordinarias	7.5	Obligatoria
Estructuras Algebraicas	7.5	Obligatoria

Asignaturas	créditos ECTS	Tipo
Teoría de la Probabilidad	7.5	Obligatoria
SEXTO CUATRIMESTRE		
Ecuaciones en Derivadas Parciales	7.5	Obligatoria
Estadística	7.5	Obligatoria
Geometría Diferencial	7.5	Obligatoria
Modelos Matemáticos de la Física	7.5	Obligatoria
SÉPTIMO CUATRIMESTRE		
Modelos Matemáticos de la Tecnología	9	Obligatoria
Álgebra Abstracta	3	Optativa
Algoritmia y Complejidad	6	Optativa
Análisis de Series Temporales	6	Optativa
Ciencia de Datos Aplicada a las Finanzas	3	Optativa
Combinatoria y Teoría de Grafos	6	Optativa
Criptología	6	Optativa
Diseño de Experimentos	6	Optativa
Estadística Industrial	6	Optativa
Ficheros y Bases de Datos	6	Optativa
Ingeniería de Datos y Blockchain	3	Optativa
Matemáticas Aplicadas a la Música	3	Optativa
Matemáticas de las Tecnologías Digitales	3	Optativa
Matemáticas para la Enseñanza y la Divulgación	6	Optativa
Métodos Bayesianos	6	Optativa
Métodos Estadísticos en Minería de Datos	6	Optativa
Métodos Estadísticos para Finanzas y Seguros	6	Optativa
Métodos Numéricos para Ecuaciones Diferenciales	6	Optativa
Modelos Lineales	6	Optativa
Modelos Lineales Generalizados	6	Optativa
Sistemas Dinámicos	6	Optativa
Teoría de Galois	6	Optativa
Variedades Diferenciabiles	6	Optativa
OCTAVO CUATRIMESTRE		
Análisis de Series Temporales No Lineales	6	Optativa
Análisis de Supervivencia	6	Optativa
Análisis Funcional	6	Optativa
Análisis Multivariante	6	Optativa
Computación Cuántica	6	Optativa
Demografía	6	Optativa
Econometría	6	Optativa

Asignaturas	créditos ECTS	Tipo
Estadística para la Biociencia	6	Optativa
Geometría Algebraica	6	Optativa
Historia de la Matemática	6	Optativa
Matemática Financiera	6	Optativa
Métodos No Paramétricos y de Remuestreo	6	Optativa
Modelización Computacional	6	Optativa
Música y Matemáticas	3	Optativa
Optimización en Ingeniería	6	Optativa
Optimización Financiera	6	Optativa
Teoría de Colas y Simulación	6	Optativa
Teoría de Control	6	Optativa
Topología Algebraica	6	Optativa
Trabajo de Fin de Grado	15	Proyecto

SALIDAS PROFESIONALES

Salidas profesionales

- Consultoría estratégica, consultoría tecnológica, gestión de proyectos y estudios.
- Empresa, industria y servicios: análisis de datos, programación e ingeniería del software, estudios de mercado, planificación y personal directivo, criptografía y seguridad.
- Investigación en matemáticas: personal docente e investigador en universidades o centros de investigación.
- Investigación en otras ciencias y en ingeniería y tecnología: centros de investigación y laboratorios, tanto del sector público como privado: computación, comunicaciones, robótica, mecánica, biología o medicina.
- Banca, finanzas, seguros: análisis y control de riesgos, gestión de carteras y fondos, responsables de inversiones, diseño y valoración de productos financieros, criptografía y seguridad.
- Profesorado de secundaria en centros públicos o privados, editoriales y empresas del sector de la enseñanza.

ACUERDOS DE DOBLE TITULACIÓN

Con la Escola Superior de Música de Catalunya (ESMUC)

- Grado en Matemàtiques + Título Superior de Música

En el marco de la oferta de estudios del Centro de Formación Interdisciplinaria Superior (CFIS)

También puedes cursar una doble titulación interdisciplinar en dos centros docentes UPC coordinada por el CFIS.

Más información en la [web del CFIS](#)

SELLOS DE CALIDAD

Consulta los principales indicadores de calidad de la titulación en el portal Estudios Universitarios de Cataluña de la Agencia para la Calidad del Sistema Universitario de Cataluña. Podrás conocer, entre otros, los resultados de la evaluación de los estudios, el grado de satisfacción de los estudiantes o los datos de inserción laboral de los titulados y tituladas.

[Más información](#)

ORGANIZACIÓN ACADÉMICA: NORMATIVAS, CALENDARIOS

Organización del estudio

Los estudios se organizan en cuatro cursos y cada curso está dividido en dos cuatrimestres de quince semanas. En cada uno de los tres primeros cursos hay 8 asignaturas obligatorias cuatrimestrales, de 7,5 ECTS. En cuarto curso debe cursarse una obligatoria de 9 ECTS, 6 optativas de 6 ECTS cada una y el trabajo de fin de grado, de 15 ECTS.

Se podrán seguir tres itinerarios: uno genérico, escogiendo las asignaturas optativas que se quiera y dos de especialización, que dan lugar a dos menciones: la Mención en Ingeniería Matemática y la Mención en Estadística. Para conseguirlas hay que cursar las optativas de la especialidad y realizar el trabajo de fin de grado relacionado con el tema.

Calendario académico

[Calendario académico de los estudios universitarios de la UPC](#)

Normativas académicas

[Normativa académica de los estudios de grado de la UPC](#)

Acreditación y reconocimiento de idiomas

Los estudiantes de grado deben acreditar la competencia en una tercera lengua para obtener el título de grado. [Certifica tu nivel de idiomas](#).

Índice

200246 - Álgebra Abstracta
200002 - Álgebra Lineal
200151 - Álgebra Lineal Numérica
200111 - Álgebra Multilineal y Geometría
200162 - Algoritmia
200231 - Algoritmia y Complejidad
200211 - Análisis Funcional
200102 - Análisis Real
200004 - Cálculo Diferencial
200001 - Cálculo en una Variable
200006 - Cálculo Integral
200153 - Cálculo Numérico
200232 - Combinatoria y Teoría de Grafos
200249 - Computación Cuántica
200141 - Ecuaciones Diferenciales Ordinarias
200142 - Ecuaciones en Derivadas Parciales
200132 - Estadística
200112 - Estructuras Algebraicas
200021 - Física
200101 - Funciones de Variable Compleja
200003 - Fundamentos de la Matemática
200005 - Geometría Afín y Euclidiana
200204 - Geometría Algebraica
200122 - Geometría Diferencial
200241 - Historia de la Matemática
200011 - Informática
200251 - Ingeniería de Datos y Blockchain
200161 - Matemática Discreta
200223 - Matemática Financiera
200255 - Matemáticas Aplicadas a la Música
200254 - Matemáticas para la Enseñanza y la Divulgación
200248 - Métodos Numéricos para Ecuaciones Diferenciales
200171 - Modelos Matemáticos de la Física
200172 - Modelos Matemáticos de la Tecnología
200252 - Música y Matemáticas
200152 - Programación Matemática
200213 - Sistemas Dinámicos
200212 - Teoría de Control
200201 - Teoría de Galois
200131 - Teoría de la Probabilidad
200121 - Topología
200202 - Topología Algebraica

Guía docente

200246 - AABS - Álgebra Abstracta

Última modificación: 26/06/2025

Unidad responsable: Facultad de Matemáticas y Estadística
Unidad que imparte: 749 - MAT - Departamento de Matemáticas.

Titulación: GRADO EN MATEMÁTICAS (Plan 2009). (Asignatura optativa).

Curso: 2025 **Créditos ECTS:** 3.0 **Idiomas:** Catalán

PROFESORADO

Profesorado responsable: Francesc Planas Vilanova

Otros:

CAPACIDADES PREVIAS

Unos mínimos conceptos de álgebra, estructuras, subestructuras, homomorfismos. Las capacidades aprendidas en las asignaturas de Fundamentos de la Matemática y Estructuras Algebraicas son perfectamente adecuadas.

REQUISITOS

Aunque no sería estrictamente necesario, es muy recomendable haber cursado previamente la asignatura de Estructuras Algebraicas.

COMPETENCIAS DE LA TITULACIÓN A LAS QUE CONTRIBUYE LA ASIGNATURA

Específicas:

GM-CE2. CE-2. Resolver problemas de Matemáticas, mediante habilidades de cálculo básico y otros, planificando su resolución en función de las herramientas de que se disponga y de las restricciones de tiempo y recursos.

GM-CE4. CE-4. Desarrollar programas que resuelvan problemas matemáticos utilizando para cada caso el entorno computacional adecuado.

GM-CE6. Capacitar para resolver problemas de ámbito académico, técnico, financiero o social mediante métodos matemáticos.

Genéricas:

GM-CB5. Haber desarrollado aquellas habilidades de aprendizaje necesarias para emprender estudios multidisciplinares posteriores con un alto grado de autonomía en disciplinas científicas en las que las Matemáticas tienen un papel significativo.

GM-CG1. CG-1. Comprender y utilizar el lenguaje matemático.

GM-CB4. CB-4. Poder transmitir información, ideas, problemas y soluciones del ámbito matemático y científico-tecnológico a un público tanto especializado como no especializado.

GM-CG2. CG-2. Conocer demostraciones rigurosas de algunos teoremas clásicos en distintas áreas de la Matemática.

GM-CG3. CG-3. Asimilar la definición de un nuevo objeto matemático, en términos de otros ya conocidos, y ser capaz de utilizar este objeto en diferentes contextos.

GM-CG4. CG-4. Saber trasladar al lenguaje matemático problemas de otros ámbitos y utilizar esta traslación para resolverlos.

GM-CG6. CG-6. Detectar deficiencias en el propio conocimiento y superarlas mediante la reflexión crítica y la elección de la mejor actuación para ampliar este conocimiento.

Transversales:

04 COE. COMUNICACIÓN EFICAZ ORAL Y ESCRITA: Comunicarse de forma oral y escrita con otras personas sobre los resultados del aprendizaje, de la elaboración del pensamiento y de la toma de decisiones; participar en debates sobre temas de la propia especialidad.

07 AAT. APRENDIZAJE AUTÓNOMO: Detectar deficiencias en el propio conocimiento y superarlas mediante la reflexión crítica y la elección de la mejor actuación para ampliar este conocimiento.

METODOLOGÍAS DOCENTES

Dos horas semanales de teoría y problemas combinados.

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE DE LA ASIGNATURA

El objetivo del curso es realizar una breve introducción al álgebra conmutativa, específicamente, la relacionada con las k -álgebras afines.

Empezamos con anillos, ideales, álgebras, y módulos. Después introducimos y probamos el diccionario álgebra-geometría.

Acabamos el curso introduciendo la herramienta de las bases de Groebner y presentando algún problema abierto en álgebra conmutativa, como por ejemplo los relacionados con curvas monomiales, anillos de Shimoda, etc.

HORAS TOTALES DE DEDICACIÓN DEL ESTUDIANTE

Tipo	Horas	Porcentaje
Horas grupo grande	15,0	20.00
Horas grupo pequeño	15,0	20.00
Horas aprendizaje autónomo	45,0	60.00

Dedicación total: 75 h

CONTENIDOS

Anillos, ideales, módulos.

Descripción:

En el primer tema del curso hacemos una introducción, recordatorio, de la teoría de anillos, ideales y módulos. Se supone que esto se ha dado en la asignatura de Estructuras (algebraicas). Pero en todo caso se hará un repaso. Definición de anillo, los ideales, operaciones con ideales, generación de ideales,. Luego, módulos.

Dedicación: 25h

Grupo grande/Teoría: 5h

Grupo pequeño/Laboratorio: 5h

Aprendizaje autónomo: 15h

Diccionario Álgebra-Geometría

Descripción:

En este tema introducimos las Variedades afines. Demostraremos el diccionario Algebra Geometría. Presentaremos algun problema abierto en álgebra conmutativa, como por ejemplo, los relacionados con curvas monomiales y anillos de Shimoda.

Dedicación: 25h

Grupo grande/Teoría: 5h

Grupo pequeño/Laboratorio: 5h

Aprendizaje autónomo: 15h



Bases de Groebner

Descripción:

Breve introducció a la teoria de las bases de Groebner que permiten hacer cálculos efectivos.
Esto permitiría hacer una aproximación y entender la dificultat de los problemas abiertos presentados.

Dedicación: 25h

Grupo grande/Teoría: 5h

Grupo pequeño/Laboratorio: 5h

Aprendizaje autónomo: 15h

SISTEMA DE CALIFICACIÓN

Examen final del cuatrimestre. Se valorará el trabajo hecho en clase.

BIBLIOGRAFÍA

Básica:

- Cox, D.; Little, J.; O'Shea, D.. Ideals, Varieties and Algorithms. 4th ed. Springer, cop. 1995.
- Atiyah, M.F; MacDonald, I.G.. Introduction to Commutative Algebra. Oxford: Addisson-Wesley., 1969.

Guía docente

200002 - AL - Álgebra Lineal

Última modificación: 29/05/2025

Unidad responsable: Facultad de Matemáticas y Estadística
Unidad que imparte: 749 - MAT - Departamento de Matemáticas.
Titulación: GRADO EN MATEMÁTICAS (Plan 2009). (Asignatura obligatoria).
Curso: 2025 **Créditos ECTS:** 7.5 **Idiomas:** Catalán

PROFESORADO

Profesorado responsable: JOSEP ALVAREZ MONTANER

Otros:

CAPACIDADES PREVIAS

El alumno ha de dominar los conocimientos de matemáticas de bachillerato y tener habilidad en la resolución de problemas de ese nivel.

COMPETENCIAS DE LA TITULACIÓN A LAS QUE CONTRIBUYE LA ASIGNATURA

Específicas:

1. CE-2. Resolver problemas de Matemáticas, mediante habilidades de cálculo básico y otros, planificando su resolución en función de las herramientas de que se disponga y de las restricciones de tiempo y recursos.
2. CE-3. Utilizar aplicaciones informáticas de análisis estadístico, cálculo numérico y simbólico, visualización gráfica, optimización u otras para experimentar en Matemáticas y resolver problemas.
3. CE-4. Desarrollar programas que resuelvan problemas matemáticos utilizando para cada caso el entorno computacional adecuado.

Genéricas:

4. CB-1. Demostrar poseer y comprender conocimientos en el área de las Matemáticas contruidos a partir de la base de la educación secundaria general, a un nivel que, apoyándose en libros de texto avanzados, incluya también algunos aspectos que implican conocimientos procedentes de la vanguardia en el estudio de las Matemáticas y en sus aplicaciones en la ciencia y la tecnología.
5. CB-2. Saber aplicar los conocimientos matemáticos a su trabajo de una forma profesional y poseer las capacidades que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas dentro del área de las Matemáticas y en sus aplicaciones en la ciencia y la tecnología.
6. CB-3. Tener la capacidad de reunir e interpretar datos relevantes, dentro del área de las Matemáticas y sus aplicaciones, para emitir juicios que incluyan una reflexión sobre temas relevantes de índole social, científica o ética.
7. CG-1. Comprender y utilizar el lenguaje matemático.
8. CG-2. Conocer demostraciones rigurosas de algunos teoremas clásicos en distintas áreas de la Matemática.
9. CG-3. Asimilar la definición de un nuevo objeto matemático, en términos de otros ya conocidos, y ser capaz de utilizar este objeto en diferentes contextos.
10. CG-4. Saber trasladar al lenguaje matemático problemas de otros ámbitos y utilizar esta traslación para resolverlos.
12. CG-6. Detectar deficiencias en el propio conocimiento y superarlas mediante la reflexión crítica y la elección de la mejor actuación para ampliar este conocimiento.

Transversales:

11. APRENDIZAJE AUTÓNOMO: Detectar deficiencias en el propio conocimiento y superarlas mediante la reflexión crítica y la elección de la mejor actuación para ampliar este conocimiento.

METODOLOGÍAS DOCENTES

Las clases de teoría servirán para presentar y desarrollar el temario.

En las sesiones de problemas se resolverán, de entre los ejercicios y problemas propuestos, aquellos que se consideren más ilustrativos. Se insistirá en los aspectos conceptuales de la asignatura sin descuidar las partes más mecánicas. Durante estas sesiones se plantearán las diferentes estrategias disponibles para abordar los problemas y se justificará la elección de aquella que sea más adecuado. En este sentido se procurará fomentar la participación activa de los estudiantes.

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE DE LA ASIGNATURA

El objetivo general de la asignatura es introducir al estudiante en diferentes aspectos del álgebra lineal estándar y del análisis matricial. Son objetivos específicos de esta asignatura la adquisición de los conocimientos básicos de álgebra lineal (matrices, sistemas de ecuaciones lineales, espacios vectoriales y sus transformaciones). concretamente:

- manipulación y operaciones con matrices; discusión y resolución de sistemas de ecuaciones lineales;
- espacios vectoriales; dependencia lineal; subespacios; bases y coordenadas.
- estudio de las aplicaciones lineales; cambios de base; subespacios invariantes; diagonalización de endomorfismos.
- introducción a las nociones geométricas básicas relacionadas con el espacio euclídeo

Además la asignatura debe ser fundamento y referencia en cursos posteriores y, por ello, el curso también tiene como objetivos:

- potenciar la capacidad de abstracción del estudiante;
- familiarizar al alumnado en el desarrollo del lenguaje abstracto y del formalismo matemático;
- introducir al alumnado a problemas interdisciplinares que se resuelven con álgebra lineal.
- e iniciar al estudiante en el uso del álgebra lineal como instrumento para modelizar y resolver problemas.

Al finalizar el curso, los conocimientos, habilidades y capacidades que el estudiante debe adquirir son las siguientes:

- Saber operar con matrices. Calcular rangos y determinantes. Saber interpretar las matrices, las operaciones y los resultados en diferentes contextos. Discutir y resolver sistemas de ecuaciones lineales. Saber plantear sistemas y saber interpretar las soluciones.
- Reconocer espacios vectoriales, subespacios vectoriales y aplicaciones lineales.
- Saber calcular relaciones de dependencia lineal. Comprender las nociones de bases y dimensión. Saber calcular y cambiar de coordenadas. Comprender las diferentes operaciones entre subespacios y entre espacios vectoriales. Tener facilidad en su cálculo. Familiarizarse con el espacio dual y el cociente y saber manipularlos.
- Determinar el núcleo y la imagen de una aplicación lineal. Calcular imágenes y antiimágenes de elementos y de subespacios. Saber representar matricialmente las aplicaciones lineales. Entender la relación con los sistemas de ecuaciones y saber cambiar de base. Entender el concepto de subespacio vectorial y de restricción. Entender la necesidad de transformar una matriz a una forma predeterminada. Discutir y encontrar la forma diagonal de una matriz, tanto en el caso real como en el caso complejo. Saber trabajar con tipos concretos de matrices.
- Conocer aplicaciones de la diagonalización de un endomorfismo.
- Entender el concepto de producto escalar y conceptos derivados. Saber trabajar en espacios euclídeos. Comprender la noción de ortogonalidad y de proyección ortogonal. Conocer el Teorema Espectral real.

HORAS TOTALES DE DEDICACIÓN DEL ESTUDIANTE

Tipo	Horas	Porcentaje
Horas grupo pequeño	30,0	16.00
Horas actividades dirigidas	7,5	4.00
Horas grupo grande	45,0	24.00
Horas aprendizaje autónomo	105,0	56.00

Dedicación total: 187.5 h

CONTENIDOS

Matrices, determinantes y sistemas lineales

Descripción:

Operaciones con matrices. Matrices y transformaciones elementales. Rango. Formas escalonadas. Sistemas lineales. Teorema de Rouché-Frobenius. Determinante. Propiedades. Adjuntos. Regla de Laplace. Cálculo de la matriz inversa.

Dedicación: 18h

Grupo mediano/Prácticas: 8h

Aprendizaje autónomo: 10h

Espacios vectoriales

Descripción:

Espacios vectoriales. Combinaciones lineales; subespacios, intersección y suma, generadores; dependencia lineal; bases, dimensión, coordenadas, cambio de base; fórmula de Grassmann, suma directa, extensión de bases. Espacio cociente.

Dedicación: 44h

Grupo grande/Teoría: 12h

Grupo mediano/Prácticas: 7h

Aprendizaje autónomo: 25h

Aplicaciones lineales

Descripción:

Definición, ejemplos y propiedades. Núcleo e imagen, rango. Matriz de una aplicación lineal. Composición de aplicaciones; cambio de base y aplicaciones lineales. Subespacios invariantes de endomorfismos. Teorema de isomorfismo. Espacio dual y base dual.

Dedicación: 35h

Grupo grande/Teoría: 10h

Grupo mediano/Prácticas: 5h

Aprendizaje autónomo: 20h

Reducción de endomorfismos

Descripción:

Vectores y valores propios, polinomio característico, multiplicidad algebraica y geométrica. Primer teorema de descomposición; criterios de diagonalización. Polinomios anuladores, teorema de Cayley-Hamilton, polinomio mínimo. Forma de Jordan de un endomorfismo. Aplicaciones.

Dedicación: 36h

Grupo grande/Teoría: 11h

Grupo mediano/Prácticas: 5h

Aprendizaje autónomo: 20h

Espacio Vectorial Euclídeo

Descripción:

Productos escalares y Espacio Euclídeo; norma, distancia, ángulos, subespacio ortogonal, proyección ortogonal. Bases ortonormales y Gram-Schmidt. Teorema espectral. Aplicaciones

Dedicación: 37h

Grupo grande/Teoría: 12h

Grupo mediano/Prácticas: 5h

Aprendizaje autónomo: 20h

SISTEMA DE CALIFICACIÓN

La evaluación de la asignatura se realizará mediante un Examen Parcial a mitad de cuatrimestre, una evaluación continua y un examen final. La nota de evaluación continuada se obtendrá de la valoración de problemas resueltos y entregados periódicamente por parte de los estudiantes.

La nota de la asignatura se obtiene según la fórmula:

$$\text{Nota} = \max \{ \text{nota examen final}; 70\% \text{ nota examen final} + 20\% \text{ nota examen parcial} + 10\% \text{ evaluación continuada}; 90\% \text{ examen final} + 10\% \text{ evaluación continua}; 80\% \text{ examen final} + 20\% \text{ examen parcial} \}.$$

Adicionalmente, habrá un examen final extraordinario en julio para los que hayan suspendido. La nota de reevaluación se calculará así:

$$\text{Nota Reevaluación} = \max \{ \text{nota examen final extraordinario}; 70\% \text{ nota examen final extraordinario} + 20\% \text{ nota examen parcial} + 10\% \text{ evaluación continuada}; 90\% \text{ examen final extraordinario} + 10\% \text{ evaluación continua}; 80\% \text{ examen final extraordinario} + 20\% \text{ examen parcial} \}.$$

BIBLIOGRAFÍA

Básica:

- Castellet, M. ; Llerena, I. Àlgebra lineal i geometria. 4a ed. Bellaterra: Universitat Autònoma de Barcelona. Servei de Publicacions, 2000. ISBN 847488943X.
- Strang, Gilbert. Introduction to linear algebra. 5th ed. Wellesley: Cambridge Press, cop. 2016. ISBN 9780980232776.
- Jeronimo, G.; Sabia, J.; Tesauri, S. Àlgebra lineal (recopilació de notes de l'autor) [en línia]. Disponible a: http://mate.dm.uba.ar/~jeronimo/algebra_lineal/.

Complementaria:

- Friedberg, Stephen H; Insel, Arnold J; Spence, Lawrence E. Linear algebra. 4th ed. Upper Saddle River: Pearson Education, cop. 2003. ISBN 0131202669.
- Poole, David. Álgebra lineal: una introducción moderna. 2004. ISBN 9706862722.
- Lay, David C; Murrieta Murrieta, Jesús Elmer; Alfaro Pastor, Javier. Álgebra lineal y sus aplicaciones [en línea]. 3a ed. México: Pearson Educación, 2007 [Consulta: 21/06/2023]. Disponible a: https://www-ingebook-com.recursos.biblioteca.upc.edu/ib/NPcd/IB_BooksVis?cod_primaria=1000187&codigo_libro=1275. ISBN 9789702609063.
- Puerta Sales, Ferran. Àlgebra Lineal. Barcelona: Edicions UPC, 2005. ISBN 9788483018033.

Guía docente

200151 - ALN - Álgebra Lineal Numérica

Última modificación: 29/05/2025

Unidad responsable: Facultad de Matemáticas y Estadística
Unidad que imparte: 749 - MAT - Departamento de Matemáticas.
Titulación: GRADO EN MATEMÁTICAS (Plan 2009). (Asignatura obligatoria).
Curso: 2025 **Créditos ECTS:** 7.5 **Idiomas:** Catalán

PROFESORADO

Profesorado responsable: JUAN RAMON PACHA ANDUJAR

Otros:

CAPACIDADES PREVIAS

El estudiante deberá haber alcanzado los objetivos que se detallan en la guía docente de la asignatura de Álgebra Lineal (código AL-200002) que se imparte en el primer cuatrimestre del Grado de Matemáticas.

REQUISITOS

Haber seguido al menos un curso de Álgebra Lineal con contenidos parecidos al curso de Álgebra Lineal de primero del Grado de Matemáticas. Consulte la Guía docente, código AL-200002.

COMPETENCIAS DE LA TITULACIÓN A LAS QUE CONTRIBUYE LA ASIGNATURA

Específicas:

1. CE-2. Resolver problemas de Matemáticas, mediante habilidades de cálculo básico y otros, planificando su resolución en función de las herramientas de que se disponga y de las restricciones de tiempo y recursos.
2. CE-3. Utilizar aplicaciones informáticas de análisis estadístico, cálculo numérico y simbólico, visualización gráfica, optimización u otras para experimentar en Matemáticas y resolver problemas.
3. CE-4. Desarrollar programas que resuelvan problemas matemáticos utilizando para cada caso el entorno computacional adecuado.

Genéricas:

4. CB-1. Demostrar poseer y comprender conocimientos en el área de las Matemáticas contruidos a partir de la base de la educación secundaria general, a un nivel que, apoyándose en libros de texto avanzados, incluya también algunos aspectos que implican conocimientos procedentes de la vanguardia en el estudio de las Matemáticas y en sus aplicaciones en la ciencia y la tecnología.
5. CB-2. Saber aplicar los conocimientos matemáticos a su trabajo de una forma profesional y poseer las capacidades que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas dentro del área de las Matemáticas y en sus aplicaciones en la ciencia y la tecnología.
6. CB-3. Tener la capacidad de reunir e interpretar datos relevantes, dentro del área de las Matemáticas y sus aplicaciones, para emitir juicios que incluyan una reflexión sobre temas relevantes de índole social, científica o ética.
7. CG-1. Comprender y utilizar el lenguaje matemático.
8. CG-2. Conocer demostraciones rigurosas de algunos teoremas clásicos en distintas áreas de la Matemática.
9. CG-3. Asimilar la definición de un nuevo objeto matemático, en términos de otros ya conocidos, y ser capaz de utilizar este objeto en diferentes contextos.
10. CG-4. Saber trasladar al lenguaje matemático problemas de otros ámbitos y utilizar esta traslación para resolverlos.
12. CG-6. Detectar deficiencias en el propio conocimiento y superarlas mediante la reflexión crítica y la elección de la mejor actuación para ampliar este conocimiento.

Transversales:

11. APRENDIZAJE AUTÓNOMO: Detectar deficiencias en el propio conocimiento y superarlas mediante la reflexión crítica y la elección de la mejor actuación para ampliar este conocimiento.

METODOLOGÍAS DOCENTES

Las 5 horas de clase semanales se dividen en 3 horas en aula convencional y 2 horas en aula de ordenadores. Generalmente, los conceptos teóricos se presentan y desarrollan en el aula convencional. En el aula de ordenadores se realizan mayoritariamente problemas, ejemplos de implementación y uso de los métodos numéricos, así como ejemplos de aplicación en ciencias e ingeniería. También se realiza el seguimiento de la evolución de los ejercicios prácticos propuestos.

Toda la información referente a la organización y seguimiento de la asignatura, y todo el material docente se publica en la intranet docente.

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE DE LA ASIGNATURA

La asignatura tiene dos objetivos principales: (1) dar una idea global del papel de los métodos numéricos en la resolución de problemas habituales en las matemáticas, la física y la ingeniería, y (2) proporcionar una sólida base en la resolución numérica de los problemas de álgebra lineal.

El alumno debe adquirir capacidades para:

- Conocer y entender las posibilidades y limitaciones de los métodos numéricos para la resolución de problemas de la matemática y de otras disciplinas
- Conocer y entender las técnicas numéricas básicas para la resolución de sistemas de ecuaciones lineales y problemas de autovalores.
- Seleccionar y utilizar un método numérico apropiado para la resolución de un problema concreto, identificando sus ventajas e inconvenientes.
- Adquirir competencia y agilidad a la hora de expresar los métodos numéricos estudiados en forma de algoritmos para, finalmente, codificarlos de forma eficiente en el lenguaje de programación Python.
- Analizar críticamente los resultados obtenidos (precisión en el resultado de interés, adecuación del método numérico y modelo matemático, interpretación de los resultados).
- Presentar los resultados de forma clara y escueta.

HORAS TOTALES DE DEDICACIÓN DEL ESTUDIANTE

Tipo	Horas	Porcentaje
Horas actividades dirigidas	7,5	4.00
Horas aprendizaje autónomo	105,0	56.00
Horas grupo grande	45,0	24.00
Horas grupo pequeño	30,0	16.00

Dedicación total: 187.5 h

CONTENIDOS

Introducción a los métodos numéricos

Descripción:

- Introducción: Iteraciones, recurrencias, diferencias finitas, etc.
- El lenguaje de programación Python. Librerías numpy, sympy y matplotlib.

Competencias relacionadas:

GM-CE3. CE-3. Utilizar aplicaciones informáticas de análisis estadístico, cálculo numérico y simbólico, visualización gráfica, optimización u otras para experimentar en Matemáticas y resolver problemas.

Dedicación: 17h 30m

Grupo mediano/Prácticas: 4h

Aprendizaje autónomo: 13h 30m

Aritmética finita i precisió

Descripción:

- Representación binaria de números en coma flotante. El estándar IEEE-754 de la aritmética de coma flotante.
- Errores en las operaciones numéricas. Propagación de los errores. Análisis progresivo y regresivo de propagación de errores.
- Estabilidad e inestabilidad numéricas. Ejemplos. Acondicionamiento de algoritmos numéricos.

Competencias relacionadas:

GM-CE2. CE-2. Resolver problemas de Matemáticas, mediante habilidades de cálculo básico y otros, planificando su resolución en función de las herramientas de que se disponga y de las restricciones de tiempo y recursos.

Dedicación: 20h

Grupo grande/Teoría: 5h

Grupo pequeño/Laboratorio: 3h

Aprendizaje autónomo: 12h

Sistemas de ecuaciones lineales. Mètodes directes

Descripción:

- Conceptos básicos. Tipología de matrices. Ortogonalidad. Normas vectoriales y matriciales, y equivalencia.
- Eliminación gaussiana. Pivotajes parcial y total, factorizaciones LU, Cholesky, Doolittle y Crout.
- Factorización QR. Ortogonalización de Gram-Schmidt y variantes estables. Proyectores ortogonales de Givens y Householder.
- Sistemas sobredeterminados y aproximaciones por mínimos cuadrados.
- Número de condición de una matriz y errores en la solución de sistemas lineales. Refinamiento iterativo.
- Matrices banda, matrices por bloques y dispersas. Factorización LU de matrices banda y dispersas, e fill-in. Factorización LU incompleta, criterios. Uso como preconditionadores.
- Factorización de matrices particionadas. Subestructuración y complemento de Schur.

Competencias relacionadas:

GM-CE2. CE-2. Resolver problemas de Matemáticas, mediante habilidades de cálculo básico y otros, planificando su resolución en función de las herramientas de que se disponga y de las restricciones de tiempo y recursos.

Dedicación: 57h 30m

Grupo grande/Teoría: 15h

Grupo pequeño/Laboratorio: 8h

Aprendizaje autónomo: 34h 30m

Sistemas lineales de ecuaciones: métodos iterativos

Descripción:

- Métodos estacionarios clásicos: Jacobi, Gauss-Seidel, sobre relajación (SOR).
- Métodos para matrices simétricas. Gradiente y gradiente conjugado.
- Preconditionadores.

Competencias relacionadas:

GM-CE2. CE-2. Resolver problemas de Matemáticas, mediante habilidades de cálculo básico y otros, planificando su resolución en función de las herramientas de que se disponga y de las restricciones de tiempo y recursos.

Dedicación: 35h

Grupo grande/Teoría: 8h

Grupo pequeño/Laboratorio: 9h

Aprendizaje autónomo: 18h

Cálculo de valores propios y descomposición en valores singulares, DVS

Descripción:

- Método de la potencia y derivados: Potencia inversa, desplazada e inversa desplazada.
- Método de Jacobi. Reducción a forma tridiagonal de matrices simétricas.
- Iteraciones basadas en factorizaciones QR. Reducción a forma Hessenberg.
- Descomposición en valores singulares, SVD.
- Aplicaciones.

Competencias relacionadas:

GM-CE2. CE-2. Resolver problemas de Matemáticas, mediante habilidades de cálculo básico y otros, planificando su resolución en función de las herramientas de que se disponga y de las restricciones de tiempo y recursos.

Dedicación: 57h 30m

Grupo grande/Teoría: 15h

Grupo pequeño/Laboratorio: 8h

Aprendizaje autónomo: 34h 30m

SISTEMA DE CALIFICACIÓN

La asignatura se evalúa mediante exámenes (E) y un conjunto de prácticas que tendrán que entregarse dentro de un plazo especificado (AC). La nota de la asignatura será la media ponderada

$$NF = 0.8E + 0.2AC$$

donde la nota E se calcula a partir de la notas de los exámenes parciales (EP), final (EF) como

$$E = \max(0.3 EP + 0.7 EF, EF)$$

En la convocatoria extraordinaria E es el mínimo entre 7 y la nota del examen extraordinario.

Aunque en cuanto a la nota de prácticas (AC) sólo se evaluarán las prácticas entregadas, es conveniente realizar todos los ejercicios propuestos, ya que algunas preguntas de los exámenes pueden estar basadas en ellos o requerir desarrollos técnicas similares.

Dado que una parte de los exámenes consistirá en la aplicación de los códigos desarrollados en las clases de prácticas, los exámenes se realizarán en las aulas de PCs.

BIBLIOGRAFÍA

Básica:

- Allaire, Grégoire; Trabelsi, Karim; Kaber, Sidi Mahmoud. Numerical linear algebra [en línea]. New York: Springer, cop. 2008 [Consulta: 04/06/2024]. Disponible a: <https://link-springer-com.recursos.biblioteca.upc.edu/book/10.1007/978-0-387-68918-0>. ISBN 9780387341590.
- Aubanell, Anton; Benseny, Antoni; Delshams, Amadeu. Útiles básicos de cálculo numérico. Barcelona: Labor, 1993. ISBN 8433551566.
- Björck, A. Numerical methods in matrix computations [en línea]. Cham: Springer, 2015 [Consulta: 04/06/2024]. Disponible a: <https://link-springer-com.recursos.biblioteca.upc.edu/book/10.1007/978-3-319-05089-8>. ISBN 3319050893.
- Bonet, Carles. Càlcul numèric [en línea]. Barcelona: Edicions UPC, 1994 [Consulta: 04/06/2024]. Disponible a: <https://upcommons.upc.edu/handle/2099.3/36356>. ISBN 8476533764.
- Golub, Gene H; Van Loan, Charles F. Matrix computations. 4th ed. Baltimore: The Johns Hopkins University Press, 2013. ISBN 9781421407944.
- Grau Sánchez, Miquel; Noguera Batlle, Miquel. Càlcul numèric. Barcelona: Edicions UPC, 1993. ISBN 8476532563.
- Saad, Y. Iterative methods for sparse linear systems. 2nd ed. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics, SIAM, cop. 2003. ISBN 0898715342.
- Saad, Y. Numerical methods for large eigenvalue problems [en línea]. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics, SIAM, 2011 [Consulta: 04/06/2024]. Disponible a: <https://www-users.cse.umn.edu/~saad/books.html>.
- Stoer, Josef; Bulirsch, Roland. Introduction to numerical analysis. 3rd ed. New York [etc.]: Springer, cop. 2002. ISBN 9781441930064.
- Wilkinson, J. H. The Algebraic eigenvalue problem. Oxford: Clarendon Press, cop. 1965. ISBN 0198534183.

Complementaria:

- Demmel, James W. Applied numerical linear algebra. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics, SIAM, cop. 1997. ISBN 0898713897.
- Goldberg, D.. "What every computer scientist should know about floating-point arithmetic". ACM Computing Surveys [en línea]. Vol. 23, Num. 1, 1991 [Consulta: 04/06/2024]. Disponible a: <https://dl-acm-org.recursos.biblioteca.upc.edu/doi/abs/10.1145/103162.103163>.
- Higham, Nicholas J. Accuracy and stability of numerical algorithms. 2nd ed. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics, cop. 2002. ISBN 0898715210.
- Kincaid, David; Cheney, E. W. Análisis numérico: las matemáticas del cálculo científico. Argentina [etc.]: Addison-Wesley Iberoamericana, cop. 1994. ISBN 0201601303.
- Press, William H. Numerical recipes in C : the art of scientific computing. 1st publ. Cambridge [etc.]: Cambridge University Press, cop. 1988. ISBN 052135465X.
- Quarteroni, Alfio; Saleri, Fausto; Gervasio, Paola. Scientific computing with MATLAB and Octave [en línea]. 3rd ed. Heidelberg [etc.]: Springer, 2010 [Consulta: 04/06/2024]. Disponible a: <https://link-springer-com.recursos.biblioteca.upc.edu/book/10.1007/978-3-642-12430-3>. ISBN 9783642124297.
- Trefethen, Lloyd N; Bau, David. Numerical linear algebra. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics, 1997. ISBN 9780898713619.

Guía docente

200111 - AMG - Álgebra Multilineal y Geometría

Última modificación: 29/05/2025

Unidad responsable: Facultad de Matemáticas y Estadística
Unidad que imparte: 749 - MAT - Departamento de Matemáticas.
Titulación: GRADO EN MATEMÁTICAS (Plan 2009). (Asignatura obligatoria).
Curso: 2025 **Créditos ECTS:** 7.5 **Idiomas:** Catalán, Castellano

PROFESORADO

Profesorado responsable: CARLES PADRO LAIMON

Otros:

CAPACIDADES PREVIAS

Es necesario que el alumnado haya alcanzado los objetivos de las asignaturas Álgebra lineal y Geometría afín y Euclídea.

COMPETENCIAS DE LA TITULACIÓN A LAS QUE CONTRIBUYE LA ASIGNATURA

Específicas:

1. CE-2. Resolver problemas de Matemáticas, mediante habilidades de cálculo básico y otros, planificando su resolución en función de las herramientas de que se disponga y de las restricciones de tiempo y recursos.
2. CE-3. Utilizar aplicaciones informáticas de análisis estadístico, cálculo numérico y simbólico, visualización gráfica, optimización u otras para experimentar en Matemáticas y resolver problemas.
3. CE-4. Desarrollar programas que resuelvan problemas matemáticos utilizando para cada caso el entorno computacional adecuado.

Genéricas:

4. CB-1. Demostrar poseer y comprender conocimientos en el área de las Matemáticas contruidos a partir de la base de la educación secundaria general, a un nivel que, apoyándose en libros de texto avanzados, incluya también algunos aspectos que implican conocimientos procedentes de la vanguardia en el estudio de las Matemáticas y en sus aplicaciones en la ciencia y la tecnología.
5. CB-2. Saber aplicar los conocimientos matemáticos a su trabajo de una forma profesional y poseer las capacidades que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas dentro del área de las Matemáticas y en sus aplicaciones en la ciencia y la tecnología.
6. CB-3. Tener la capacidad de reunir e interpretar datos relevantes, dentro del área de las Matemáticas y sus aplicaciones, para emitir juicios que incluyan una reflexión sobre temas relevantes de índole social, científica o ética.
7. CG-1. Comprender y utilizar el lenguaje matemático.
8. CG-2. Conocer demostraciones rigurosas de algunos teoremas clásicos en distintas áreas de la Matemática.
9. CG-3. Asimilar la definición de un nuevo objeto matemático, en términos de otros ya conocidos, y ser capaz de utilizar este objeto en diferentes contextos.
10. CG-4. Saber trasladar al lenguaje matemático problemas de otros ámbitos y utilizar esta traslación para resolverlos.
12. CG-6. Detectar deficiencias en el propio conocimiento y superarlas mediante la reflexión crítica y la elección de la mejor actuación para ampliar este conocimiento.

Transversales:

11. APRENDIZAJE AUTÓNOMO: Detectar deficiencias en el propio conocimiento y superarlas mediante la reflexión crítica y la elección de la mejor actuación para ampliar este conocimiento.

METODOLOGÍAS DOCENTES

Las horas de clase semanales se dividen en tres sesiones de teoría y dos de problemas. En las clases de teoría se exponen los contenidos del programa y se acompañan de ejemplos y demostraciones. En las clases de problemas se presentan soluciones a problemas propuestos y se discuten con los estudiantes.

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE DE LA ASIGNATURA

Profundizar en el conocimiento del espacio dual. Conocer las nociones básicas del álgebra multilineal: tensores y producto tensorial, bases de los espacios de tensores, operaciones con tensores.

Adquirir conocimientos y destrezas en geometría proyectiva: sistemas de referencia, relación con la geometría afín, proyectividades, clasificación de cónicas y cuádricas.

Familiarizarse con la resolución analítica y sintética de problemas geométricos.

Iniciar-se en la abstracción en geometría y el programa de Erlangen.

HORAS TOTALES DE DEDICACIÓN DEL ESTUDIANTE

Tipo	Horas	Porcentaje
Horas grupo grande	45,0	24.00
Horas aprendizaje autónomo	112,5	60.00
Horas grupo pequeño	30,0	16.00

Dedicación total: 187.5 h

CONTENIDOS

Álgebra multilineal

Descripción:

- Formas bilineales y cuadráticas.
- El espacio vectorial de los tensores.
- Producto tensorial. Bases.
- Tensores simétricos y antisimétricos. Operadores.
- Producto exterior. Bases.

Dedicación: 18h

Grupo grande/Teoría: 11h

Grupo mediano/Prácticas: 7h

Forma canónica de Jordan

Descripción:

Se complementa el análisis de la diagonalización de matrices realizado en Álgebra Lineal con la introducción de la forma de Jordan.

Dedicación: 5h

Grupo grande/Teoría: 3h

Grupo pequeño/Laboratorio: 2h

Geometría proyectiva

Descripción:

- Espacio proyectivo (real y complejo).
- Interpretaciones del plano proyectivo.
- Completación proyectiva de un espacio afín.
- Variedades lineales. Fórmula de Grassman.
- Sistemas de referencia y coordenadas proyectivas. Ecuaciones de las variedades lineales.
- Razón doble.
- Dualidad.
- Teoremas de Pappus y Desargues.
- Definición axiomatica del plano proyectivo. Planos no desarguesianos.

Dedicación: 19h 10m

Grupo grande/Teoría: 11h 40m

Grupo mediano/Prácticas: 7h 30m

Cuádricas

Descripción:

- Hipercuádricas de un espacio proyectivo.
- Polaridad.
- Clasificación proyectiva de cuádricas (real y compleja).
- Clasificación afín de cuádricas (real y compleja).
- Transformaciones por proyectividades. Secciones hiperplanas.
- Cónicas. El Teorema de Steiner.
- Geometría métrica en el contexto proyectivo.

Dedicación: 17h

Grupo grande/Teoría: 10h

Grupo mediano/Prácticas: 7h

-Proyectividades

Descripción:

- . Proyectividades y homografías. Propiedades.
- . El Teorema Fundamental de la Geometría Proyectiva.
- . Matrices de proyectividades.
- . Puntos fijos y variedades fijas.
- . Algunas familias de proyectividades: perspectividades, involuciones y homologías. El Teorema de Poncelet.
- . Homografías de la recta y el plano.
- . Afinidades en el contexto proyectivo.

Dedicación: 18h

Grupo grande/Teoría: 11h

Grupo pequeño/Laboratorio: 7h

SISTEMA DE CALIFICACIÓN

La calificación constará de un examen final (nota EF), y un examen parcial a mitad de cuatrimestre (EP).

El examen final constará de una parte de problemas y de una parte teórica.

La calificación final de la asignatura vendrá dada por: máximo { EF , 0.8 EF+ 0.2 EP }

Además, habrá un examen extraordinario durante el mes de julio para los estudiantes que hayan suspendido.

BIBLIOGRAFÍA

Básica:

- Casas Alvero, Eduardo. Analytic projective geometry. European Mathematical Society, 2011. ISBN 9783037191385.
- Greub, Werner Hildbert. Multilinear algebra. New York: Springer-Verlag, 1967.
- Puerta Sales, Fernando. Algebra Lineal. Barcelona: Edicions UPC, 2005.
- Reventós i Tarrida, Agustí. Geometria projectiva. Bellaterra: Servei de Publicacions UAB, 2000. ISBN 8449019788.

Complementaria:

- Audin, Michèle. Geometry. Berlin: Springer, 2003. ISBN 3540434984.
- Hartshorne, Robin. Foundations of projective geometry. New York: Irish Press International, 2009. ISBN 9784871878371.
- Projective geometry : b3 course 2003 [en línea]. Disponible a : https://people.maths.ox.ac.uk/hitchin/files/LectureNotes/Projective_geometry/Chapter_1_Projective_geometry.pdf.- Santaló, Luís. Geometría proyectiva. 3a ed. Buenos Aires: Eudeba, 1977.
- Xambó Descamps, Sebastián. Geometria [en línea]. 2a ed. Barcelona: Edicions UPC, 2001 [Consulta: 21/05/2020]. Disponible a: <http://hdl.handle.net/2099.3/36176>. ISBN 8483015110.

Guía docente

200162 - ALGO - Algoritmia

Última modificación: 29/05/2025

Unidad responsable: Facultad de Matemáticas y Estadística
Unidad que imparte: 723 - CS - Departamento de Ciencias de la Computación.
Titulación: GRADO EN MATEMÁTICAS (Plan 2009). (Asignatura obligatoria).
Curso: 2025 **Créditos ECTS:** 7.5 **Idiomas:** Catalán

PROFESORADO

Profesorado responsable: SALVADOR ROURA FERRET

Otros:

COMPETENCIAS DE LA TITULACIÓN A LAS QUE CONTRIBUYE LA ASIGNATURA

Específicas:

1. CE-2. Resolver problemas de Matemáticas, mediante habilidades de cálculo básico y otros, planificando su resolución en función de las herramientas de que se disponga y de las restricciones de tiempo y recursos.
2. CE-3. Utilizar aplicaciones informáticas de análisis estadístico, cálculo numérico y simbólico, visualización gráfica, optimización u otras para experimentar en Matemáticas y resolver problemas.
3. CE-4. Desarrollar programas que resuelvan problemas matemáticos utilizando para cada caso el entorno computacional adecuado.

Genéricas:

4. CB-1. Demostrar poseer y comprender conocimientos en el área de las Matemáticas contruidos a partir de la base de la educación secundaria general, a un nivel que, apoyándose en libros de texto avanzados, incluya también algunos aspectos que implican conocimientos procedentes de la vanguardia en el estudio de las Matemáticas y en sus aplicaciones en la ciencia y la tecnología.
5. CB-2. Saber aplicar los conocimientos matemáticos a su trabajo de una forma profesional y poseer las capacidades que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas dentro del área de las Matemáticas y en sus aplicaciones en la ciencia y la tecnología.
6. CB-3. Tener la capacidad de reunir e interpretar datos relevantes, dentro del área de las Matemáticas y sus aplicaciones, para emitir juicios que incluyan una reflexión sobre temas relevantes de índole social, científica o ética.
7. CG-1. Comprender y utilizar el lenguaje matemático.
8. CG-2. Conocer demostraciones rigurosas de algunos teoremas clásicos en distintas áreas de la Matemática.
9. CG-3. Asimilar la definición de un nuevo objeto matemático, en términos de otros ya conocidos, y ser capaz de utilizar este objeto en diferentes contextos.
10. CG-4. Saber trasladar al lenguaje matemático problemas de otros ámbitos y utilizar esta traslación para resolverlos.
12. CG-6. Detectar deficiencias en el propio conocimiento y superarlas mediante la reflexión crítica y la elección de la mejor actuación para ampliar este conocimiento.

Transversales:

11. APRENDIZAJE AUTÓNOMO: Detectar deficiencias en el propio conocimiento y superarlas mediante la reflexión crítica y la elección de la mejor actuación para ampliar este conocimiento.

METODOLOGÍAS DOCENTES

(Apartado no disponible)

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE DE LA ASIGNATURA

(Apartado no disponible)

HORAS TOTALES DE DEDICACIÓN DEL ESTUDIANTE

Tipo	Horas	Porcentaje
Horas grupo grande	45,0	24.00
Horas grupo pequeño	30,0	16.00
Horas aprendizaje autónomo	112,5	60.00

Dedicación total: 187.5 h

CONTENIDOS

COSTE DE LOS ALGORITMOS

Descripción:

Notación asintótica. Análisis del coste de los algoritmos iterativos y recursivos. Recurrencias.

ESQUEMAS ALGORÍTMICOS

Descripción:

Fuerza bruta. Divide-y-vencerás. Algoritmos voraces. Programación dinámica.

USO DE ESTRUCTURAS DE DATOS BÁSICAS

Descripción:

Pilas y colas. Colas de prioridades.

IMPLEMENTACIÓN DE ESTRUCTURAS DE DATOS BÁSICAS

Descripción:

Heaps. Tablas de dispersión. Árboles de búsqueda balanceados. MF-sets.

ALGORITMOS SOBRE GRAFOS

Descripción:

Representación. Recorridos en anchura y profundidad, conectividad. Caminos óptimos. Árboles generadores mínimos.

SISTEMA DE CALIFICACIÓN

La calificación se calculará como $2T/5 + 2L/5 + P/5$, donde T es la nota de teoría, L es la nota de laboratorio y P es la nota de prácticas. Las tres notas se obtienen de forma independiente.

Para calcular la nota de teoría se harán dos exámenes de tipo convencional sobre papel, donde se comprobarán los conocimientos de la asignatura y la capacidad de resolver problemas relacionados. Se efectuarán un examen parcial y un examen final. Sean PT y FT las notas respectivas. Entonces, $T = \text{Máximo}(PT/3 + 2FT/3, FT)$.

Los dos exámenes de laboratorio se harán delante del ordenador, y se pedirá que los alumnos programen la solución a diversos problemas algorítmicos. Se valorará principalmente que el programa propuesto sea correcto, eficiente, claro y que use los esquemas algorítmicos y las estructuras de datos adecuados. Sea PL la nota del examen parcial de laboratorio y FL la nota del examen final de laboratorio. Entonces, $L = \text{Máximo}(PL/3 + 2FL/3, FL)$.

Adicionalmente, habrá una nota de prácticas, la cual se calculará haciendo la media de las notas de las prácticas evaluadas durante el curso.

Además, habrá un examen extraordinario durante el mes de julio para los estudiantes que hayan suspendido.

BIBLIOGRAFÍA

Básica:

- Cormen, T.H. [et al.]. Introduction to algorithms [en línea]. 3rd ed. Cambridge: MIT Press, 2009 [Consulta: 21/06/2023]. Disponible a : <https://ebookcentral-proquest-com.recursos.biblioteca.upc.edu/lib/upcatalunya-ebooks/detail.action?pq-origsite=primo&docID=3339142>. ISBN 9780262033848.
- Dasgupta S.; Papadimitriou C.; Vazirani U. Algorithms. Boston: Mc Graw Hill Higher Education, 2006. ISBN 9780073523408.
- Josuttis, Nicolai M. The C++ standard library : a tutorial and reference [en línea]. 2a ed. Upper Saddle River, NJ: Addison-Wesley, 2012 [Consulta: 14/06/2024]. Disponible a : <https://ebookcentral-proquest-com.recursos.biblioteca.upc.edu/lib/upcatalunya-ebooks/detail.action?pq-origsite=primo&docID=7115780>. ISBN 9780321623218.
- Sedgewick, R. Algorithms in C++. Parts 1-5: fundamentals, data structures, sorting, searching, and graph algorithms. 3rd ed. Reading, Massachusetts: Addison-Wesley, 2002. ISBN 9780201726848.
- Skiena, Steven S. The Algorithm design manual [en línea]. 2nd ed. London: Springer, 2012 [Consulta: 21/06/2023]. Disponible a : <http://link.springer.com/book/10.1007/978-1-84800-070-4>. ISBN 9781848000698.

Complementaria:

- Knuth, Donald E. The Art of computer programming. Vol. 1. 3rd ed. Reading, Massachusetts: Addison-Wesley, 1998. ISBN 0201896834.
- Knuth, Donald E. The Art of computer programming. Vol. 3. 3rd ed. Reading (Mass.): Addison-Wesley, 1998. ISBN 0201038218.
- Meyers, Scott. Effective C++ : 55 specific ways to improve your programs and designs. 3rd ed. Upper Saddle River, NJ: Addison-Wesley, 2005. ISBN 0321334876.
- Meyers, Scott. More effective C++ : 35 new ways to improve your programs and designs. Reading, Massachusetts: Addison-Wesley, 1996. ISBN 020163371X.
- Skiena, S.S.; Revilla, M. Programming challenges : the programming contest training manual [en línea]. New York: Springer, 2003 [Consulta: 21/06/2023]. Disponible a : <https://link.springer-com.recursos.biblioteca.upc.edu/book/10.1007/b97559>. ISBN 0387001638.
- Stroustrup, Bjarne. Programming : principles and practice using C++. Upper Saddle River, NJ: Addison-Wesley, 2009. ISBN 9780321543721.
- Weiss, Mark Allen. Data structures and algorithm analysis in C++. 4th ed. Upper Saddle River: Pearson Education, 2014. ISBN 9780273769385.

Guía docente

200231 - AIC - Algoritmia y Complejidad

Última modificación: 05/06/2025

Unidad responsable: Facultad de Matemáticas y Estadística
Unidad que imparte: 723 - CS - Departamento de Ciencias de la Computación.
Titulación: GRADO EN MATEMÁTICAS (Plan 2009). (Asignatura optativa).
Curso: 2025 **Créditos ECTS:** 6.0 **Idiomas:** Inglés

PROFESORADO

Profesorado responsable: MARIA JOSE SERNA IGLESIAS

Otros:

CAPACIDADES PREVIAS

Este es un curso avanzado de algoritmia y complejidad.

Se espera que los estudiantes tengan un conocimiento previo, a nivel de segundo curso, de técnicas algorítmicas, programación y métodos matemáticos, en particular matemática discreta y probabilidad.

REQUISITOS

Se espera que los estudiantes tengan algún conocimiento de las técnicas algorítmicas básicas, dividir y vencer, voraces, programación lineal y programación dinámica. También se espera que tengan madurez matemática a nivel de segundo año en la FME.

COMPETENCIAS DE LA TITULACIÓN A LAS QUE CONTRIBUYE LA ASIGNATURA

Específicas:

3. CE-2. Resolver problemas de Matemáticas, mediante habilidades de cálculo básico y otros, planificando su resolución en función de las herramientas de que se disponga y de las restricciones de tiempo y recursos.
5. Capacitar para resolver problemas de ámbito académico, técnico, financiero o social mediante métodos matemáticos.
- GM-CE1. CE-1. Proponer, analizar, validar e interpretar modelos de situaciones reales sencillas, utilizando las herramientas matemáticas más adecuadas a los fines que se persigan.
- GM-CE3. CE-3. Utilizar aplicaciones informáticas de análisis estadístico, cálculo numérico y simbólico, visualización gráfica, optimización u otras para experimentar en Matemáticas y resolver problemas.

Genéricas:

GM-CB1. CB-1. Demostrar poseer y comprender conocimientos en el área de las Matemáticas contruidos a partir de la base de la educación secundaria general, a un nivel que, apoyándose en libros de texto avanzados, incluya también algunos aspectos que implican conocimientos procedentes de la vanguardia en el estudio de las Matemáticas y en sus aplicaciones en la ciencia y la tecnología.

GM-CB2. CB-2. Saber aplicar los conocimientos matemáticos a su trabajo de una forma profesional y poseer las capacidades que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas dentro del área de las Matemáticas y en sus aplicaciones en la ciencia y la tecnología.

GM-CB3. CB-3. Tener la capacidad de reunir e interpretar datos relevantes, dentro del área de las Matemáticas y sus aplicaciones, para emitir juicios que incluyan una reflexión sobre temas relevantes de índole social, científica o ética.

8. CG-3. Asimilar la definición de un nuevo objeto matemático, en términos de otros ya conocidos, y ser capaz de utilizar este objeto en diferentes contextos.

9. CG-4. Saber trasladar al lenguaje matemático problemas de otros ámbitos y utilizar esta traslación para resolverlos.

METODOLOGÍAS DOCENTES

Dos horas de clase magistral y dos horas de presentación y discusión de problemas por parte de los alumnos.

Se espera que los alumnos dediquen un cierto número de horas semanales a la resolución de los problemas propuestos en clase.

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE DE LA ASIGNATURA

Proporcionar una base algorítmica sólida para abordar la resolución de problemas computacionales, tanto en un futuro trabajo profesional

en la industria como en la academia en el campo de la matemática discreta o la informática teórica.

Repasar las técnicas básicas y estructuras de datos utilizadas para la resolución de problemas algorítmicos: dividir y vencer, voraces, programación dinámica, hashing, programación lineal. Introducir nuevos temas como complejidad computacional, técnicas aleatorias, algoritmos aproximados y parametrización.

HORAS TOTALES DE DEDICACIÓN DEL ESTUDIANTE

Tipo	Horas	Porcentaje
Horas aprendizaje autónomo	90,0	60.00
Horas grupo grande	30,0	20.00
Horas grupo pequeño	30,0	20.00

Dedicación total: 150 h

CONTENIDOS

Introducción

Descripción:

Notación asintótica, análisis del coste de los algoritmos. Repaso y consolidación de las técnicas algorítmicas básicas

Objetivos específicos:

Ejemplos de aplicación de las técnicas algorítmicas básicas.

Actividades vinculadas:

Resolución de problemas.

Dedicación: 13h

Grupo grande/Teoría: 4h

Grupo mediano/Prácticas: 4h

Aprendizaje autónomo: 5h

Complejidad computacional

Descripción:

Decidibilidad e indecidibilidad. Las clases P, NP y NP-completo. Reducciones. Ejemplos de problemas NP-completos.

Objetivos específicos:

Máquinas de Turing, el problema de la parada, el problema de las palabras. Las clases P, NP y EXP. Clique, SAT y variantes, Conjunto independiente, Recubrimiento de vértices.

Dedicación: 32h

Grupo grande/Teoría: 6h

Grupo mediano/Prácticas: 6h

Aprendizaje autónomo: 20h

Algoritmos aleatorios. Aritmética modular y primalidad

Descripción:

Introducción a los algoritmos aleatorios. Primalidad y aplicaciones.

Objetivos específicos:

Ejemplos de algoritmos aleatorios. Aritmética modular, MCD, Generación aleatoria de números primos, Algoritmo aleatorio para primalidad, Criptografía y el RSA.

Actividades vinculadas:

Resolución de problemas.

Dedicación: 23h

Grupo grande/Teoría: 4h

Grupo mediano/Prácticas: 4h

Aprendizaje autónomo: 15h

Algoritmos de aproximación

Descripción:

Introducción a las técnicas básicas para diseñar algoritmos de aproximación. Clases de complejidad y límites a la aproximación.

Objetivos específicos:

Load balancing, Max cut, Motxilla, el problema del viajante. Programación entera y lineal, relajación y redondeo. Dualidad y aproximación.

Actividades vinculadas:

Resolución de problemas.

Dedicación: 41h

Grupo grande/Teoría: 8h

Grupo mediano/Prácticas: 8h

Aprendizaje autónomo: 25h

Parametrización

Descripción:

Introducción a las técnicas básicas de de diseño de algoritmos parametrizados. Complejidad parametrizada.

Objetivos específicos:

Parámetros y complejidad. Algoritmos de búsqueda acotada y kernelization. Parametros para grafos, treewidth.

Actividades vinculadas:

Resolución de problemas.

Dedicación: 41h

Grupo grande/Teoría: 8h

Grupo mediano/Prácticas: 8h

Aprendizaje autónomo: 25h

SISTEMA DE CALIFICACIÓN

Dos parciales (P1, P2)

Un examen final cubriendo todo el curso (F).

Resolución y presentación de problemas, participación en clase (C)

La nota de examen (E) es $E = F$, si se opta por presentarse al final, o $(P1+P2)/2$ en cas contrari.

Nota final curs: $E*0.80+C*0.2$

NORMAS PARA LA REALIZACIÓN DE LAS PRUEBAS.

Durante los exámenes no se podrá acceder a ningún material de apoyo.

BIBLIOGRAFÍA

Básica:

- Cormen, Thomas H., Leiserson, Charles Eric, Rivest, Ronald L., Stein, Clifford. Introduction to algorithms [en línea]. 4th ed. Cambridge: MIT Press, cop. 2022 [Consulta: 24/05/2024]. Disponible a: <https://web-p-ebsscohost-com.recursos.biblioteca.upc.edu/ehost/ebookviewer/ebook?sid=5c0f1538-dfb6-47bd-8ecb-78fb365150f3%40redis&vid=0&format=EK>. ISBN 0262367505.

- Sipser, Michael. Introduction to the theory of computation. 2nd ed. Boston: Thomson Course Technology, cop. 2006. ISBN 0534950973.

- Kleinberg, Jon; Tardos, Éva. Algorithm design. Boston: Pearson, 2014. ISBN 9781292023946.

Complementaria:

- Moore, Cristopher; Mertens, Stephan. The Nature of computation. New York: Oxford University Press, cop. 2011. ISBN 9780199233212.
- Cygan, Marek; Saurabh, Saket; Pilipczuk, Marcin; Pilipczuk, Michal; Marx, Dániel; Lokshtanov, Daniel; Kowalik, Lukasz; Fomin, Fedor V. Parameterized algorithms. New York: Springer, 2015. ISBN 9783319212746.
- Vazirani, Vijay V. Approximation algorithms. Berlin: Springer, 2001. ISBN 9783540653677.
- Mitzenmacher, Michael; Upfal, Eli. Probability and computing: randomized algorithms and probabilistic analysis. Cambridge: Cambridge University Press, cop. 2005. ISBN 0521835402.

Guía docente

200211 - AF - Análisis Funcional

Última modificación: 22/06/2025

Unidad responsable: Facultad de Matemáticas y Estadística
Unidad que imparte: 749 - MAT - Departamento de Matemáticas.

Titulación: GRADO EN MATEMÁTICAS (Plan 2009). (Asignatura optativa).

Curso: 2025 **Créditos ECTS:** 6.0 **Idiomas:** Catalán

PROFESORADO

Profesorado responsable: XAVIER CABRÉ VILAGUT

Otros:

COMPETENCIAS DE LA TITULACIÓN A LAS QUE CONTRIBUYE LA ASIGNATURA

Específicas:

8. Capacitar para resolver problemas de ámbito académico, técnico, financiero o social mediante métodos matemáticos.
9. CE-4. Desarrollar programas que resuelvan problemas matemáticos utilizando para cada caso el entorno computacional adecuado.
10. CE-3. Utilizar aplicaciones informáticas de análisis estadístico, cálculo numérico y simbólico, visualización gráfica, optimización u otras para experimentar en Matemáticas y resolver problemas.
11. CE-2. Resolver problemas de Matemáticas, mediante habilidades de cálculo básico y otros, planificando su resolución en función de las herramientas de que se disponga y de las restricciones de tiempo y recursos.
12. CE-1. Proponer, analizar, validar e interpretar modelos de situaciones reales sencillas, utilizando las herramientas matemáticas más adecuadas a los fines que se persigan.

Genéricas:

3. CG-6. Detectar deficiencias en el propio conocimiento y superarlas mediante la reflexión crítica y la elección de la mejor actuación para ampliar este conocimiento.
4. CG-4. Saber trasladar al lenguaje matemático problemas de otros ámbitos y utilizar esta traslación para resolverlos.
5. CG-3. Asimilar la definición de un nuevo objeto matemático, en términos de otros ya conocidos, y ser capaz de utilizar este objeto en diferentes contextos.
6. CG-2. Conocer demostraciones rigurosas de algunos teoremas clásicos en distintas áreas de la Matemática.
7. CG-1. Comprender y utilizar el lenguaje matemático.
13. CB-4. Poder transmitir información, ideas, problemas y soluciones del ámbito matemático y científico-tecnológico a un público tanto especializado como no especializado.
14. Haber desarrollado aquellas habilidades de aprendizaje necesarias para emprender estudios multidisciplinarios posteriores con un alto grado de autonomía en disciplinas científicas en las que las Matemáticas tienen un papel significativo.

Transversales:

1. APRENDIZAJE AUTÓNOMO: Detectar deficiencias en el propio conocimiento y superarlas mediante la reflexión crítica y la elección de la mejor actuación para ampliar este conocimiento.
2. COMUNICACIÓN EFICAZ ORAL Y ESCRITA: Comunicarse de forma oral y escrita con otras personas sobre los resultados del aprendizaje, de la elaboración del pensamiento y de la toma de decisiones; participar en debates sobre temas de la propia especialidad.

METODOLOGÍAS DOCENTES

Teoría: las clases consistirán en exposiciones por parte del profesor de las definiciones, enunciados, demostraciones i ejemplos. Se pondrá énfasis en las relaciones entre conceptos y objetos aparentemente diferentes para el estudiante.

Problemas: resolución de problemas de una colección propuesta previamente al alumno. Resolución de algunos problemas por los mismos alumnos.

Entre los objetivos de la asignatura, tendrá más peso la resolución de problemas y la capacidad de relacionarlos con otras áreas de las matemáticas que la simple adquisición de conocimientos teóricos.

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE DE LA ASIGNATURA

El primer objetivo es que el estudiante comprenda los resultados básicos del análisis funcional: espacios de Banach y Hilbert, operadores lineales y acotados, teorema de la proyección y sus derivados, dualidad, espectro y operadores compactos.

Pero, por otro, se pretende que el alumno sepa utilizar estas herramientas para la resolución de EDP. Para ello, se introducen los conceptos de espacios de Sobolev y soluciones débiles. El objetivo principal es que un estudiante pueda plantearse, ante un problema dado, qué tipo de soluciones puede tener dicho problema y qué herramientas puede utilizar para demostrar su existencia, unicidad y regularidad.

HORAS TOTALES DE DEDICACIÓN DEL ESTUDIANTE

Tipo	Horas	Porcentaje
Horas grupo pequeño	30,0	20.00
Horas grupo grande	30,0	20.00
Horas aprendizaje autónomo	90,0	60.00

Dedicación total: 150 h

CONTENIDOS

Espacios de Banach

Descripción:

- Espacios de Banach
- Ejemplos
- Operadores lineales y norma
- Teoremas básicos sobre operadores lineales y acotados (aplicación abierta, gráfica cerrada, acotación uniforme)

Dedicación: 30h

Grupo grande/Teoría: 6h

Grupo pequeño/Laboratorio: 6h

Aprendizaje autónomo: 18h

Espacios de Hilbert

Descripción:

- Producto escalar
- Teorema de la proyección
- Teoremas de representación: Riesz-Frechet, Lax-Milgram
- Adjuntos en espacios de Hilbert
- Bases ortonormales

Dedicación: 45h

Grupo grande/Teoría: 9h

Grupo pequeño/Laboratorio: 9h

Aprendizaje autónomo: 27h

Aplicaciones

Descripción:

- Motivación; problemas de contorno en dimensión 1
- Espacios de Sobolev
- Soluciones débiles/fuertes en dimensión 1
- Problemas de existencia/unicidad y regularidad

Dedicación: 45h

Grupo grande/Teoría: 9h

Grupo pequeño/Laboratorio: 9h

Aprendizaje autónomo: 27h

Operadores compactos

Descripción:

- Propiedades
- Espectro
- Alternativa de Fredholm
- Operadores compactos autoadjuntos

Dedicación: 30h

Grupo grande/Teoría: 6h

Grupo pequeño/Laboratorio: 6h

Aprendizaje autónomo: 18h

SISTEMA DE CALIFICACIÓN

Los alumnos harán un examen parcial, que supondrá un 30% de la nota, y un examen final con un 50%; el 20% restante se evalúa a partir de las entregas y exposiciones de problemas realizados durante el curso. La nota final será el máximo de la nota del examen final y la nota ponderada calculada como indicado en la frase anterior.

BIBLIOGRAFÍA

Básica:

- Brézis, H. (Haim). Análisis funcional : teoría y aplicaciones. Madrid: Alianza, 1984. ISBN 8420680885.
- Lax, Peter D. Functional Analysis. New York: Wiley-Interscience [John Wiley & Sons], 2002. ISBN 0471556041.

Complementaria:

- Salsa, Sandro. Partial differential equations in action. From modelling to theory. Second edition. ISBN 8847007518.
- Rakotoson, Jean-Emile; Rakotoson, Jean-Michel. Analyse fonctionnelle appliquée aux équations aux dérivées partielles. 1999. ISBN 1130498388.
- Salsa, Sandro; Verzini, Gianmaria. Partial differential equations in action. Complements and exercises. 2015. ISBN 331915415X.
- Dieudonné, Jean. History of functional analysis. 1983. ISBN 0444861483.

Guía docente

200102 - AR - Análisis Real

Última modificación: 22/06/2025

Unidad responsable: Facultad de Matemáticas y Estadística
Unidad que imparte: 749 - MAT - Departamento de Matemáticas.
Titulación: GRADO EN MATEMÁTICAS (Plan 2009). (Asignatura obligatoria).
Curso: 2025 **Créditos ECTS:** 7.5 **Idiomas:** Catalán

PROFESORADO

Profesorado responsable: Franch Bullich, Jaime

Otros:

CAPACIDADES PREVIAS

Conocimiento de cálculo diferencial y integral en una y diversas variables, y de álgebra lineal.

COMPETENCIAS DE LA TITULACIÓN A LAS QUE CONTRIBUYE LA ASIGNATURA

Específicas:

1. CE-2. Resolver problemas de Matemáticas, mediante habilidades de cálculo básico y otros, planificando su resolución en función de las herramientas de que se disponga y de las restricciones de tiempo y recursos.
2. CE-3. Utilizar aplicaciones informáticas de análisis estadístico, cálculo numérico y simbólico, visualización gráfica, optimización u otras para experimentar en Matemáticas y resolver problemas.
3. CE-4. Desarrollar programas que resuelvan problemas matemáticos utilizando para cada caso el entorno computacional adecuado.

Genéricas:

4. CB-1. Demostrar poseer y comprender conocimientos en el área de las Matemáticas contruidos a partir de la base de la educación secundaria general, a un nivel que, apoyándose en libros de texto avanzados, incluya también algunos aspectos que implican conocimientos procedentes de la vanguardia en el estudio de las Matemáticas y en sus aplicaciones en la ciencia y la tecnología.
5. CB-2. Saber aplicar los conocimientos matemáticos a su trabajo de una forma profesional y poseer las capacidades que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas dentro del área de las Matemáticas y en sus aplicaciones en la ciencia y la tecnología.
6. CB-3. Tener la capacidad de reunir e interpretar datos relevantes, dentro del área de las Matemáticas y sus aplicaciones, para emitir juicios que incluyan una reflexión sobre temas relevantes de índole social, científica o ética.
7. CG-1. Comprender y utilizar el lenguaje matemático.
8. CG-2. Conocer demostraciones rigurosas de algunos teoremas clásicos en distintas áreas de la Matemática.
9. CG-3. Asimilar la definición de un nuevo objeto matemático, en términos de otros ya conocidos, y ser capaz de utilizar este objeto en diferentes contextos.
10. CG-4. Saber trasladar al lenguaje matemático problemas de otros ámbitos y utilizar esta traslación para resolverlos.
12. CG-6. Detectar deficiencias en el propio conocimiento y superarlas mediante la reflexión crítica y la elección de la mejor actuación para ampliar este conocimiento.

Transversales:

11. APRENDIZAJE AUTÓNOMO: Detectar deficiencias en el propio conocimiento y superarlas mediante la reflexión crítica y la elección de la mejor actuación para ampliar este conocimiento.

METODOLOGÍAS DOCENTES

Las clases de teoría consistirán en exposiciones por parte de los profesores de las definiciones, los enunciados, las demostraciones y los ejemplos. En las clases de problemas se harán ejercicios de una lista.

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE DE LA ASIGNATURA

La asignatura ha de representar para el estudiante una transición entre el Cálculo y el Análisis Matemático. Por tanto un objetivo primordial es que el estudiante se acostumbre a la utilidad de la abstracción y los métodos conceptuales.

Aunque el carácter abstracto y conceptual es prioritario, los aspectos de cálculo de ciertos temas (series de Fourier, funciones Gamma y Beta) han de ser plenamente alcanzados.

La asignatura ha de servir como preparación para la utilización del Análisis Matemático en asignaturas como Ecuaciones Diferenciales Ordinarias (donde se usa mas la convergencia uniforme), Ecuaciones en Derivadas Parciales (donde se usa mas la convergencia en media cuadrática), Análisis Funcional y Sistemas Dinámicos (donde se desarrollan los conocimientos sobre los espacios de funciones) y Teoría de la Probabilidad (donde se usa la teoría de la medida y la integración de Lebesgue). También ha de poder servir como preparación para cursos a nivel de postgrado en temas como análisis de señales o teoría de funciones.

HORAS TOTALES DE DEDICACIÓN DEL ESTUDIANTE

Tipo	Horas	Porcentaje
Horas grupo grande	45,0	24.00
Horas grupo pequeño	30,0	16.00
Horas aprendizaje autónomo	112,5	60.00

Dedicación total: 187.5 h

CONTENIDOS

Topología en el espacio de funciones continuas.

Descripción:

Sucesiones y series de funciones: convergencia puntual y uniforme.
Teorema de Stone-Weierstrass.
Familias equicontinuas.

Dedicación: 48h 30m

Grupo grande/Teoría: 12h

Grupo mediano/Prácticas: 8h

Aprendizaje autónomo: 28h 30m

Series de Fourier.

Descripción:

Series de Fourier de funciones periódicas.
Desigualdad de Bessel y identidad de Parseval
Convergencia puntual y uniforme de series de Fourier.

Dedicación: 48h 30m

Grupo grande/Teoría: 12h

Grupo mediano/Prácticas: 8h

Aprendizaje autónomo: 28h 30m

Medida e integración de Lebesgue en $\mathbb{R}$.

Descripción:

Conjuntos medibles y funciones medibles.
Integración de funciones medibles.
Convergencia dominada. Integrales dependientes de parámetros.
Espacios L_p . Series de Fourier en L_2 .

Dedicación: 62h 30m

Grupo grande/Teoría: 15h

Grupo mediano/Prácticas: 10h

Aprendizaje autónomo: 37h 30m

SISTEMA DE CALIFICACIÓN

Examen cuatrimestral (EP, 30%) y examen final (EF, 70%). La nota del examen final prevalecerá si es superior a la ponderada del curso. Se considerará el máximo de todas las posibilidades.

$\text{MAX} (\text{EF}, 0.7 \cdot \text{EF} + 0.3 \cdot \text{EP})$

Además, habrá un examen extraordinario durante el mes de julio para los estudiantes que hayan suspendido. En este caso no se considerará la evaluación continua realizada durante el curso.

BIBLIOGRAFÍA

Básica:

- Batlle Arnau, Carles ; Fossas Colet, Enric. Anàlisi real : apunts [en línea]. 2002 [Consulta: 13/06/2025]. Disponible a: <http://hdl.handle.net/2117/413880>.
- Bartle, Robert Gardner. The Elements of integration and Lebesgue measure. New York: Wiley, 1995. ISBN 0471042226.
- Marsden, Jerrold E ; Hoffman, Michael J. Elementary classical analysis. 2nd ed. New York: W.H. Freeman, cop. 1993. ISBN 0716721058.
- Stein, Elias M; Shakarchi, Rami. Fourier analysis : an introduction. Princeton (N.J.): Princeton University Press, 2003. ISBN 9780691113845.

Complementaria:

- Dalmasso, R. ; Witomsky, P. Analyse de Fourier et applications : exercices corrigés. Paris: Masson, 1996. ISBN 2225852995.
- Rudin, Walter. Principios de análisis matemático. 3ª ed. México: McGraw-Hill, 1980. ISBN 007054235X.
- Priestley, H. A. Introduction to integration. Oxford: Clarendon Press, 1997. ISBN 0198501234.
- Lang, Serge. Real and functional analysis. 3rd ed. New York: Springer-Verlag, 1993. ISBN 0387940014.
- Bruna, Joaquim. Anàlisi real. Bellaterra: Universitat Autònoma de Barcelona, 1996. ISBN 8449006929.
- Gasquet, C. ; Witomski, P. Fourier analysis and applications : filtering, numerical computation, wavelets. New York: Springer, 1999. ISBN 0387984852.



- Tao, Terence. An Introduction to measure theory [en línea]. American Mathematical Society, 2011 [Consulta: 26/06/2023].
Disponible a :
<https://web-p-ebshost-com.recursos.biblioteca.upc.edu/ehost/ebookviewer/ebook?sid=5ed05512-9d64-4fc8-8490-5ecfe5177173%40redis&vid=0&format=EB>. ISBN 9780821869192.

Guía docente

200004 - CD - Cálculo Diferencial

Última modificación: 15/06/2025

Unidad responsable: Facultad de Matemáticas y Estadística
Unidad que imparte: 749 - MAT - Departamento de Matemáticas.
Titulación: GRADO EN MATEMÁTICAS (Plan 2009). (Asignatura obligatoria).
Curso: 2025 **Créditos ECTS:** 7.5 **Idiomas:** Catalán, Castellano

PROFESORADO

Profesorado responsable: ANTONI GUILLAMON GRABOLosa

Otros:

CAPACIDADES PREVIAS

Haber cursado las asignaturas "Cálculo en una variable" y "Álgebra lineal".

COMPETENCIAS DE LA TITULACIÓN A LAS QUE CONTRIBUYE LA ASIGNATURA

Específicas:

1. CE-2. Resolver problemas de Matemáticas, mediante habilidades de cálculo básico y otros, planificando su resolución en función de las herramientas de que se disponga y de las restricciones de tiempo y recursos.
2. CE-3. Utilizar aplicaciones informáticas de análisis estadístico, cálculo numérico y simbólico, visualización gráfica, optimización u otras para experimentar en Matemáticas y resolver problemas.
3. CE-4. Desarrollar programas que resuelvan problemas matemáticos utilizando para cada caso el entorno computacional adecuado.

Genéricas:

4. CB-1. Demostrar poseer y comprender conocimientos en el área de las Matemáticas contruidos a partir de la base de la educación secundaria general, a un nivel que, apoyándose en libros de texto avanzados, incluya también algunos aspectos que implican conocimientos procedentes de la vanguardia en el estudio de las Matemáticas y en sus aplicaciones en la ciencia y la tecnología.
5. CB-2. Saber aplicar los conocimientos matemáticos a su trabajo de una forma profesional y poseer las capacidades que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas dentro del área de las Matemáticas y en sus aplicaciones en la ciencia y la tecnología.
6. CB-3. Tener la capacidad de reunir e interpretar datos relevantes, dentro del área de las Matemáticas y sus aplicaciones, para emitir juicios que incluyan una reflexión sobre temas relevantes de índole social, científica o ética.
7. CG-1. Comprender y utilizar el lenguaje matemático.
8. CG-2. Conocer demostraciones rigurosas de algunos teoremas clásicos en distintas áreas de la Matemática.
9. CG-3. Asimilar la definición de un nuevo objeto matemático, en términos de otros ya conocidos, y ser capaz de utilizar este objeto en diferentes contextos.
10. CG-4. Saber trasladar al lenguaje matemático problemas de otros ámbitos y utilizar esta traslación para resolverlos.
12. CG-6. Detectar deficiencias en el propio conocimiento y superarlas mediante la reflexión crítica y la elección de la mejor actuación para ampliar este conocimiento.

Transversales:

11. APRENDIZAJE AUTÓNOMO: Detectar deficiencias en el propio conocimiento y superarlas mediante la reflexión crítica y la elección de la mejor actuación para ampliar este conocimiento.

METODOLOGÍAS DOCENTES

Los estudiantes dispondrán de unos apuntes del curso y de varias listas de ejercicios y problemas, elaboradas por el profesorado de la asignatura:

1. Lista de ejercicios y problemas propuestos (con solución, pero sin resolución), algunos de los cuales se resolverán en clase.
2. Lista de ejercicios y problemas resueltos (algunos de los cuales provendrán de exámenes anteriores).
3. Lista periódica de ejercicios elementales de tipo calculístico, a modo de apoyo al estudio continuado. El objetivo es que el estudiante que haya asistido a clase pueda resolver estos ejercicios (que no se evaluarán) de manera autónoma y en poco tiempo.

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE DE LA ASIGNATURA

El objetivo fundamental de la asignatura es el estudio de la continuidad y diferenciabilidad de las funciones de diversas variables y sus aplicaciones.

Se parte de los conocimientos sobre funciones reales de una variable real, estudiados en la asignatura "Cálculo de una variable". El paso de una variable a varias no es trivial. Entender con detalle esta generalización debe aumentar la madurez matemática del estudiante y le permitirá alcanzar un nivel superior de abstracción, imprescindible en su progreso a lo largo de los estudios de matemáticas.

Entender los teoremas fundamentales del curso, conocer su alcance, técnicas de demostración y aplicaciones.

Fomentar la intuición geométrica de los estudiantes.

Adquirir destreza en todo tipo de cálculos relacionados con las funciones de diversas variables.

HORAS TOTALES DE DEDICACIÓN DEL ESTUDIANTE

Tipo	Horas	Porcentaje
Horas grupo pequeño	30,0	16.00
Horas aprendizaje autónomo	105,0	56.00
Horas actividades dirigidas	7,5	4.00
Horas grupo grande	45,0	24.00

Dedicación total: 187.5 h

CONTENIDOS

1. Topología de $\mathbb{R}^n$. Sucesiones.

Descripción:

- Espacios euclídeos, normados y métricos. Caso particular de $\mathbb{R}^n$.
- Conjuntos abiertos y cerrados. Interior, exterior y frontera.
- Sucesiones en $\mathbb{R}^n$. Límite. Sucesiones de Cauchy. Completitud. Caracterización de los cerrados mediante sucesiones.
- Conjuntos acotados. Compacidad. Definiciones equivalentes. Caso particular de $\mathbb{R}^n$. Teorema de Bolzano-Weierstrass.
- Conjuntos conexos.

Dedicación: 25h

Grupo grande/Teoría: 6h

Grupo mediano/Prácticas: 4h

Aprendizaje autónomo: 15h

2. Límites y continuidad de funciones.

Descripción:

- Funciones de varias variables. Conjuntos de nivel y gráfica de funciones reales.
- Límite de una función en un punto (especial énfasis en el caso de dos variables).
- Continuidad en un punto y en un conjunto. Propiedades de las funciones continuas.
- Continuidad y compacidad. Teorema de Weierstrass.
- Continuidad uniforme. Teorema de Heine-Cantor.
- Normas y distancias equivalentes. Teorema del punto fijo.

Dedicación: 25h

Grupo grande/Teoría: 6h

Grupo mediano/Prácticas: 4h

Aprendizaje autónomo: 15h

3. Diferenciabilidad.

Descripción:

- Diferenciabilidad en un punto. Hiperplano tangente a la gráfica de una función real.
- Derivadas parciales y direccionales. Matriz jacobiana. Gradiente de una función.
- Diferenciabilidad y operaciones. Regla de la cadena. Relación entre diferenciabilidad, continuidad y derivadas parciales.
- Diferenciabilidad en un abierto. Teorema del valor medio. Funciones de clase C^1 .
- Curvas diferenciables.

Dedicación: 34h

Grupo grande/Teoría: 8h

Grupo mediano/Prácticas: 6h

Aprendizaje autónomo: 20h

4. Teoremas de las funciones diferenciables.

Descripción:

- Derivadas parciales de orden superior. Teorema de Schwarz. Funciones de clase C^n . Algunas ecuaciones de la física matemática. Cambios de variable en ecuaciones que contengan derivadas parciales.
- Teorema de la función inversa. Difeomorfismos.
- Teorema de la función implícita. Derivación de funciones implícitas.
- Teoremas del rango.

Dedicación: 41h

Grupo grande/Teoría: 10h

Grupo mediano/Prácticas: 6h

Aprendizaje autónomo: 25h

5. Fórmula de Taylor. Extremos locales.

Descripción:

- Fórmula de Taylor. Expresiones del residuo.
- Extremos locales. Puntos críticos.
- Clasificación de puntos críticos: formas cuadráticas, matriz hessiana.
- Criterios de Silvester y de los valores propios de la matriz hessiana.

Dedicación: 33h

Grupo grande/Teoría: 8h

Grupo mediano/Prácticas: 5h

Aprendizaje autónomo: 20h

6. Subvariedades de $\mathbb{R}^n$ y extremos condicionados.

Descripción:

- Subvariedades de $\mathbb{R}^n$. Vectores tangentes. Espacios tangente y normal en un punto.
- Variedades parametrizadas y variedades implícitas. Curvas y superficies regulares.
- Extremos condicionados. Multiplicadores de Lagrange.
- Extremos absolutos.

Dedicación: 32h

Grupo grande/Teoría: 7h

Grupo mediano/Prácticas: 5h

Aprendizaje autónomo: 20h

SISTEMA DE CALIFICACIÓN

Nota Final= $\max\{70\% \text{ nota examen final} + 25\% \text{ nota examen parcial} + 5\% \text{ evaluación continua}; 90\% \text{ examen final} + 10\% \text{ evaluación continua}; 80\% \text{ examen final} + 20\% \text{ examen parcial}\}$.

Adicionalmente, se realizará un examen final extraordinario en Julio para quien no haya superado la asignatura en la evaluación ordinaria. En la nota de reevaluación no se tendrán en cuenta las notas anteriores.

BIBLIOGRAFÍA

Básica:

- Mazón Ruiz, José M. Cálculo diferencial : teoría y problemas. Valencia: Universidad de Valencia, 2008. ISBN 9788437071886.
- Marsden, Jerrold E.; Hoffman, Michael J. Elementary classical analysis. 2nd ed. New York: Freeman and Co, 1993. ISBN 0716721058.
- Castillo, Florencio del. Análisis matemático II. 2a ed. Madrid: Alhambra, cop. 1987. ISBN 8420515795.

Complementaria:

- Chamizo, F. Cálculo III (notes d'un curs a la Universidad Autónoma de Madrid) [en línea]. [Consulta: 19/06/2023]. Disponible a: <https://matematicas.uam.es/~fernando.chamizo/asignaturas/to2009/calculoIII0002/calculoIII0002.html>.- Bombal Gordon, Fernando ; Marín, R. ; Vera. Problemas de análisis matemático. 2 ed. Madrid, 1988. ISBN 8472881008.
- Apostol, Tom M; Vélez Cantarell, Francisco. Calculus II : Cálculo con funciones de varias variables y álgebra lineal, con aplicaciones a las ecuaciones diferenciales y a las probabilidades [en línea]. 2nd ed. Barcelona: Editorial Reverté, 1984 [Consulta: 19/06/2025]. Disponible a : https://www-ingebook-com.recursos.biblioteca.upc.edu/ib/NPcd/IB_BooksVis?cod_primaria=1000187&codigo_libro=8020. ISBN 8429194827.
- Bruna, Joaquim. Analysis in Euclidean space. New Jersey: World Scientific, 2023. ISBN 9781800611719.
- Dieudonné, Jean. Elementos de análisis. Barcelona [etc.]: Reverté, 1977-1983. ISBN 8429150596.

Guía docente

200001 - CV - Cálculo en una Variable

Última modificación: 29/05/2025

Unidad responsable: Facultad de Matemáticas y Estadística
Unidad que imparte: 749 - MAT - Departamento de Matemáticas.
Titulación: GRADO EN MATEMÁTICAS (Plan 2009). (Asignatura obligatoria).
Curso: 2025 **Créditos ECTS:** 7.5 **Idiomas:** Catalán, Castellano

PROFESORADO

Profesorado responsable: RAFAEL RAMIREZ ROS

Otros:

COMPETENCIAS DE LA TITULACIÓN A LAS QUE CONTRIBUYE LA ASIGNATURA

Específicas:

1. CE-2. Resolver problemas de Matemáticas, mediante habilidades de cálculo básico y otros, planificando su resolución en función de las herramientas de que se disponga y de las restricciones de tiempo y recursos.
2. CE-3. Utilizar aplicaciones informáticas de análisis estadístico, cálculo numérico y simbólico, visualización gráfica, optimización u otras para experimentar en Matemáticas y resolver problemas.
3. CE-4. Desarrollar programas que resuelvan problemas matemáticos utilizando para cada caso el entorno computacional adecuado.

Genéricas:

4. CB-1. Demostrar poseer y comprender conocimientos en el área de las Matemáticas contruidos a partir de la base de la educación secundaria general, a un nivel que, apoyándose en libros de texto avanzados, incluya también algunos aspectos que implican conocimientos procedentes de la vanguardia en el estudio de las Matemáticas y en sus aplicaciones en la ciencia y la tecnología.
5. CB-2. Saber aplicar los conocimientos matemáticos a su trabajo de una forma profesional y poseer las capacidades que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas dentro del área de las Matemáticas y en sus aplicaciones en la ciencia y la tecnología.
6. CB-3. Tener la capacidad de reunir e interpretar datos relevantes, dentro del área de las Matemáticas y sus aplicaciones, para emitir juicios que incluyan una reflexión sobre temas relevantes de índole social, científica o ética.
7. CG-1. Comprender y utilizar el lenguaje matemático.
8. CG-2. Conocer demostraciones rigurosas de algunos teoremas clásicos en distintas áreas de la Matemática.
9. CG-3. Asimilar la definición de un nuevo objeto matemático, en términos de otros ya conocidos, y ser capaz de utilizar este objeto en diferentes contextos.
10. CG-4. Saber trasladar al lenguaje matemático problemas de otros ámbitos y utilizar esta traslación para resolverlos.
12. CG-6. Detectar deficiencias en el propio conocimiento y superarlas mediante la reflexión crítica y la elección de la mejor actuación para ampliar este conocimiento.

Transversales:

11. APRENDIZAJE AUTÓNOMO: Detectar deficiencias en el propio conocimiento y superarlas mediante la reflexión crítica y la elección de la mejor actuación para ampliar este conocimiento.

METODOLOGÍAS DOCENTES

La docencia de la asignatura se dividirá en dos bloques separados: teoría y problemas. En las sesiones de teoría se desarrollarán los contenidos teóricos de la asignatura, basados en los diferentes resultados y demostraciones. Además, se incluirán ejemplos a fin de consolidar los conceptos introducidos. En las sesiones de problemas se combinarán los ejercicios más teóricos y complicados de manera que el alumno obtenga un nivel de profundidad máxima en el ámbito del análisis matemático de una variable, con los más mecánicos que el alumno tiene que dominar, como por ejemplo el cálculo de límites o integrales. Se realizarán diversas actividades de evaluación continua consistentes en pruebas presenciales y/o entregas de problemas (en las clases de teoría) y/o tests virtuales a realizar en horarios flexibles.

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE DE LA ASIGNATURA

El objetivo principal de este curso es familiarizar al alumno con los conceptos básicos del análisis matemático en una variable. Se dan los fundamentos de cálculo necesarios para una buena comprensión de las asignaturas posteriores de la titulación. Se pretende iniciar a los alumnos en las técnicas de deducción del análisis matemático y, más generalmente, en los métodos de demostración en un sistema axiomático.

HORAS TOTALES DE DEDICACIÓN DEL ESTUDIANTE

Tipo	Horas	Porcentaje
Horas grupo pequeño	30,0	16.00
Horas aprendizaje autónomo	105,0	56.00
Horas grupo grande	45,0	24.00
Horas actividades dirigidas	7,5	4.00

Dedicación total: 187.5 h

CONTENIDOS

Sucesiones de números reales

Descripción:

Introducción axiomática de los números reales. Topología básica en $\mathbb{R}$. Definición de sucesión. Sucesiones acotadas. Límite de una sucesión. Sucesiones convergentes. Sucesiones monótonas. Sucesiones parciales. Sucesiones de Cauchy. Diferentes definiciones equivalentes de los números reales. Teorema de Bolzano-Weierstrass. Límites infinitos. Técnicas de cálculo de límites. Introducción a las series numéricas, en particular la serie armónica y la geométrica.

Dedicación: 35h

Grupo grande/Teoría: 8h

Grupo mediano/Prácticas: 6h

Aprendizaje autónomo: 21h

Funciones reales de variable real. Límites.

Descripción:

Funciones. Definiciones básicas. Límite de una función en un punto. Caracterización por sucesiones. Límites laterales. Ampliación del concepto de límite: límite infinito y límite en el infinito. Infinitos e infinitésimos. Cálculo de límites. Introducción de las funciones elementales: exponencial, trigonométricas, hiperbólicas,...

Dedicación: 22h 30m

Grupo grande/Teoría: 5h

Grupo pequeño/Laboratorio: 4h

Aprendizaje autónomo: 13h 30m

Funciones reales de variable real. Continuidad.

Descripción:

Continuidad de una función en un punto. Tipos de discontinuidades. Funciones continuas. Propiedades. Teoremas sobre funciones continuas. Continuidad uniforme. Teorema de Heine.

Dedicación: 20h

Grupo grande/Teoría: 5h

Grupo mediano/Prácticas: 3h

Aprendizaje autónomo: 12h

Derivabilidad de las funciones reales de variable real.

Descripción:

Derivabilidad de una función en un punto. Recta tangente. Función derivada. Derivabilidad y continuidad. Reglas de derivación. Derivadas de orden superior. Derivación implícita. Teoremas sobre funciones derivables. Aproximación local de funciones: teorema de Taylor y consecuencias. Extremos de funciones. Optimización.

Dedicación: 45h

Grupo grande/Teoría: 11h

Grupo pequeño/Laboratorio: 7h

Aprendizaje autónomo: 27h

Funciones integrables. La integral de Riemann.

Descripción:

Función primitiva. Cálculo de primitivas. Métodos de integración: por partes, por cambio de variable. Integración de funciones racionales. Integración de funciones trigonométricas. Integral inferior e integral superior. Definición de la integral de Riemann. Propiedades. Funciones Riemann-integrables. Integración y continuidad. Integración y derivación. Teorema fundamental del cálculo. Integral definida y primitivas: regla de Barrow. Teorema del valor medio. Aplicaciones de la integral.

Dedicación: 32h 30m

Grupo grande/Teoría: 8h

Grupo pequeño/Laboratorio: 5h

Aprendizaje autónomo: 19h 30m

SISTEMA DE CALIFICACIÓN

La nota de la asignatura consta de tres partes:

1. Evaluación continua (AC).
2. Examen parcial (EP). Un examen a mitad de cuatrimestre, que no elimina materia.
3. Examen Final (EF), donde entra todo el temario de la asignatura.

La realización del bloque correspondiente del curso "Ús solvent de la informació" será requisito para la evaluación de la asignatura.

La Nota Final (NF) se calculará de la siguiente manera:

$$NF = \max\{0.60 \cdot EF + 0.30 \cdot EP + 0.10 \cdot AC; 0.70 \cdot EF + 0.30 \cdot EP; 0.90 \cdot EF + 0.10 \cdot AC; EF\}$$

Además, habrá un examen extraordinario durante el mes de julio para los estudiantes que hayan suspendido.

BIBLIOGRAFÍA

Básica:

- Spivak, Michael. Calculus : càlcul infinitesimal [en línea]. 3rd ed. Barcelona: Reverte, 1995 [Consulta: 26/06/2023]. Disponible a: https://web-p-ebshost-com.recursos.biblioteca.upc.edu/plink?key=100.65.135.150_8000_572986369&AN=2615591&site=ehost-live&db=nlebk&scope=site. ISBN 8429151370.
- Bartle, R.G. ; Sherbert, D.R. Introducción al análisis matemático de una variable. 2ª ed. Mèxic: Limusa, 1996. ISBN 9681851919.

Complementaria:

- Ortega Aramburu, Joaquín M. Introducció a l'anàlisi matemàtica. 2a ed. Bellaterra: Universitat Autònoma de Barcelona, Servei de Publicacions, 2002. ISBN 8449022711.
- Strang, Gilbert; Herman, Edwin. Calculus, vol. I [en línea]. Openstax, 2020 [Consulta: 26/06/2023]. Disponible a: <https://d3bxy9euw4e147.cloudfront.net/oscms-prodcms/media/documents/CalculusVolume1-OP.pdf>.
- Burgos, Juan de. Cálculo infinitesimal de una variable [en línea]. Madrid: Mc Graw Hill, 2007 [Consulta: 26/06/2023]. Disponible a: https://www-ingebook-com.recursos.biblioteca.upc.edu/ib/NPcd/IB_BooksVis?cod_primaria=1000187&codigo_libro=3964. ISBN 9788448156343.

RECURSOS

Otros recursos:

La colección de problemas "Aprende Cálculo con Youtube" (versión 2.0) accesible en <https://web.mat.upc.edu/rafael.ramirez/ACcY/>

Guía docente

200006 - CI - Cálculo Integral

Última modificación: 15/06/2025

Unidad responsable: Facultad de Matemáticas y Estadística
Unidad que imparte: 749 - MAT - Departamento de Matemáticas.
Titulación: GRADO EN MATEMÁTICAS (Plan 2009). (Asignatura obligatoria).
Curso: 2025 **Créditos ECTS:** 7.5 **Idiomas:** Catalán, Castellano

PROFESORADO

Profesorado responsable: ODÍ SOLER I GIBERT

Otros:

CAPACIDADES PREVIAS

Álgebra Lineal
Cálculo Infinitesimal
Cálculo Diferencial

COMPETENCIAS DE LA TITULACIÓN A LAS QUE CONTRIBUYE LA ASIGNATURA

Específicas:

1. CE-2. Resolver problemas de Matemáticas, mediante habilidades de cálculo básico y otros, planificando su resolución en función de las herramientas de que se disponga y de las restricciones de tiempo y recursos.
2. CE-3. Utilizar aplicaciones informáticas de análisis estadístico, cálculo numérico y simbólico, visualización gráfica, optimización u otras para experimentar en Matemáticas y resolver problemas.
3. CE-4. Desarrollar programas que resuelvan problemas matemáticos utilizando para cada caso el entorno computacional adecuado.

Genéricas:

4. CB-1. Demostrar poseer y comprender conocimientos en el área de las Matemáticas contruidos a partir de la base de la educación secundaria general, a un nivel que, apoyándose en libros de texto avanzados, incluya también algunos aspectos que implican conocimientos procedentes de la vanguardia en el estudio de las Matemáticas y en sus aplicaciones en la ciencia y la tecnología.
5. CB-2. Saber aplicar los conocimientos matemáticos a su trabajo de una forma profesional y poseer las capacidades que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas dentro del área de las Matemáticas y en sus aplicaciones en la ciencia y la tecnología.
6. CB-3. Tener la capacidad de reunir e interpretar datos relevantes, dentro del área de las Matemáticas y sus aplicaciones, para emitir juicios que incluyan una reflexión sobre temas relevantes de índole social, científica o ética.
7. CG-1. Comprender y utilizar el lenguaje matemático.
8. CG-2. Conocer demostraciones rigurosas de algunos teoremas clásicos en distintas áreas de la Matemática.
9. CG-3. Asimilar la definición de un nuevo objeto matemático, en términos de otros ya conocidos, y ser capaz de utilizar este objeto en diferentes contextos.
10. CG-4. Saber trasladar al lenguaje matemático problemas de otros ámbitos y utilizar esta traslación para resolverlos.
12. CG-6. Detectar deficiencias en el propio conocimiento y superarlas mediante la reflexión crítica y la elección de la mejor actuación para ampliar este conocimiento.

Transversales:

11. APRENDIZAJE AUTÓNOMO: Detectar deficiencias en el propio conocimiento y superarlas mediante la reflexión crítica y la elección de la mejor actuación para ampliar este conocimiento.

METODOLOGÍAS DOCENTES

Las clases de teoría servirán para presentar y desarrollar los contenidos de la asignatura.

Habrà una lista de problemas extensa. Algunos de los ejercicios se resolverán en clase y otros se dejarán como trabajo autónomo del alumnado.

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE DE LA ASIGNATURA

- Saber decidir sobre el carácter de las integrales impropias en una variable y calcularlas.
- Saber decidir sobre el carácter de las series numéricas y sumar algunas de ellas.
- Conocer la construcción de la integral de Riemann para funciones en varias variables y ser capaz de calcularlas.
- Conocer, comprender y saber aplicar el teorema del cambio de variables.
- Saber parametrizar curvas y superficies.
- Saber calcular integrales de línea y de superficie.
- Conocer, entender y saber aplicar los teoremas integrales clásicos: Green, Stokes y Gauss.
- Conocer las aplicaciones geométricas de las integrales.
- Entender y saber operar con formas diferenciales.
- Conocer y comprender la versión del teorema de Stokes con formas diferenciales.

HORAS TOTALES DE DEDICACIÓN DEL ESTUDIANTADO

Tipo	Horas	Porcentaje
Horas grupo grande	45,0	24.00
Horas aprendizaje autónomo	112,5	60.00
Horas grupo pequeño	30,0	16.00

Dedicación total: 187.5 h

CONTENIDOS

1. Integrales impropias de una variable y series numéricas.

Descripción:

Definiciones. Criterios de convergencia para series numéricas e integrales impropias. Relación entre integrales impropias y series. Integrales impropias que dependen de parámetros.

Dedicación: 39h

Grupo grande/Teoría: 10h

Grupo mediano/Prácticas: 7h

Aprendizaje autónomo: 22h

2. Integrales de funciones de varias variables

Descripción:

Construcción de la integral de Riemann para funciones de varias variables. Teorema de integrabilidad de Lebesgue. Teorema de Fubini. Teorema del cambio de variables. Aplicaciones. Integrales impropias de funciones de varias variables.

Dedicación: 51h 30m

Grupo grande/Teoría: 14h

Grupo mediano/Prácticas: 8h

Aprendizaje autónomo: 29h 30m

3. Integrales sobre curvas y superficies

Descripción:

Curvas parametrizadas. Integral de campos escalares y vectoriales sobre curvas. Invariancia respecto de la parametrización. Superficies parametrizadas. Integral de campos escalares y vectoriales sobre superficies. Invariancia respecto de la parametrización.

Dedicación: 29h

Grupo grande/Teoría: 7h

Grupo mediano/Prácticas: 6h

Aprendizaje autónomo: 16h

4. Teoremas integrales

Descripción:

Gradiente, divergencia y rotacional. Teoremas de Green, Stokes y Gauss. Aplicaciones: campos conservativos y solenoidales.

Dedicación: 39h

Grupo grande/Teoría: 8h

Grupo mediano/Prácticas: 6h

Actividades dirigidas: 25h

5. Formas diferenciales

Descripción:

Repaso de álgebra multilineal. Formas diferenciales en $\mathbb{R}^n$ y en subvariedades. Derivada exterior. Integración de formas. Teoremas integrales.

Dedicación: 29h

Grupo grande/Teoría: 6h

Grupo mediano/Prácticas: 3h

Aprendizaje autónomo: 20h

SISTEMA DE CALIFICACIÓN

Habrà un examen parcial (P) y un examen final (F), además de las actividades de evaluación continua (AC) planteadas durante el curso. El calendario de exámenes y las actividades de evaluación continua se anunciarán con antelación, al principio del curso.

La calificación final (NF) se calculará con la fórmula

$$NF = \text{Máx} \{0,30 \cdot P + 0,10 \cdot AC + 0,60 \cdot F; F\}.$$

Adicionalmente, habrá un examen extraordinario en julio para los estudiantes suspendidos.

BIBLIOGRAFÍA

Básica:

- Cerdà Martín, J. L. Càlcul integral. Barcelona: Edicions de la Universitat de Barcelona, 2001. ISBN 848338261X.
- Marsden, Jerrold E.; Hoffman, Michael J. Elementary classical analysis. 2nd ed. New York: W.H. Freeman and Company, 1993. ISBN 0716721058.
- Pascual Gainza, Pere (ed.). Càlcul integral per a enginyers [en línea]. Barcelona: Universitat Politècnica de Catalunya, 2002 [Consulta: 24/05/2024]. Disponible a: <http://hdl.handle.net/2099.3/36742>. ISBN 8483016273.
- Zorich, Vladimir A. Mathematical analysis II. Berlin: Springer, 2004. ISBN 3540406336.
- Spivak, Michael. Cálculo en variedades. Barcelona: Reverté, 1970. ISBN 8429151427.

Complementaria:

- Bombal Gordon, F.; Rodríguez Marín, L.; Vera Botí, G. Problemas de análisis matemático. Vol. 3. 2a ed. Madrid: AC, 1987. ISBN 8472881024.
- Marsden, Jerrold E.; Tromba, Anthony J. Cálculo vectorial [en línea]. 5a ed. Madrid: Addison Wesley, 2004 [Consulta: 26/06/2023]. Disponible a : https://www-ingebook-com.recursos.biblioteca.upc.edu/ib/NPcd/IB_BooksVis?cod_primaria=1000187&codigo_libro=7634. ISBN 8478290699.
- Bressoud, David M. Second year calculus : from celestial mechanics to special relativity. New York: Springer-Verlag, 1991. ISBN 038797606X.
- Greenberg, Michael D. Foundations of applied mathematics. Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1978. ISBN 0133296237.
- Wade, William R. An Introduction to analysis. 4th ed. Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 2010. ISBN 0321656849.
- Bruna, Joaquim. Analysis in Euclidean space. World Scientific, 2023. ISBN 9781800611719.

Guía docente

200153 - CN - Cálculo Numérico

Última modificación: 29/05/2025

Unidad responsable: Facultad de Matemáticas y Estadística
Unidad que imparte: 751 - DECA - Departamento de Ingeniería Civil y Ambiental.
Titulación: GRADO EN MATEMÁTICAS (Plan 2009). (Asignatura obligatoria).
Curso: 2025 **Créditos ECTS:** 7.5 **Idiomas:** Catalán

PROFESORADO

Profesorado responsable: SONIA FERNANDEZ MENDEZ

Otros:

CAPACIDADES PREVIAS

Álgebra lineal numérica
Cálculo diferencial e integral

COMPETENCIAS DE LA TITULACIÓN A LAS QUE CONTRIBUYE LA ASIGNATURA

Específicas:

1. CE-2. Resolver problemas de Matemáticas, mediante habilidades de cálculo básico y otros, planificando su resolución en función de las herramientas de que se disponga y de las restricciones de tiempo y recursos.
2. CE-3. Utilizar aplicaciones informáticas de análisis estadístico, cálculo numérico y simbólico, visualización gráfica, optimización u otras para experimentar en Matemáticas y resolver problemas.
3. CE-4. Desarrollar programas que resuelvan problemas matemáticos utilizando para cada caso el entorno computacional adecuado.

Genéricas:

5. CB-1. Demostrar poseer y comprender conocimientos en el área de las Matemáticas contruidos a partir de la base de la educación secundaria general, a un nivel que, apoyándose en libros de texto avanzados, incluya también algunos aspectos que implican conocimientos procedentes de la vanguardia en el estudio de las Matemáticas y en sus aplicaciones en la ciencia y la tecnología.
6. CB-2. Saber aplicar los conocimientos matemáticos a su trabajo de una forma profesional y poseer las capacidades que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas dentro del área de las Matemáticas y en sus aplicaciones en la ciencia y la tecnología.
7. CB-3. Tener la capacidad de reunir e interpretar datos relevantes, dentro del área de las Matemáticas y sus aplicaciones, para emitir juicios que incluyan una reflexión sobre temas relevantes de índole social, científica o ética.
8. CG-1. Comprender y utilizar el lenguaje matemático.
9. CG-2. Conocer demostraciones rigurosas de algunos teoremas clásicos en distintas áreas de la Matemática.
10. CG-3. Asimilar la definición de un nuevo objeto matemático, en términos de otros ya conocidos, y ser capaz de utilizar este objeto en diferentes contextos.
11. CG-4. Saber trasladar al lenguaje matemático problemas de otros ámbitos y utilizar esta traslación para resolverlos.
12. CG-6. Detectar deficiencias en el propio conocimiento y superarlas mediante la reflexión crítica y la elección de la mejor actuación para ampliar este conocimiento.

Transversales:

4. APRENDIZAJE AUTÓNOMO: Detectar deficiencias en el propio conocimiento y superarlas mediante la reflexión crítica y la elección de la mejor actuación para ampliar este conocimiento.

METODOLOGÍAS DOCENTES

(ver versión en Catalan)

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE DE LA ASIGNATURA

(ver versión en Catalan)

HORAS TOTALES DE DEDICACIÓN DEL ESTUDIANTADO

Tipo	Horas	Porcentaje
Horas grupo grande	45,0	24.00
Horas aprendizaje autónomo	112,5	60.00
Horas grupo pequeño	30,0	16.00

Dedicación total: 187.5 h

CONTENIDOS**Ceros de funciones****Descripción:**

(ver versión en Catalan)

Dedicación: 10h

Grupo grande/Teoría: 6h

Grupo mediano/Prácticas: 4h

Sistemas de ecuaciones no lineales**Descripción:**

(ver versión en Catalan)

Dedicación: 10h

Grupo grande/Teoría: 6h

Grupo mediano/Prácticas: 4h

Aproximación de funciones**Descripción:**

(ver versión en Catalan)

Dedicación: 20h

Grupo grande/Teoría: 12h

Grupo mediano/Prácticas: 8h



Integración numérica

Descripción:

(ver versión en Catalan)

Dedicación: 15h

Grupo grande/Teoría: 9h

Grupo mediano/Prácticas: 6h

Introducción a los métodos numéricos para ecuaciones diferenciales

Descripción:

(ver versión en Catalan)

Dedicación: 20h

Grupo grande/Teoría: 12h

Grupo mediano/Prácticas: 8h

SISTEMA DE CALIFICACIÓN

(ver versión en Catalan)

BIBLIOGRAFÍA

Básica:

- Aubanell, A.; Benseny, A.; Delshams, A. Eines bàsiques de càlcul numèric : amb 87 problemes resolts. Universitat Autònoma de Barcelona, 1991. ISBN 847929230X.
- Stoer, J.; Bulirsch, R. Introduction to numerical analysis. 3rd ed. Springer-Verlag, 2002. ISBN 9781441930064.
- Quarteroni, A.; Saleri, F. Scientific computing with MATLAB and octave [en línea]. 3rd ed. Heidelberg: Springer, 2010 [Consulta: 20/06/2023]. Disponible a: <https://link-springer-com.recursos.biblioteca.upc.edu/book/10.1007/978-3-642-12430-3>. ISBN 9786613569660.

Complementaria:

- Isaacson, E.; Keller, H. B. Analysis of numerical methods. Dover, 1994.
- Press, W.H. [et al.]. Numerical recipes : the art of scientific computing. Cambridge University Press, 1986.

Guía docente

200232 - CITG - Combinatoria y Teoría de Grafos

Última modificación: 12/06/2025

Unidad responsable: Facultad de Matemáticas y Estadística
Unidad que imparte: 749 - MAT - Departamento de Matemáticas.
Titulación: GRADO EN MATEMÁTICAS (Plan 2009). (Asignatura optativa).
Curso: 2025 **Créditos ECTS:** 6.0 **Idiomas:** Inglés

PROFESORADO

Profesorado responsable: Patrick Morris

Otros:

REQUISITOS

Haber cursado la asignatura de matemática discreta.

COMPETENCIAS DE LA TITULACIÓN A LAS QUE CONTRIBUYE LA ASIGNATURA

Específicas:

3. CE-2. Resolver problemas de Matemáticas, mediante habilidades de cálculo básico y otros, planificando su resolución en función de las herramientas de que se disponga y de las restricciones de tiempo y recursos.
4. CE-4. Desarrollar programas que resuelvan problemas matemáticos utilizando para cada caso el entorno computacional adecuado.
5. Capacitar para resolver problemas de ámbito académico, técnico, financiero o social mediante métodos matemáticos.

Genéricas:

1. CB-4. Poder transmitir información, ideas, problemas y soluciones del ámbito matemático y científico-tecnológico a un público tanto especializado como no especializado.
2. Haber desarrollado aquellas habilidades de aprendizaje necesarias para emprender estudios multidisciplinares posteriores con un alto grado de autonomía en disciplinas científicas en las que las Matemáticas tienen un papel significativo.
6. CG-1. Comprender y utilizar el lenguaje matemático.
7. CG-2. Conocer demostraciones rigurosas de algunos teoremas clásicos en distintas áreas de la Matemática.
8. CG-3. Asimilar la definición de un nuevo objeto matemático, en términos de otros ya conocidos, y ser capaz de utilizar este objeto en diferentes contextos.
9. CG-4. Saber trasladar al lenguaje matemático problemas de otros ámbitos y utilizar esta traslación para resolverlos.
10. CG-6. Detectar deficiencias en el propio conocimiento y superarlas mediante la reflexión crítica y la elección de la mejor actuación para ampliar este conocimiento.

Transversales:

11. COMUNICACIÓN EFICAZ ORAL Y ESCRITA: Comunicarse de forma oral y escrita con otras personas sobre los resultados del aprendizaje, de la elaboración del pensamiento y de la toma de decisiones; participar en debates sobre temas de la propia especialidad.
12. APRENDIZAJE AUTÓNOMO: Detectar deficiencias en el propio conocimiento y superarlas mediante la reflexión crítica y la elección de la mejor actuación para ampliar este conocimiento.

METODOLOGÍAS DOCENTES

Habrán clases de teoría y problemas. Se dará énfasis al trabajo del estudiante durante el curso a través de la resolución de problemas.

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE DE LA ASIGNATURA

El objetivo principal es completar la formación del estudiante en matemática discreta. Por eso se han elegido temas considerados fundamentales y que ilustran las diversas técnicas combinatorias y de teoría de grafos modernas. Esta asignatura es una buena preparación para cursar asignaturas más especializadas de matemática discreta en estudios de máster.

HORAS TOTALES DE DEDICACIÓN DEL ESTUDIANTE

Tipo	Horas	Porcentaje
Horas grupo pequeño	30,0	20.00
Horas aprendizaje autónomo	90,0	60.00
Horas grupo grande	30,0	20.00

Dedicación total: 150 h

CONTENIDOS

1. El método simbólico

Dedicación: 25h

Grupo grande/Teoría: 5h

Grupo pequeño/Laboratorio: 5h

Aprendizaje autónomo: 15h

2. Enumeración con simetrías

Dedicación: 15h

Grupo grande/Teoría: 3h

Grupo pequeño/Laboratorio: 3h

Aprendizaje autónomo: 9h

3. Geometrías finitas

Dedicación: 30h

Grupo grande/Teoría: 6h

Grupo pequeño/Laboratorio: 6h

Aprendizaje autónomo: 18h

4. Conectividad de grafos

Dedicación: 20h

Grupo grande/Teoría: 4h

Grupo pequeño/Laboratorio: 4h

Aprendizaje autónomo: 12h

5. Apareamientos

Dedicación: 20h

Grupo grande/Teoría: 4h

Grupo pequeño/Laboratorio: 4h

Aprendizaje autónomo: 12h

6. Coloraciones

Dedicación: 20h

Grupo grande/Teoría: 4h

Grupo pequeño/Laboratorio: 4h

Aprendizaje autónomo: 12h

7. Teoría extremal de grafos

Dedicación: 20h

Grupo grande/Teoría: 4h

Grupo pequeño/Laboratorio: 4h

Aprendizaje autónomo: 12h

SISTEMA DE CALIFICACIÓN

- Examen parcial de los temas 1, 2 y 3.
- Examen final de los temas 4, 5, 6 y 7, con posibilidad de recuperar la primera parte.
- La nota será el máximo entre (Parcial + Final) / 2 y Final.

BIBLIOGRAFÍA

Básica:

- Flajolet, Philippe; Sedgewick, Robert. Analytic combinatorics [en línea]. Cambridge: Cambridge University Press, 2009 [Consulta: 27/06/2023]. Disponible a : <https://ebookcentral-proquest-com.recursos.biblioteca.upc.edu/lib/upcatalunya-ebooks/detail.action?pq-origsite=primo&docID=412737>. ISBN 9780521898065.
- Cameron, Peter J. (Peter Jephson). Combinatorics : topics, techniques, algorithms. Cambridge: Cambridge University Press, 1994. ISBN 0521457610.
- West, Douglas Brent. Introduction to graph theory. 2nd ed. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, cop. 2001. ISBN 0130144002.
- Diestel, Reinhard. Graph theory. 3rd ed. Berlin [etc.]: Springer, 2005. ISBN 3540261826.

Complementaria:

- Bollobás, Béla. Extremal graph theory. Mineola, N.Y: Dover Publications, cop. 2004. ISBN 0486435962.
- Bondy, J. A. ; Murty U.S.R. Graph theory. New York: Springer, 2008. ISBN 9781846289699.
- Lint, Jacobus Hendricus van; Wilson R.M. A Course in combinatorics. 2nd ed. Cambridge: Cambridge University Press, 2001. ISBN 0521803403.
- Lovász, László. Combinatorial problems and exercises. 2nd ed. Providence: AMS Chelsea Publishing, 2007. ISBN 9780821842621.
- Wilson, Robin J. Introduction to graph theory. 5th ed. Harlow: Prentice-Hall, 2010. ISBN 9780273728894.

Guía docente

200249 - CQ - Computación Cuántica

Última modificación: 29/05/2025

Unidad responsable: Facultad de Matemáticas y Estadística
Unidad que imparte: 749 - MAT - Departamento de Matemáticas.

Titulación: GRADO EN MATEMÁTICAS (Plan 2009). (Asignatura optativa).
GRADO EN CIENCIA E INGENIERÍA DE DATOS (Plan 2017). (Asignatura optativa).

Curso: 2025 **Créditos ECTS:** 6.0 **Idiomas:** Inglés

PROFESORADO

Profesorado responsable: SIMEON MICHAEL BALL MARKS

Otros:

CAPACIDADES PREVIAS

Probabilidad, algebra lineal.

REQUISITOS

Probabilidad, algebra lineal.

COMPETENCIAS DE LA TITULACIÓN A LAS QUE CONTRIBUYE LA ASIGNATURA

Específicas:

GM-CE2. CE-2. Resolver problemas de Matemáticas, mediante habilidades de cálculo básico y otros, planificando su resolución en función de las herramientas de que se disponga y de las restricciones de tiempo y recursos.

GM-CE6. Capacitar para resolver problemas de ámbito académico, técnico, financiero o social mediante métodos matemáticos.

Genéricas:

GM-CB4. CB-4. Poder transmitir información, ideas, problemas y soluciones del ámbito matemático y científico-tecnológico a un público tanto especializado como no especializado.

GM-CG3. CG-3. Asimilar la definición de un nuevo objeto matemático, en términos de otros ya conocidos, y ser capaz de utilizar este objeto en diferentes contextos.

GM-CG6. CG-6. Detectar deficiencias en el propio conocimiento y superarlas mediante la reflexión crítica y la elección de la mejor actuación para ampliar este conocimiento.

GM-CG4. CG-4. Saber trasladar al lenguaje matemático problemas de otros ámbitos y utilizar esta traslación para resolverlos.

GM-CB3. CB-3. Tener la capacidad de reunir e interpretar datos relevantes, dentro del área de las Matemáticas y sus aplicaciones, para emitir juicios que incluyan una reflexión sobre temas relevantes de índole social, científica o ética.

Transversales:

03 TLG. TERCERA LENGUA: Conocer una tercera lengua, que será preferentemente inglés, con un nivel adecuado de forma oral y por escrito y en consonancia con las necesidades que tendrán las tituladas y los titulados en cada enseñanza.

07 AAT. APRENDIZAJE AUTÓNOMO: Detectar deficiencias en el propio conocimiento y superarlas mediante la reflexión crítica y la elección de la mejor actuación para ampliar este conocimiento.

METODOLOGÍAS DOCENTES

Habrà clases de teoria y de problemas.

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE DE LA ASIGNATURA

(versión ingles)

The main objective of the course is to give the student a grounding in quantum computation. This will require the student to cover the fundamentals of quantum mechanics, computer science and develop a more advanced level of linear algebra.

HORAS TOTALES DE DEDICACIÓN DEL ESTUDIANTE

Tipo	Horas	Porcentaje
Horas aprendizaje autónomo	90,0	60.00
Horas grupo pequeño	30,0	20.00
Horas grupo grande	30,0	20.00

Dedicación total: 150 h

CONTENIDOS

Introducción

Descripción:

El experimento de la doble rendija, bits cuánticos, medidas, estados de Bell, teleportación cuántica.

Dedicación: 15h

Grupo grande/Teoría: 3h

Grupo pequeño/Laboratorio: 3h

Aprendizaje autónomo: 9h

Algebra lineal y la notación de Dirac

Descripción:

Pauli matrices, spectral decomposition theorem, tensor products, polar and singular value decomposition.

Las matrices de Pauli, el teorema de la descomposición espectral, productos tensoriales, la descomposición polar y singular.

Dedicación: 25h

Grupo grande/Teoría: 5h

Grupo pequeño/Laboratorio: 5h

Aprendizaje autónomo: 15h

La mecánica cuántica

Descripción:

State space, evolution, measurements, superdense coding, entanglement, Bell inequality.

El 'espacio de los estados, evolución, medidas, coding hiper-densa, entrelazamiento, desigualdad de Bell.

Dedicación: 20h

Grupo grande/Teoría: 4h

Grupo pequeño/Laboratorio: 4h

Aprendizaje autónomo: 12h

Computación cuántica

Descripción:

Turing machine, quantum circuits, controlled operations, universal quantum gates.

Dedicación: 20h

Grupo grande/Teoría: 4h

Grupo pequeño/Laboratorio: 4h

Aprendizaje autónomo: 12h

Algoritmos cuánticos

Descripción:

Quantum Fourier transform, algorithms with super-polynomial speed-up.

La transformada cuántica de Fourier, algoritmos con super-polinomio mejoramiento.

Dedicación: 20h

Grupo grande/Teoría: 4h

Grupo pequeño/Laboratorio: 4h

Aprendizaje autónomo: 12h

Información cuántica

Descripción:

El ruido clásico y cuántico. La entropía de Shannon y Von Neumann

Dedicación: 20h

Grupo grande/Teoría: 4h

Grupo pequeño/Laboratorio: 4h

Aprendizaje autónomo: 12h

Códigos cuánticos correctores de errores

Descripción:

Los códigos correctores de errores, el teorema de la condición de la corrección de errores cuánticos, códigos estabilizadores.

Dedicación: 30h

Grupo grande/Teoría: 6h

Grupo pequeño/Laboratorio: 6h

Aprendizaje autónomo: 18h

SISTEMA DE CALIFICACIÓN

- Examen parical (contenido 1, 2, 3 and 4) (P)
- Examen fina (o contenidos 5, 6 and 7, o todo el contenido) (F)
- Nota final: $\text{Max} \{(P+F) / 2, F\}$



BIBLIOGRAFÍA

Básica:

- Nielsen, Michael A; Chuang, Isaac L. Quantum computation and quantum information. 10th anniversary ed. Cambridge, UK: Cambridge University Press, cop. 2010. ISBN 9781107002173.
- Kaye, Phillip; Laflamme, Raymond; Mosca, Michele. An Introduction to quantum computing [en línea]. Oxford [etc.]: Oxford University Press, cop. 2007 [Consulta: 26/06/2023]. Disponible a: <https://academic-oup-com.recursos.biblioteca.upc.edu/book/41807>. ISBN 9780198570493.
- Preskill, John. Quantum Computation [en línea]. [Consulta: 26/06/2023]. Disponible a: <http://theory.caltech.edu/~preskill/ph229/>.

Complementaria:

- Diosi, Lajos. A Short course in Quantum Information Theory. Springer, 2011. ISBN 9783642161179.

Guía docente

200141 - EDOS - Ecuaciones Diferenciales Ordinarias

Última modificación: 29/05/2025

Unidad responsable: Facultad de Matemáticas y Estadística
Unidad que imparte: 749 - MAT - Departamento de Matemáticas.
Titulación: GRADO EN MATEMÁTICAS (Plan 2009). (Asignatura obligatoria).
Curso: 2025 **Créditos ECTS:** 7.5 **Idiomas:** Catalán, Castellano

PROFESORADO

Profesorado responsable: JORDI VILLANUEVA CASTELLTORT

Otros:

CAPACIDADES PREVIAS

Álgebra lineal y multilineal, cálculo diferencial e integral, topología, física, informática y variable compleja.

COMPETENCIAS DE LA TITULACIÓN A LAS QUE CONTRIBUYE LA ASIGNATURA

Específicas:

1. CE-2. Resolver problemas de Matemáticas, mediante habilidades de cálculo básico y otros, planificando su resolución en función de las herramientas de que se disponga y de las restricciones de tiempo y recursos.
2. CE-3. Utilizar aplicaciones informáticas de análisis estadístico, cálculo numérico y simbólico, visualización gráfica, optimización u otras para experimentar en Matemáticas y resolver problemas.
3. CE-4. Desarrollar programas que resuelvan problemas matemáticos utilizando para cada caso el entorno computacional adecuado.

Genéricas:

5. CB-1. Demostrar poseer y comprender conocimientos en el área de las Matemáticas contruidos a partir de la base de la educación secundaria general, a un nivel que, apoyándose en libros de texto avanzados, incluya también algunos aspectos que implican conocimientos procedentes de la vanguardia en el estudio de las Matemáticas y en sus aplicaciones en la ciencia y la tecnología.
6. CB-2. Saber aplicar los conocimientos matemáticos a su trabajo de una forma profesional y poseer las capacidades que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas dentro del área de las Matemáticas y en sus aplicaciones en la ciencia y la tecnología.
7. CB-3. Tener la capacidad de reunir e interpretar datos relevantes, dentro del área de las Matemáticas y sus aplicaciones, para emitir juicios que incluyan una reflexión sobre temas relevantes de índole social, científica o ética.
8. CG-1. Comprender y utilizar el lenguaje matemático.
9. CG-2. Conocer demostraciones rigurosas de algunos teoremas clásicos en distintas áreas de la Matemática.
10. CG-3. Asimilar la definición de un nuevo objeto matemático, en términos de otros ya conocidos, y ser capaz de utilizar este objeto en diferentes contextos.
11. CG-4. Saber trasladar al lenguaje matemático problemas de otros ámbitos y utilizar esta traslación para resolverlos.
12. CG-6. Detectar deficiencias en el propio conocimiento y superarlas mediante la reflexión crítica y la elección de la mejor actuación para ampliar este conocimiento.

Transversales:

4. APRENDIZAJE AUTÓNOMO: Detectar deficiencias en el propio conocimiento y superarlas mediante la reflexión crítica y la elección de la mejor actuación para ampliar este conocimiento.

METODOLOGÍAS DOCENTES

Hay tres horas de clase de teoría y dos de problemas por semana.

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE DE LA ASIGNATURA

- 1) Aplicar correctamente los teoremas fundamentales sobre EDOs así como comprender y usar correctamente las herramientas matemáticas involucradas en su demostración.
- 2) Resolver varias EDOs simples de dimensión uno así como ecuaciones y sistemas lineales a coeficientes constantes.
- 3) Conocer los conceptos básicos y herramientas de cálculo básicas en relación con el estudio cualitativo de los sistemas lineales y no lineales de EDOs autónomos y a coeficientes periódicos.
- 4) Entender la conexión entre la resolución de EDOs y la modelización matemática de algunos problemas sencillos de carácter geométrico o aplicado.

HORAS TOTALES DE DEDICACIÓN DEL ESTUDIANTE

Tipo	Horas	Porcentaje
Horas grupo pequeño	30,0	16.00
Horas aprendizaje autónomo	112,5	60.00
Horas grupo grande	45,0	24.00

Dedicación total: 187.5 h

CONTENIDOS

Casuística de EDOs de Primer Orden

Descripción:

Nociones básicas sobre las EDOs de primer orden y sus soluciones (el problema de Cauchy, ecuación de un haz de curvas, isoclinas). Cambios de variables. Ejemplos clásicos de EDOs resolubles por cuadraturas (separables, lineales, Bernoulli, Ricatti, homogéneas, ecuación de las órbitas, exactas y factores integrantes, Lagrange, Clairaut).

Dedicación: 32h 30m

Grupo mediano/Prácticas: 13h

Aprendizaje autónomo: 19h 30m

Teoremas Fundamentales

Descripción:

Introducción a las EDOs y definiciones básicas. El problema de Cauchy. Teoremas de existencia y unicidad de soluciones (Picard y Peano). Lema de Gronwall. Prolongación de soluciones y soluciones máximas. Regularidad de las soluciones respecto a condiciones iniciales y parámetros. Ecuaciones variacionales.

Dedicación: 70h

Grupo grande/Teoría: 23h

Grupo mediano/Prácticas: 5h

Aprendizaje autónomo: 42h

Ecuaciones y Sistemas Lineales de EDOs

Descripción:

Sistemas de EDOs lineales de primer orden (formalización y estructura de las soluciones, sistemas homogéneos, soluciones matriciales y matrices fundamentales, fórmula de Liouville y aplicación a la evolución del volumen por un sistema no lineal, sistemas no homogéneos, resolución de sistemas con coeficientes constantes, fórmula de variación de los parámetros). EDOs lineales de orden n (formalización y reducción a sistemas de primer orden, reducción del orden, resolución de EDOs lineales a coeficientes constantes, método de variación de los parámetros, método de los coeficientes indeterminados, oscilaciones). Sistemas lineales periódicos (Teorema de Floquet, matriz de monodromía, multiplicadores y exponentes característicos, introducción al concepto de estabilidad).

Dedicación: 52h 30m

Grupo grande/Teoría: 12h

Grupo mediano/Prácticas: 9h

Aprendizaje autónomo: 31h 30m

Teoría Cualitativa de EDOs

Descripción:

Puntos críticos y órbitas periódicas. Retrato de fase. Estabilidad en el sentido de Lyapunov. Estabilidad de los sistemas lineales a coeficientes constantes. Estabilidad de los puntos fijos de los sistemas no lineales (linealización y método de las funciones de Lyapunov). Aplicación de Poincaré. Estabilidad por linealización de órbitas periódicas. Equivalencia y conjugación de los campos vectoriales. Teorema del flujo tubular. Teoremas de Hartman.

Dedicación: 32h 30m

Grupo grande/Teoría: 10h

Grupo mediano/Prácticas: 3h

Aprendizaje autónomo: 19h 30m

SISTEMA DE CALIFICACIÓN

Un examen parcial no eliminatorio (P) y un examen final (F). La nota final es $N = \max(F, 0.3 \cdot P + 0.7 \cdot F)$.

Además, habrá un examen extraordinario durante el mes de julio para los estudiantes que hayan suspendido.

NORMAS PARA LA REALIZACIÓN DE LAS PRUEBAS.

En todos los exámenes se puede llevar un formulario manuscrito en una hoja tamaño DIN A4, excepto en la parte de teoría.

BIBLIOGRAFÍA

Básica:

- Arnol'd, Vladimir Igorevich. Ordinary differential equations. Cambridge (Massachusetts): The Mit Press, 1973. ISBN 0262010372.
- Braun, Martin. Differential equations and their applications. 4a ed. Springer-Verlag, 1993. ISBN 0387978941.
- Sotomayor, Jorge. Lições de equações diferenciais ordinárias. Rio de Janeiro: Instituto de Matemática Pura e Aplicada (IMPA), 1979. ISBN 9216050624.
- Meiss, J.D. Differential dynamical systems [en línea]. 2007. Philadelphia: Society for Industrial & Applied Mathematics, 2007 [Consulta: 21/06/2023]. Disponible a: <http://epubs.siam.org/doi/book/10.1137/1.9780898718232>. ISBN 9780898716351.
- Strogatz, Steven H. Nonlinear dynamics and chaos: with applications to physics, biology, chemistry, and engineering [en línea]. 2a ed. CRC Press, 2018 [Consulta: 15/06/2023]. Disponible a: <https://ebookcentral-proquest-com.recursos.biblioteca.upc.edu/lib/upcatalunya-ebooks/detail.action?pq-origsite=primo&docID=1181622>. ISBN 0813349109.
- Tenenbaum, Morris; Pollard, Harry. Ordinary differential equations : an elementary textbook for students of mathematics, engineering, and the sciences [en línea]. New York: Dover Publications, 1985 [Consulta: 21/06/2023]. Disponible a: <https://www.simiode.org/resources/2942>. ISBN 0486649407.
- Teschl, Gerald. Ordinary differential equations and dynamical systems [en línea]. Providence: Amer. Math. Soc, 2012 [Consulta: 21/06/2023]. Disponible a: <https://www.mat.univie.ac.at/~gerald/ftp/book-ode/>. ISBN 9780821883280.



Guía docente

200142 - EDPS - Ecuaciones en Derivadas Parciales

Última modificación: 26/06/2025

Unidad responsable: Facultad de Matemáticas y Estadística
Unidad que imparte: 749 - MAT - Departamento de Matemáticas.

Titulación: GRADO EN MATEMÁTICAS (Plan 2009). (Asignatura obligatoria).

Curso: 2025 **Créditos ECTS:** 7.5 **Idiomas:** Catalán

PROFESORADO

Profesorado responsable: ALBERT MAS BLESA

Otros:

CAPACIDADES PREVIAS

Las obtenidas en las asignaturas ya realizadas en el Grado.

REQUISITOS

Los obtenidos en las asignaturas ya realizadas en el Grado.

COMPETENCIAS DE LA TITULACIÓN A LAS QUE CONTRIBUYE LA ASIGNATURA

Específicas:

1. CE-2. Resolver problemas de Matemáticas, mediante habilidades de cálculo básico y otros, planificando su resolución en función de las herramientas de que se disponga y de las restricciones de tiempo y recursos.
2. CE-3. Utilizar aplicaciones informáticas de análisis estadístico, cálculo numérico y simbólico, visualización gráfica, optimización u otras para experimentar en Matemáticas y resolver problemas.
3. CE-4. Desarrollar programas que resuelvan problemas matemáticos utilizando para cada caso el entorno computacional adecuado.

Genéricas:

5. CB-1. Demostrar poseer y comprender conocimientos en el área de las Matemáticas contruidos a partir de la base de la educación secundaria general, a un nivel que, apoyándose en libros de texto avanzados, incluya también algunos aspectos que impliquen conocimientos procedentes de la vanguardia en el estudio de las Matemáticas y en sus aplicaciones en la ciencia y la tecnología.
6. CB-2. Saber aplicar los conocimientos matemáticos a su trabajo de una forma profesional y poseer las capacidades que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas dentro del área de las Matemáticas y en sus aplicaciones en la ciencia y la tecnología.
7. CB-3. Tener la capacidad de reunir e interpretar datos relevantes, dentro del área de las Matemáticas y sus aplicaciones, para emitir juicios que incluyan una reflexión sobre temas relevantes de índole social, científica o ética.
8. CG-1. Comprender y utilizar el lenguaje matemático.
9. CG-2. Conocer demostraciones rigurosas de algunos teoremas clásicos en distintas áreas de la Matemática.
10. CG-3. Asimilar la definición de un nuevo objeto matemático, en términos de otros ya conocidos, y ser capaz de utilizar este objeto en diferentes contextos.
11. CG-4. Saber trasladar al lenguaje matemático problemas de otros ámbitos y utilizar esta traslación para resolverlos.
12. CG-6. Detectar deficiencias en el propio conocimiento y superarlas mediante la reflexión crítica y la elección de la mejor actuación para ampliar este conocimiento.

Transversales:

4. APRENDIZAJE AUTÓNOMO: Detectar deficiencias en el propio conocimiento y superarlas mediante la reflexión crítica y la elección de la mejor actuación para ampliar este conocimiento.

METODOLOGÍAS DOCENTES

Clases de teoría con la exposición de conceptos nuevos y repaso de otros ya estudiados en asignaturas previas. Consistirán en exposiciones por parte del profesor de los enunciados, demostraciones y ejemplos. En las clases de problemas: resolución de problemas de una colección propuesta previamente al alumno. Entre los objetivos de la asignatura tendrá un buen peso la resolución de problemas, algunos de ellos fomentando y priorizando la intuición y la creatividad del alumno.

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE DE LA ASIGNATURA

- Conocer y saber calcular con los métodos de separación de variables y series de Fourier y con el método de soluciones fundamentales.
- Conocer tanto los principios del máximo y sus consecuencias como los métodos de cálculo integral (energía, principio de Dirichlet) y consecuencias.
- Conocer la relación entre el Laplaciano y la ecuación del calor con los caminos aleatorios, el Laplaciano discreto, las densidades de probabilidad y la gaussiana. Aquí el carácter abstracto y conceptual será prioritario.
- Conocer y saber calcular con el método de las características.
- La asignatura también debe servir para repasar y afianzar conceptos de Cálculo y de Análisis Matemático aprendidos por el estudiante en asignaturas anteriores. Debido al gran número de herramientas que usa la teoría de EDPs también se repasarán conceptos aprendidos en otras asignaturas obligatorias: variable compleja, EDOs, Probabilidad, Numérico.
- El curso debe servir también para motivar y preparar cursos posteriores, optativos o de posgrado, como el Análisis Funcional, Matemática Financiera y Numérico para EDPs.

HORAS TOTALES DE DEDICACIÓN DEL ESTUDIANTE

Tipo	Horas	Porcentaje
Horas aprendizaje autónomo	112,5	60.00
Horas grupo grande	45,0	24.00
Horas grupo pequeño	30,0	16.00

Dedicación total: 187.5 h

CONTENIDOS

Ecuaciones de primer orden

Descripción:

La ecuación lineal del transporte: ondas viajeras, características, estabilidad. La ecuación no homogénea y fórmula de Duhamel. Ecuaciones de primer orden cuasilineales: método de las características. Ejemplos: dinámica del tráfico, ecuación de Burgers.

Dedicación: 36h

Grupo grande/Teoría: 6h

Grupo mediano/Prácticas: 7h 30m

Aprendizaje autónomo: 22h 30m

Espacios de Banach, Operadores y Semigrupos

Descripción:

Repaso de los conceptos y propiedades fundamentales de los espacios de Banach y las aplicaciones lineales entre ellos. Conceptos de operadores y semigrupos aparecidos en el capítulo anterior.

Dedicación: 36h

Grupo grande/Teoría: 7h 30m

Grupo mediano/Prácticas: 6h

Aprendizaje autónomo: 22h 30m

La ecuación de ondas

Descripción:

Ecuación de la cuerda vibrante: derivación; fórmula de d'Alembert; ecuaciones no homogéneas; dominio de dependencia y dominio de influencia; propagación y reflexión de ondas; energía. Clasificación de las EDPs lineales de segundo orden: forma canónica.

Dedicación: 36h

Grupo grande/Teoría: 7h 30m

Grupo mediano/Prácticas: 6h

Aprendizaje autónomo: 22h 30m

La ecuación de difusión o del calor

Descripción:

La ecuación de difusión en dominios acotados: solución por separación de variables y series de Fourier; método de energía y unicidad; principio del máximo y unicidad. La ecuación de difusión en $\mathbb{R}^n$: solución fundamental; delta de Dirac; convolución; teorema de existencia y unicidad; regularidad; ecuaciones no homogéneas y principio de Duhamel. La ecuación de difusión a partir del paseo aleatorio: relación entre las funciones calóricas y las densidades de probabilidad y la distribución gaussiana.

Dedicación: 36h

Grupo grande/Teoría: 7h 30m

Grupo mediano/Prácticas: 6h

Aprendizaje autónomo: 22h 30m

Las ecuaciones de Laplace y de Poisson

Descripción:

Propiedades de las funciones armónicas: ejemplos; separación de variables y la ecuación de Poisson en la bola; propiedad de la mediana, principio del máximo y unicidad; relación entre las funciones armónicas, los caminos aleatorios, el Laplaciano discreto y las probabilidades de salida. Solución fundamental y función de Green: potencial Newtoniano; funciones de Green; método de reflexiones: función de Green para el semi-espacio y para la bola.

El principio de minimización de Dirichlet y el método de energía.

Dedicación: 36h

Grupo grande/Teoría: 7h 30m

Grupo mediano/Prácticas: 6h

Aprendizaje autónomo: 22h 30m

SISTEMA DE CALIFICACIÓN

Habrà primero la nota de un examen Parcial (P). Habrà también la nota del examen Final (F). La nota final de la asignatura será el máximo entre F y $(0,4 \cdot P + 0,6 \cdot F)$. Además, habrá un examen Extraordinario después del Final para los estudiantes que hayan suspendido.

NORMAS PARA LA REALIZACIÓN DE LAS PRUEBAS.

En las pruebas no se podrá disponer de material docente ni de notas de clase ni de formularios. El examen parcial no eliminarà materia del final.

BIBLIOGRAFÍA

Básica:

- Salsa, Sandro. Partial differential equations in action: from modelling to theory [en línea]. Milan: Springer, 2008 [Consulta: 27/06/2023]. Disponible a : <https://ebookcentral-proquest-com.recursos.biblioteca.upc.edu/lib/upcatalunya-ebooks/detail.action?pq-origsite=primo&docID=3062992>. ISBN 9788847007512.
- Pinchover, Yehuda; Rubinstein, Jacob. Introduction to partial differential equations. Cambridge: Cambridge University Press, 2005. ISBN 978052161323X.
- Strauss, W.A. Partial differential equations : an introduction. 2nd ed. New York: Wiley, 2008. ISBN 9780470054567.
- Shearer, Michael; Levy, Rachel. Partial differential equations : an introduction to theory and applications. Princeton: Princeton University Press, [2015]. ISBN 9780691161297.

Complementaria:

- Peral, Irene. Primer curso de ecuaciones en derivadas parciales. Argentina: Addison-Wesley, 1995. ISBN 0201653575.

Guía docente

200132 - EST - Estadística

Última modificación: 26/06/2025

Unidad responsable: Facultad de Matemáticas y Estadística
Unidad que imparte: 715 - EIO - Departamento de Estadística e Investigación Operativa.

Titulación: GRADO EN MATEMÁTICAS (Plan 2009). (Asignatura obligatoria).

Curso: 2025 **Créditos ECTS:** 7.5 **Idiomas:** Catalán, Castellano

PROFESORADO

Profesorado responsable: Bofill Roig, Marta

Otros:

COMPETENCIAS DE LA TITULACIÓN A LAS QUE CONTRIBUYE LA ASIGNATURA

Específicas:

1. CE-2. Resolver problemas de Matemáticas, mediante habilidades de cálculo básico y otros, planificando su resolución en función de las herramientas de que se disponga y de las restricciones de tiempo y recursos.
2. CE-3. Utilizar aplicaciones informáticas de análisis estadístico, cálculo numérico y simbólico, visualización gráfica, optimización u otras para experimentar en Matemáticas y resolver problemas.
3. CE-4. Desarrollar programas que resuelvan problemas matemáticos utilizando para cada caso el entorno computacional adecuado.

Genéricas:

5. CB-1. Demostrar poseer y comprender conocimientos en el área de las Matemáticas contruidos a partir de la base de la educación secundaria general, a un nivel que, apoyándose en libros de texto avanzados, incluya también algunos aspectos que implican conocimientos procedentes de la vanguardia en el estudio de las Matemáticas y en sus aplicaciones en la ciencia y la tecnología.
6. CB-2. Saber aplicar los conocimientos matemáticos a su trabajo de una forma profesional y poseer las capacidades que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas dentro del área de las Matemáticas y en sus aplicaciones en la ciencia y la tecnología.
7. CB-3. Tener la capacidad de reunir e interpretar datos relevantes, dentro del área de las Matemáticas y sus aplicaciones, para emitir juicios que incluyan una reflexión sobre temas relevantes de índole social, científica o ética.
8. CG-1. Comprender y utilizar el lenguaje matemático.
9. CG-2. Conocer demostraciones rigurosas de algunos teoremas clásicos en distintas áreas de la Matemática.
10. CG-3. Asimilar la definición de un nuevo objeto matemático, en términos de otros ya conocidos, y ser capaz de utilizar este objeto en diferentes contextos.
11. CG-4. Saber trasladar al lenguaje matemático problemas de otros ámbitos y utilizar esta traslación para resolverlos.
12. CG-6. Detectar deficiencias en el propio conocimiento y superarlas mediante la reflexión crítica y la elección de la mejor actuación para ampliar este conocimiento.

Transversales:

4. APRENDIZAJE AUTÓNOMO: Detectar deficiencias en el propio conocimiento y superarlas mediante la reflexión crítica y la elección de la mejor actuación para ampliar este conocimiento.

METODOLOGÍAS DOCENTES

Por lo que respecta a la docencia presencial, el curso tiene 5 horas de clases por semana, de las cuales 3 se dedican a clases de teoría y 2 a problemas o prácticas.

Clases de teoría:

Las clases de teoría son principalmente clases magistrales del profesor de teoría. Se desarrollan demostraciones en la pizarra, resumiendo conceptos importantes con transparencias. Se presentan ejemplos detallados, con especial énfasis en la aplicación de la estadística a problemas reales. Se utiliza del campus virtual Atenea para difundir material empleado en clase.

Clases de problemas y laboratorio:

El profesor de problemas presenta con antelación el enunciado de los problemas que los estudiantes deben resolver. En clase, el profesor expone y comenta la solución de algunos de los problemas.

Las clases de laboratorio se realizarán con el software estadístico R.

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE DE LA ASIGNATURA

El estudiante que ha cursado Estadística:

1. Es capaz de realizar e interpretar estadística descriptiva básica con un software estadístico.
2. Es capaz de realizar inferencia estadística con un software estadístico y correctamente interpretar los resultados obtenidos.
3. Puede formular la diferencia entre las dos escuelas estadísticas, frecuentista y bayesiana.
4. Es capaz de obtener analíticamente estimadores de momentos y estimadores de máxima verosimilitud para parámetros de las distribuciones más usuales.
5. Es capaz de comparar diferentes estimadores y elegir el estimador óptimo según algún criterio de optimalidad (sesgo, error cuadrático medio).
6. Es capaz de construir intervalos de confianza basados en cantidades pivotaes (exactas o asintóticas).
7. Es capaz de diseñar un test óptimo para determinados contrastes de hipótesis sobre parámetros de distribuciones, aplicando el criterio de Neyman-Pearson y la razón de la verosimilitud generalizada.
8. Es capaz de formular la diferencia entre test paramétricos y no paramétricos.
9. Es capaz de aplicar los test paramétricos clásicos (test Z de la normal, t de Student con muestras independientes y datos emparejados, F por igualdad de varianzas) a conjuntos de datos e interpretar correctamente los resultados.
10. Es capaz de aplicar tests no-paramétricos simples basados en la distribución multinomial a conjuntos de datos e interpretar correctamente los resultados.
11. Es capaz de ajustar un modelo de regresión lineal múltiple con R y de interpretar correctamente los resultados.
12. Es capaz de ajustar un modelo de regresión logística con R y de interpretar correctamente los resultados.

HORAS TOTALES DE DEDICACIÓN DEL ESTUDIANADO

Tipo	Horas	Porcentaje
Horas aprendizaje autónomo	112,5	60.00
Horas grupo grande	45,0	24.00
Horas grupo pequeño	30,0	16.00

Dedicación total: 187.5 h

CONTENIDOS

1. Introducción a la estadística

Descripción:

- 1.1. La estadística como método científico. Razonamiento deductivo (probabilidad) versus inductivo (inferencia).
- 1.2. Tipos de datos y de estudios. Análisis exploratorio de datos.
- 1.3. Población y muestra.
- 1.4. Parámetros, estadísticos y estimadores. Distribución muestral.
- 1.5. Principales modelos paramétricos: Binomial, Poisson, Normal, Exponencial.
- 1.6. Familias exponenciales y familias de localización y escala.
- 1.7. Perspectivas frecuentista y bayesiana.
- 1.8. Problemas de la inferencia: estimación, contraste y predicción.

Objetivos específicos:

- Análisis exploratorio de datos en R.
- Realizar estudios descriptivos univariantes y bivariantes.
- Especificar los principales modelos estadísticos en R.
- Enfatizar las diferencias entre datos poblacionales y parámetros, y datos muestrales y estimadores.

Actividades vinculadas:

Clases de teoría, clases de problemas i sesiones de laboratorio con ordenadores (usando R).

Dedicación: 20h

Grupo grande/Teoría: 6h

Grupo pequeño/Laboratorio: 4h

Aprendizaje autónomo: 10h

2. Estimadores puntuales

Descripción:

- 2.1. Método de los momentos y plug-in.
- 2.2. Función de verosimilitud. Estimación por máxima verosimilitud. Cálculo y propiedades.
- 2.3. Información de Fisher, Cota de Cramér-Rao, Eficiencia.
- 2.4. Enfoque Bayesiano de la estimación puntual.
- 2.5. Estimación no paramétrica de la función de distribución. La función de distribución empírica.
- 2.6. Simulación y Bootstrap.

Objetivos específicos:

- Construcción de estimadores de parámetros por diferentes métodos.
- Profundización del concepto de información y de la mínima varianza alcanzable.
- Introducción a los métodos de remuestreo.

Actividades vinculadas:

Clases de teoría, clases de problemas i sesiones de laboratorio con ordenadores (usando R).

Dedicación: 30h

Grupo grande/Teoría: 9h

Grupo mediano/Prácticas: 6h

Aprendizaje autónomo: 15h

3. Propiedades de los estimadores

Descripción:

- 3.1. Propiedades de los estimadores para muestras finitas. Error sistemático (sesgo), precisión de un estimador y error cuadrático medio.
- 3.2. Búsqueda del mejor estimador insesgado (UMVUE).
 - 3.2.1. Principio de suficiencia, completez.
 - 3.2.2. Teoremas de Rao-Blackwell y de Lehmann-Scheffé.
- 3.3. Comportamiento asintótico. Consistencia y Normalidad asintótica.
- 3.4. Teoría asintótica para el estimador máximo verosímil.

Objetivos específicos:

- Derivar propiedades de estimadores.
- Conocimiento del método delta para la ley y varianza asintótica de transformaciones de estimadores asintóticamente normales.
- Evaluar empíricamente las propiedades de los estimadores utilizando simulación y métodos de remuestreo.

Actividades vinculadas:

Clases de teoría, clases de problemas i sesiones de laboratorio con ordenadores (usando R).

Dedicación: 24h

Grupo grande/Teoría: 8h

Grupo mediano/Prácticas: 4h

Aprendizaje autónomo: 12h

4. Estimación por intervalos

Descripción:

- 4.1. Intervalos de confianza.
- 4.2. Métodos exactos para construir intervalos de confianza.
- 4.3. Intervalos de confianza asintóticos.
- 4.4. Intervalos no paramétricos basados en bootstrap.

Objetivos específicos:

- Construcción de intervalos de confianza.
- Implementación bootstrap para el cálculo de intervalos de confianza y variancia.

Actividades vinculadas:

Clases de teoría, clases de problemas i sesiones de laboratorio con ordenadores (usando R).

Dedicación: 16h

Grupo grande/Teoría: 4h

Grupo mediano/Prácticas: 4h

Aprendizaje autónomo: 8h

5. Test de hipótesis

Descripción:

- 5.1. Conceptos básicos. Tipos de hipótesis. Errores de tipo I y II. Región de rechazo. Función de potencia. p-valor.
- 5.2. Construcción de la región de rechazo vía el Lema de Neyman-Pearson.
 - 5.2.1. Tests uniformemente más potentes.
 - 5.2.2. Lema de Neyman-Pearson para alternativas compuestas.
- 5.3. Tests de Wald, Score y razón de verosimilitud.
- 5.4. Tests Chi-cuadrado no paramétricos para independencia y homogeneidad.
- 5.5. Tests de bondad de ajuste: Kolmogórov-Smirnov.

Objetivos específicos:

- Diseñar tests de hipótesis.
- Derivar propiedades de los tests.
- Identificar qué test utilizar en diferentes escenarios.
- Implementación en R.

Actividades vinculadas:

Clases de teoría, clases de problemas i sesiones de laboratorio con ordenadores (usando R).

Dedicación: 30h

Grupo grande/Teoría: 9h

Grupo mediano/Prácticas: 6h

Aprendizaje autónomo: 15h

6. Modelo de regresión lineal. Regresión logística

Descripción:

- 6.1. Regresión lineal.
 - 6.1.1. Estimación por mínimos cuadrados y por máxima verosimilitud.
 - 6.1.2. Propiedades del estimador de mínimos cuadrados.
 - 6.1.3. Validación del modelo. Análisis de residuos.
 - 6.1.4. Contrastes de hipótesis sobre los parámetros.
- 6.2. Regresión logística.

Objetivos específicos:

- Aplicar regresión lineal i logística.
- Interpretar los resultados obtenidos.

Actividades vinculadas:

Clases de teoría, clases de problemas i sesiones de laboratorio con ordenadores (usando R).

Dedicación: 30h

Grupo grande/Teoría: 10h

Grupo pequeño/Laboratorio: 5h

Aprendizaje autónomo: 15h

SISTEMA DE CALIFICACIÓN

Se utilizará el sistema de evaluación continua, que constará de 3 partes:

1. Prueba de seguimiento tipo test al final de cada tema con preguntas conceptuales y problemas prácticos a resolver mediante R (Q).
2. Examen parcial a mitad del cuatrimestre (EP).
3. Examen final (EF).

Los exámenes parcial y final tendrán la misma estructura, con una parte de preguntas de teoría y entre 2 y 4 problemas.

La calificación global de la asignatura será:

$$\text{Global} = \text{Max}(0.15 * Q + 0.25 * EP + 0.60 * EF, EF)$$

Adicionalmente, habrá un examen extraordinario en julio para los estudiantes suspensos, con una estructura similar a la del examen final. La nota de la convocatoria extraordinaria será la de dicho examen extraordinario.

BIBLIOGRAFÍA

Básica:

- Casella, George; Berger, Roger L. Statistical inference. 2nd ed. Pacific Grove: Duxbury, cop. 2002. ISBN 0534243126.
- DeGroot, Morris H.; Schervish, Mark J. Probability and statistics. 4th ed. Boston: Pearson, 2012. ISBN 9780321709707.
- Wasserman, Larry. All of statistics : a concise course in statistical inference. Pittsburgh: Springer, cop. 2010. ISBN 9781441923226.
- Wood, Simon N. Core Statistics. Cambridge [etc.]: Cambridge University Press, 2015. ISBN 9781107071056.
- Held, Leonhard; Sabanés Bové, Daniel. Applied Statistical Inference : Likelihood and Bayes [en línea]. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg : Imprint: Springer, 2014 [Consulta: 16/06/2025]. Disponible a: <https://link-springer-com.recursos.biblioteca.upc.edu/book/10.1007/978-3-642-37887-4>. ISBN 9783642378867.
- Ramachandran, Kandethody M; Tsokos, Chris P. Mathematical Statistics with Applications. 1. Elsevier, 2009. ISBN 9780123748485.

Complementaria:

- Evans, Michael; Rosenthal, Jeffrey S. Probability and statistics : the science of uncertainty [en línea]. 2nd ed. New York: W.H. Freeman and Company, cop. 2010 [Consulta: 16/06/2025]. Disponible a: <http://www.utstat.toronto.edu/mikevans/jeffrosenthal/>. ISBN 9781429224628.
- Dalgaard, Peter. Introductory statistics with R [en línea]. 2nd ed. New York: Springer, 2008 [Consulta: 16/06/2025]. Disponible a: <https://link-springer-com.recursos.biblioteca.upc.edu/book/10.1007/978-0-387-79054-1>. ISBN 9780387790534.
- Efron, Bradley; Hastie, Trevor. Computer age statistical inference: algorithms, evidence, and data science [en línea]. First published. New York: Cambridge University Press, 2016 [Consulta: 16/06/2025]. Disponible a: <https://hastie.su.domains/CASI/>. ISBN 9781107149892.
- Fan, Jianqing; Li, Runze; Zhang, Cun-Hui; Zou, Hui. Statistical foundations of data science. Chapman and Hall/CRC, 2020. ISBN 9781466510845.
- Peck, Roxy. Statistics: a guide to the unknown. 4th ed. Belmont: Thomson Brooks/Cole, 2006. ISBN 0534372821.
- Cox, D. R; Hinkley, D. V. Theoretical statistics. London: Chapman and Hall, cop. 1974. ISBN 9780412161605.

RECURSOS

Enlace web:

- R-software: www.r-project.org. Recurso

Guía docente

200112 - EALG - Estructuras Algebraicas

Última modificación: 22/06/2025

Unidad responsable: Facultad de Matemáticas y Estadística
Unidad que imparte: 749 - MAT - Departamento de Matemáticas.
Titulación: GRADO EN MATEMÁTICAS (Plan 2009). (Asignatura obligatoria).
Curso: 2025 **Créditos ECTS:** 7.5 **Idiomas:** Catalán

PROFESORADO

Profesorado responsable: Jordi Guàrdia

Otros:

CAPACIDADES PREVIAS

Contenidos de Fundamentos de las Matemáticas: conjuntos y aplicaciones; relaciones de equivalencia y orden; permutaciones; aritmética de números enteros y de polinomios; algoritmo de Euclides e identidad de Bézout; congruencias (aritmética modular); ...
Contenidos de Álgebra Lineal: espacio vectorial, subespacio y espacio cociente; bases; matrices y cálculo matricial; ...

REQUISITOS

Las asignaturas de primer curso Fundamentos de las Matemáticas y Álgebra Lineal

COMPETENCIAS DE LA TITULACIÓN A LAS QUE CONTRIBUYE LA ASIGNATURA

Específicas:

1. CE-2. Resolver problemas de Matemáticas, mediante habilidades de cálculo básico y otros, planificando su resolución en función de las herramientas de que se disponga y de las restricciones de tiempo y recursos.
2. CE-3. Utilizar aplicaciones informáticas de análisis estadístico, cálculo numérico y simbólico, visualización gráfica, optimización u otras para experimentar en Matemáticas y resolver problemas.
3. CE-4. Desarrollar programas que resuelvan problemas matemáticos utilizando para cada caso el entorno computacional adecuado.

Genéricas:

5. CB-1. Demostrar poseer y comprender conocimientos en el área de las Matemáticas contruidos a partir de la base de la educación secundaria general, a un nivel que, apoyándose en libros de texto avanzados, incluya también algunos aspectos que implican conocimientos procedentes de la vanguardia en el estudio de las Matemáticas y en sus aplicaciones en la ciencia y la tecnología.
6. CB-2. Saber aplicar los conocimientos matemáticos a su trabajo de una forma profesional y poseer las capacidades que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas dentro del área de las Matemáticas y en sus aplicaciones en la ciencia y la tecnología.
7. CB-3. Tener la capacidad de reunir e interpretar datos relevantes, dentro del área de las Matemáticas y sus aplicaciones, para emitir juicios que incluyan una reflexión sobre temas relevantes de índole social, científica o ética.
8. CG-1. Comprender y utilizar el lenguaje matemático.
9. CG-2. Conocer demostraciones rigurosas de algunos teoremas clásicos en distintas áreas de la Matemática.
10. CG-3. Asimilar la definición de un nuevo objeto matemático, en términos de otros ya conocidos, y ser capaz de utilizar este objeto en diferentes contextos.
11. CG-4. Saber trasladar al lenguaje matemático problemas de otros ámbitos y utilizar esta traslación para resolverlos.

Transversales:

4. APRENDIZAJE AUTÓNOMO: Detectar deficiencias en el propio conocimiento y superarlas mediante la reflexión crítica y la elección de la mejor actuación para ampliar este conocimiento.

METODOLOGÍAS DOCENTES

En las clases de teoría el profesor presentará los contenidos de la asignatura. En las clases de problemas, con grupos más reducidos de estudiantes, se resolverán problemas y se llevarán a cabo actividades prácticas.

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE DE LA ASIGNATURA

En esta asignatura el estudiante se familiariza con los conceptos básicos y aprende algunos de los resultados principales sobre las estructuras algebraicas más habituales: grupos, anillos, cuerpos y módulos.

HORAS TOTALES DE DEDICACIÓN DEL ESTUDIANTE

Tipo	Horas	Porcentaje
Horas grupo pequeño	30,0	16.00
Horas aprendizaje autónomo	112,5	60.00
Horas grupo grande	45,0	24.00

Dedicación total: 187.5 h

CONTENIDOS

Anillos

Descripción:

Conceptos básicos de anillos. Ideales. Anillos íntegros. Cuerpo de fracciones. Anillos factoriales, principales y euclídeos. Anillos de polinomios. Anillos de enteros modulares. Anillos cuadráticos.

Dedicación: 62h 30m

Grupo grande/Teoría: 15h

Grupo mediano/Prácticas: 10h

Aprendizaje autónomo: 37h 30m

Cuerpos

Descripción:

Conceptos básicos de cuerpos. Ejemplos básicos. Extensiones algebraicas y trascendentes. Cuerpos de números. Teorema del elemento primitivo. Clausura algebraica de un cuerpo. Anillos de enteros. Cuerpos finitos y sus aplicaciones.

Dedicación: 62h 30m

Grupo grande/Teoría: 15h

Grupo mediano/Prácticas: 10h

Aprendizaje autónomo: 37h 30m

Grupos

Descripción:

Nociones básicas de grupos. Ejemplos clásicos de grupos. Acción de un grupo en un conjunto. Subgrupos de Sylow. Representaciones de grupos. Logaritmo discreto.

Dedicación: 37h 30m

Grupo grande/Teoría: 9h

Grupo mediano/Prácticas: 6h

Aprendizaje autónomo: 22h 30m

Módulos

Descripción:

Conceptos básicos sobre módulos. Módulos finitos generados sobre dominios de ideales principales. Aplicaciones.

Dedicación: 25h

Grupo grande/Teoría: 6h

Grupo mediano/Prácticas: 4h

Aprendizaje autónomo: 15h

SISTEMA DE CALIFICACIÓN

A lo largo del curso habrán algunas actividades evaluables, que tendrán un peso del 10% en la nota final del curso. Además, habrá un examen parcial (30%) y un examen final (60%). Si la nota del examen final es superior a la media ponderada de las tres actividades anteriores, prevalecerá la nota del examen final.

Los estudiantes que no aprueben la asignatura en la convocatoria ordinaria podrán presentarse al examen extraordinario al acabar el curso académico.

BIBLIOGRAFÍA

Básica:

- Garrett, P.B. Abstract algebra [en línea]. Boca Raton: Chapman & Hall/CRC, 2008 [Consulta: 16/06/2025]. Disponible a: http://www.math.umn.edu/~garrett/m/algebra/Whole_with_TOC.pdf. ISBN 9781584886891.
- Lee, Gregory T. Abstract algebra : an introductory course. Springer, 2018. ISBN 9783319776484.
- Fraleigh, John B. A First course in abstract algebra. 7th ed. Essex: Pearson Education, 2014. ISBN 9781292024967.
- Paulsen, W. Abstract algebra : an interactive approach [en línea]. CRC Press, 2016 [Consulta: 16/06/2025]. Disponible a: <https://www.taylorfrancis-com.recursos.biblioteca.upc.edu/books/mono/10.1201/9781315370972/abstract-algebra-william-paulsen>. ISBN 9781498719773.

Complementaria:

- Artin, Michael. Algebra. 2nd. Boston: Prentice-Hall, 2011. ISBN 9780132413770.
- Lang, Serge. Algebra. 3rd ed. New York: Springer, 2002. ISBN 038795385X.
- Hungerford, T.W. Algebra. New York: Springer-Verlag, 1974. ISBN 0387905189.
- Allenby, R. B. J. T. Rings, fields and groups : an introduction to abstract algebra. London: Edward Arnold, 1983. ISBN 0713134763.

RECURSOS

Material informático:

- Sage Math. Software para experimentar en álgebra y geometría

Enlace web:

- Expository papers by K. Conrad: <https://kconrad.math.uconn.edu/blurbs/>. Recopilación de apuntes de K. Conrad
- Magma Calculator. Recurso

Guía docente

200021 - FIS - Física

Última modificación: 29/05/2025

Unidad responsable: Facultad de Matemáticas y Estadística
Unidad que imparte: 748 - FIS - Departamento de Física.
Titulación: GRADO EN MATEMÁTICAS (Plan 2009). (Asignatura obligatoria).
Curso: 2025 **Créditos ECTS:** 7.5 **Idiomas:** Catalán

PROFESORADO

Profesorado responsable: JUAN JOSE SANCHEZ UMBRIA

Otros:

CAPACIDADES PREVIAS

Conocimientos de cálculo de una y varias variable: derivación e integración. Álgebra lineal.

COMPETENCIAS DE LA TITULACIÓN A LAS QUE CONTRIBUYE LA ASIGNATURA

Específicas:

1. CE-2. Resolver problemas de Matemáticas, mediante habilidades de cálculo básico y otros, planificando su resolución en función de las herramientas de que se disponga y de las restricciones de tiempo y recursos.

Genéricas:

- 5. CB-2. Saber aplicar los conocimientos matemáticos a su trabajo de una forma profesional y poseer las capacidades que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas dentro del área de las Matemáticas y en sus aplicaciones en la ciencia y la tecnología.
- 6. CB-3. Tener la capacidad de reunir e interpretar datos relevantes, dentro del área de las Matemáticas y sus aplicaciones, para emitir juicios que incluyan una reflexión sobre temas relevantes de índole social, científica o ética.
- 7. CG-1. Comprender y utilizar el lenguaje matemático.
- 10. CG-4. Saber trasladar al lenguaje matemático problemas de otros ámbitos y utilizar esta traslación para resolverlos.
- 12. CG-6. Detectar deficiencias en el propio conocimiento y superarlas mediante la reflexión crítica y la elección de la mejor actuación para ampliar este conocimiento.

Transversales:

11. APRENDIZAJE AUTÓNOMO: Detectar deficiencias en el propio conocimiento y superarlas mediante la reflexión crítica y la elección de la mejor actuación para ampliar este conocimiento.

METODOLOGÍAS DOCENTES

La actividad docente consta de cinco horas semanales, tres de teoría y dos de problemas, aproximadamente. Las clases de teoría servirán para presentar y desarrollar el temario. Los alumnos dispondrán de material docente de cada tema, en forma de resúmenes o transparencias y colecciones de problemas que estarán en la web de la asignatura. En las sesiones de problemas se resolverán, de entre los ejercicios y problemas propuestos, aquellos que se consideren más ilustrativos.

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE DE LA ASIGNATURA

Conocer la cinemática y la dinámica de partículas y sólidos rígidos.
Conocer la cinemática y la dinámica en sistemas acelerados.
Entender los conceptos de campo, trabajo y energía.
Entender y saber aplicar los teoremas de conservación.
Conocer las leyes que gobiernan los campos eléctricos y gravitatorios.
Conocer las leyes de la conducción y la corriente eléctricos.
Conocer las leyes que gobiernan el campo magnético.
Conocer las leyes de Maxwell en el vacío.

HORAS TOTALES DE DEDICACIÓN DEL ESTUDIANTE

Tipo	Horas	Porcentaje
Horas grupo pequeño	30,0	16.00
Horas grupo grande	45,0	24.00
Horas aprendizaje autónomo	112,5	60.00

Dedicación total: 187.5 h

CONTENIDOS

1. Cinemática de la partícula. Cambios de sistema de referencia.

Descripción:

Vectores de posición, velocidad y aceleración. Componentes intrínsecas de la aceleración. Curvatura, torsión y triedro de Frenet. Cambios de sistema de referencia. Teorema de Coriolis. Velocidad y aceleración angulares.

Dedicación: 22h 30m

Grupo grande/Teoría: 6h

Grupo mediano/Prácticas: 3h

Aprendizaje autónomo: 13h 30m

2. Dinámica de la partícula y de sistemas de partículas.

Descripción:

Sistemas inerciales y no inerciales. Leyes de Newton. Movimiento del centro de masas de un sistema de partículas. Descripción de algunos tipos de fuerzas. Fuerzas de fricción. Movimiento en sistemas no inerciales. Fuerzas de inercia y efectos astrofísicos y geofísicos. Integración de las ecuaciones del movimiento. Reducción a cuadraturas. Dimensiones y unidades. Análisis dimensional.

Dedicación: 22h 30m

Grupo grande/Teoría: 5h

Grupo mediano/Prácticas: 4h

Aprendizaje autónomo: 13h 30m

3. Cantidad de movimiento, momento cinético y energía.

Descripción:

Cantidad de movimiento y momento cinético para sistemas de partículas. Descomposición del momento cinético. Momento de un sistema de fuerzas; propiedades. Teoremas del impulso y del impulso angular. Teoremas de conservación. Campos de fuerzas y circulación. Potencia, trabajo y energía cinética. Fuerzas conservativas y energía potencial. Caso gravitatorio y electrostático. Energía mecánica y teorema de conservación. Problemas de un grado de libertad. Campos centrales y leyes de Kepler.

Dedicación: 25h

Grupo grande/Teoría: 6h

Grupo mediano/Prácticas: 4h

Aprendizaje autónomo: 15h

4. Cinemática y dinámica del sólido rígido.

Descripción:

Cinemática del sólido rígido. Velocidad y aceleración angular. Descripción geométrica del movimiento. Eje instantáneo de rotación y deslizamiento. El caso bidimensional, centro instantáneo de rotación. Momento cinético y energía. Tensor de inercia; propiedades y simetrías. Ejes principales de inercia. Ecuaciones de Euler para el movimiento de un sólido rígido. Algunos casos particulares. Dinámica en el caso bidimensional.

Dedicación: 25h

Grupo grande/Teoría: 6h

Grupo mediano/Prácticas: 4h

Aprendizaje autónomo: 15h

5. Electrostática.

Descripción:

Carga eléctrica. Ley de Coulomb. Distribuciones de carga. Principio de superposición. Campo y potencial electrostático. Dipolo eléctrico. Ley de Gauss (aplicación al cálculo de campos gravitatorios y eléctricos). Conductores en equilibrio electrostático. Ecuaciones de Poisson y Laplace. Método de las imágenes. Energía eléctrica.

Dedicación: 22h 30m

Grupo grande/Teoría: 5h

Grupo mediano/Prácticas: 4h

Aprendizaje autónomo: 13h 30m

6. Conducción eléctrica.

Descripción:

Descripción de la corriente eléctrica. Ecuación de continuidad. Ley de Ohm. Resistencia eléctrica. Potencia disipada. Conductores filiformes. Circuitos de corriente. Generadores. Leyes de Kirchhoff.

Dedicación: 20h

Grupo grande/Teoría: 5h

Grupo mediano/Prácticas: 3h

Aprendizaje autónomo: 12h

7. Magnetostática.

Descripción:

Fuerza de Lorentz. Fuentes del campo magnético. Ley de Biot-Savart. Potencial vector. Ley de Ampère. Ecuación de Poisson para el potencial vector. Aplicación al cálculo de campos magnéticos.

Dedicación: 25h

Grupo grande/Teoría: 6h

Grupo pequeño/Laboratorio: 4h

Aprendizaje autónomo: 15h

8. Ecuaciones de Maxwell.

Descripción:

Ley de Faraday-Lenz. Inducción mutua, autoinducción y inductancias. Energía magnética. Ley de Ampère-Maxwell y corriente de desplazamiento. Teorema de Poynting. Ecuaciones de Maxwell en el vacío. Potenciales electromagnéticos. El campo electromagnético en el vacío. La ecuación de ondas. Ondas electromagnéticas.

Dedicación: 25h

Grupo grande/Teoría: 6h

Grupo mediano/Prácticas: 4h

Aprendizaje autónomo: 15h

SISTEMA DE CALIFICACIÓN

Habrà un examen parcial y un examen final. La nota de la asignatura será $\max\{EF; 0.45EP+0.55EF\}$ con EP la nota del examen parcial y EF la nota del examen final.

Habrà un examen extraordinario de reevaluación para los estudiantes que hayan suspendido la asignatura en la convocatoria ordinaria, con una única nota.

BIBLIOGRAFÍA

Básica:

- Taylor, John. Classical mechanics [en línea]. Sausalito: University Science Books, cop. 2005 [Consulta: 23/06/2022]. Disponible a: <https://web-s-ebscohost-com.recursos.biblioteca.upc.edu/ehost/ebookviewer/ebook?sid=50467605-d9e7-4542-9aa6-406be93984e1%40redis&vid=0&format=EB>. ISBN 189138922X.
- Alonso, Marcelo; Finn, Edward J. Física. México: Pearson & Addison-Wesley, cop. 2000. ISBN 9684444265.
- Reitz, John R.; Milford, Frederick J.; Christy, Robert W. Fundamentos de la teoría electromagnética. 4a ed. Wilmington: Addison-Wesley, 1996. ISBN 020162592X.
- Wangsness, Roald K. Campos electromagnéticos. Limusa, 1983. ISBN 9681813162.

Complementaria:

- Knudsen, J.M., Hjørth, P.G. Elements of newtonian mechanics [en línea]. Springer, cop. 1995 [Consulta: 27/06/2023]. Disponible a: <https://ebookcentral-proquest-com.recursos.biblioteca.upc.edu/lib/upcatalunya-ebooks/detail.action?pq-origsite=primo&docID=3089857>. ISBN 3540583645.
- Symon, Keith R. Mechanics. 3rd ed. Addison-Wesley, 1971. ISBN 0201073927.
- Agulló i Batlle, Joaquim. Mecánica de la partícula y del sólido rígido. OK punt, 2000. ISBN 8492085053.
- Cheng, David K. Fundamentos de electromagnetismo para ingeniería. Addison-Wesley, cop. 1997. ISBN 9780201653755.
- Jackson, Jackson D. Electrodinámica clásica. 2a ed. Madrid: Alhambra, 1980. ISBN 8420506559.

RECURSOS

Otros recursos:

Transparencias de Mecánica (disponible a través de "Atenea").

Apuntes de Electromagnetismo (disponible a través de "Atenea").

Problemas propuestos (disponible a través de "Atenea").

Guía docente

200101 - FVC - Funciones de Variable Compleja

Última modificación: 26/06/2025

Unidad responsable: Facultad de Matemáticas y Estadística
Unidad que imparte: 749 - MAT - Departamento de Matemáticas.
Titulación: GRADO EN MATEMÁTICAS (Plan 2009). (Asignatura obligatoria).
Curso: 2025 **Créditos ECTS:** 7.5 **Idiomas:** Catalán, Castellano

PROFESORADO

Profesorado responsable: Odí Soler i Gibert

Otros:

COMPETENCIAS DE LA TITULACIÓN A LAS QUE CONTRIBUYE LA ASIGNATURA

Específicas:

1. CE-2. Resolver problemas de Matemáticas, mediante habilidades de cálculo básico y otros, planificando su resolución en función de las herramientas de que se disponga y de las restricciones de tiempo y recursos.
2. CE-3. Utilizar aplicaciones informáticas de análisis estadístico, cálculo numérico y simbólico, visualización gráfica, optimización u otras para experimentar en Matemáticas y resolver problemas.
3. CE-4. Desarrollar programas que resuelvan problemas matemáticos utilizando para cada caso el entorno computacional adecuado.

Genéricas:

4. CB-1. Demostrar poseer y comprender conocimientos en el área de las Matemáticas contruidos a partir de la base de la educación secundaria general, a un nivel que, apoyándose en libros de texto avanzados, incluya también algunos aspectos que implican conocimientos procedentes de la vanguardia en el estudio de las Matemáticas y en sus aplicaciones en la ciencia y la tecnología.
5. CB-2. Saber aplicar los conocimientos matemáticos a su trabajo de una forma profesional y poseer las capacidades que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas dentro del área de las Matemáticas y en sus aplicaciones en la ciencia y la tecnología.
6. CB-3. Tener la capacidad de reunir e interpretar datos relevantes, dentro del área de las Matemáticas y sus aplicaciones, para emitir juicios que incluyan una reflexión sobre temas relevantes de índole social, científica o ética.
7. CG-1. Comprender y utilizar el lenguaje matemático.
8. CG-2. Conocer demostraciones rigurosas de algunos teoremas clásicos en distintas áreas de la Matemática.
9. CG-3. Asimilar la definición de un nuevo objeto matemático, en términos de otros ya conocidos, y ser capaz de utilizar este objeto en diferentes contextos.
10. CG-4. Saber trasladar al lenguaje matemático problemas de otros ámbitos y utilizar esta traslación para resolverlos.
12. CG-6. Detectar deficiencias en el propio conocimiento y superarlas mediante la reflexión crítica y la elección de la mejor actuación para ampliar este conocimiento.

Transversales:

11. APRENDIZAJE AUTÓNOMO: Detectar deficiencias en el propio conocimiento y superarlas mediante la reflexión crítica y la elección de la mejor actuación para ampliar este conocimiento.

METODOLOGÍAS DOCENTES

Hay tres horas de clase de teoría y dos de problemas por semana.

En las sesiones de teoría se desarrollarán los conceptos y resultados centrales de la asignatura. En las sesiones de problemas se mostrará como resolver los problemas más representativos del temario. Se dejarán problemas para ser resueltos de forma autónoma por parte del alumnado

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE DE LA ASIGNATURA

Presentar las funciones holomorfas de una variable.

Aplicar el teorema de Cauchy y el índice de caminos al cálculo de integrales por residuos.

Operar con series de potencias, discutir el radio de convergencia i el comportamiento en la frontera.

Mostrar aplicaciones de las funciones holomorfas.

HORAS TOTALES DE DEDICACIÓN DEL ESTUDIANTADO

Tipo	Horas	Porcentaje
Horas grupo grande	45,0	24.00
Horas grupo pequeño	30,0	16.00
Horas aprendizaje autónomo	112,5	60.00

Dedicación total: 187.5 h

CONTENIDOS

El plano complejo

Descripción:

Números complejos (representación, propiedades básicas, sucesiones, series). El plano complejo y su topología.

Dedicación: 19h 30m

Grupo grande/Teoría: 3h

Grupo mediano/Prácticas: 4h

Aprendizaje autónomo: 12h 30m

Funciones holomorfas

Descripción:

Funciones de variable compleja. Derivación. Derivación compleja. Condiciones de Cauchy-Riemann. Series de potencias.

Funciones holomorfas. Ejemplos.

Dedicación: 41h 30m

Grupo grande/Teoría: 10h

Grupo mediano/Prácticas: 6h

Aprendizaje autónomo: 25h 30m

Integración. Teorema de Cauchy

Descripción:

Integral de línea. Teorema de Cauchy local. Fórmula integral de Cauchy. Ceros de funciones analíticas. Consecuencias.

Dedicación: 41h 30m

Grupo grande/Teoría: 10h

Grupo mediano/Prácticas: 6h

Aprendizaje autónomo: 25h 30m

Funciones meromorfas. Teorema de los residuos

Descripción:

Índice de una curva respecto a un punto. Homología. Teorema de Cauchy global. Singularidades aisladas. Series de Laurent. Teorema de los residuos y aplicaciones.

Dedicación: 43h 30m

Grupo grande/Teoría: 11h

Grupo mediano/Prácticas: 8h

Aprendizaje autónomo: 24h 30m

Otros temas: Aplicaciones conformes, funciones armónicas, función z de Riemann, aproximación de funciones meromorfas, prolongación analítica.

Descripción:

Transformaciones conformes. Teorema de Riemann. Principio de reflexión de Schwarz. Funciones armónicas. Problema de Dirichlet. La función z de Riemann. Teorema de Runge. Prolongación analítica.

Dedicación: 41h 30m

Grupo grande/Teoría: 11h

Grupo mediano/Prácticas: 6h

Aprendizaje autónomo: 24h 30m

SISTEMA DE CALIFICACIÓN

Habrà un examen parcial (EP) a mitad del cuatrimestre y un examen final (EF). También habrá una entrega de problemas durante el periodo lectivo (AC).

La nota final de la asignatura (NF) se calcularà segun la fórmula será $NF = \max(EF; 0,30*EP + 0,10*AC + 0,60*EF)$.

Además, habrá un examen extraordinario durant el mes de julio para los estudiantes que hayan suspendido

BIBLIOGRAFÍA

Básica:

- Stein, E. M. ; Shakarchi, R. Complex analysis. Princeton University Press, 2003. ISBN 0691113858.
- Ahlfors, L. V. Complex analysis : an introduction to the theory of analytic functions of one complex variable. 3rd. McGraw Hill, 1979. ISBN 0070006571.
- Bruna, J. ; Cufí, J. Anàlisi complexa. Publicacions UAB, 2008. ISBN 9788449025594.
- Ortega Cerdà, J. Anàlisi complexa [en línea]. Barcelona: Universitat Politècnica de Catalunya. Departament de Matemàtica Aplicada I, 1997 [Consulta: 21/06/2023]. Disponible a: <http://hdl.handle.net/2117/189905>.

Complementaria:

- Beck, M.; Marchesi, G.; Pixton, D.; Sabalka, L. A First course in complex analysis [en línea]. San Francisco State University, 2009 [Consulta: 21/06/2023]. Disponible a: <https://matthbeck.github.io/complex.html>.
- Gamelin, T.W. Complex analysis. Springer, 2001. ISBN 0387950931.
- Conway, J. B. Functions of one complex variable. 2nd. Springer, 1978. ISBN 0387944605.
- Lang, S. Complex analysis. 4th. Springer, 1999. ISBN 0387985921.
- Rudin, W. Real and complex analysis. 3a ed. McGraw Hill, 1974. ISBN 0070542341.

Guía docente

200003 - FM - Fundamentos de la Matemática

Última modificación: 29/05/2025

Unidad responsable: Facultad de Matemáticas y Estadística
Unidad que imparte: 749 - MAT - Departamento de Matemáticas.
751 - DECA - Departamento de Ingeniería Civil y Ambiental.

Titulación: GRADO EN MATEMÁTICAS (Plan 2009). (Asignatura obligatoria).

Curso: 2025 **Créditos ECTS:** 7.5 **Idiomas:** Catalán, Castellano

PROFESORADO

Profesorado responsable: JOSÉ LUIS RUIZ MUÑOZ

Otros:

COMPETENCIAS DE LA TITULACIÓN A LAS QUE CONTRIBUYE LA ASIGNATURA

Específicas:

1. CE-2. Resolver problemas de Matemáticas, mediante habilidades de cálculo básico y otros, planificando su resolución en función de las herramientas de que se disponga y de las restricciones de tiempo y recursos.
2. CE-3. Utilizar aplicaciones informáticas de análisis estadístico, cálculo numérico y simbólico, visualización gráfica, optimización u otras para experimentar en Matemáticas y resolver problemas.
3. CE-4. Desarrollar programas que resuelvan problemas matemáticos utilizando para cada caso el entorno computacional adecuado.

Genéricas:

4. CB-1. Demostrar poseer y comprender conocimientos en el área de las Matemáticas contruidos a partir de la base de la educación secundaria general, a un nivel que, apoyándose en libros de texto avanzados, incluya también algunos aspectos que implican conocimientos procedentes de la vanguardia en el estudio de las Matemáticas y en sus aplicaciones en la ciencia y la tecnología.
5. CB-2. Saber aplicar los conocimientos matemáticos a su trabajo de una forma profesional y poseer las capacidades que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas dentro del área de las Matemáticas y en sus aplicaciones en la ciencia y la tecnología.
6. CB-3. Tener la capacidad de reunir e interpretar datos relevantes, dentro del área de las Matemáticas y sus aplicaciones, para emitir juicios que incluyan una reflexión sobre temas relevantes de índole social, científica o ética.
7. CG-1. Comprender y utilizar el lenguaje matemático.
8. CG-2. Conocer demostraciones rigurosas de algunos teoremas clásicos en distintas áreas de la Matemática.
9. CG-3. Asimilar la definición de un nuevo objeto matemático, en términos de otros ya conocidos, y ser capaz de utilizar este objeto en diferentes contextos.
10. CG-4. Saber trasladar al lenguaje matemático problemas de otros ámbitos y utilizar esta traslación para resolverlos.
12. CG-6. Detectar deficiencias en el propio conocimiento y superarlas mediante la reflexión crítica y la elección de la mejor actuación para ampliar este conocimiento.

Transversales:

11. APRENDIZAJE AUTÓNOMO: Detectar deficiencias en el propio conocimiento y superarlas mediante la reflexión crítica y la elección de la mejor actuación para ampliar este conocimiento.

METODOLOGÍAS DOCENTES

Las clases de teoría serán esencialmente exposiciones del profesor, incluyendo ejemplos detallados. En las clases de problemas habrá unos problemas resueltos por el profesor como modelo, y otros que expondrán los estudiantes.

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE DE LA ASIGNATURA

El objetivo central de la asignatura es ayudar a salvar el puente entre las matemáticas del bachillerato y las de la universidad proporcionando a los estudiantes la fundamentación necesaria para el desarrollo de sus estudios de grado.

Este objetivo se desarrolla en dos líneas entrelazadas. La primera es hacer consciente al estudiante del papel esencial del concepto de demostración en las matemáticas. La segunda, dejar sólidamente establecidos los contenidos básicos relacionados con el lenguaje, los conjuntos numéricos y con elementos de álgebra.

HORAS TOTALES DE DEDICACIÓN DEL ESTUDIANTE

Tipo	Horas	Porcentaje
Horas grupo pequeño	30,0	16.00
Horas grupo grande	45,0	24.00
Horas actividades dirigidas	7,5	4.00
Horas aprendizaje autónomo	105,0	56.00

Dedicación total: 187.5 h

CONTENIDOS

Formalismo matemático: enunciados y demostraciones

Descripción:

Proposiciones lógicas. Tablas de verdad. Tautologías y contradicciones. Equivalencia lógica. Expresiones con cuantificadores. Predicados y variables. Enunciados y demostraciones. Técnicas de demostración: implicación, equivalencias, enunciados con cuantificadores. Inducción. Sumatorios y productorios. Progresiones aritméticas y geométricas.

Dedicación: 28h 45m

Grupo grande/Teoría: 7h

Grupo mediano/Prácticas: 5h

Aprendizaje autónomo: 16h 45m

Conjuntos y aplicaciones

Descripción:

Conjunto y subconjunto. Inclusión e igualdad. Conjunto de las partes. Operaciones: unión, intersección, diferencia, complementario, producto cartesiano. Correspondencia y aplicación. Imágenes y antiimágenes por una aplicación. Aplicación inyectiva, exhaustiva y biyectiva. Composición de aplicaciones. Aplicación identidad. Inversa de una aplicación.

Dedicación: 28h 45m

Grupo grande/Teoría: 7h

Grupo mediano/Prácticas: 5h

Aprendizaje autónomo: 16h 45m

Relaciones, operaciones y estructuras

Descripción:

Relaciones binarias en un conjunto. Relaciones de equivalencia. Clase de equivalencia. Conjunto cociente. Particiones. Descomposición canónica de una aplicación. Relaciones de orden. Elementos notables de los conjuntos parcialmente ordenados. Estructuras algebraicas: grupo, anillo y cuerpo. Cuerpo ordenado. Álgebra de Boole. El grupo simétrico. Permutaciones, ciclos y transposiciones. Descomposición en ciclos y en transposiciones. Orden y signo de una permutación.

Dedicación: 31h 30m

Grupo grande/Teoría: 9h

Grupo mediano/Prácticas: 4h

Aprendizaje autónomo: 18h 30m

Conjuntos de números. Numerabilidad

Descripción:

Conjuntos equipotentes. Conjuntos finitos e infinitos. Cardinal. Conjuntos de números: naturales, enteros, racionales, reales. Conjuntos numerables y enumerables.

Dedicación: 16h 45m

Grupo grande/Teoría: 4h

Grupo mediano/Prácticas: 3h

Aprendizaje autónomo: 9h 45m

El cuerpo de los números complejos

Descripción:

El cuerpo de los números complejos. Parte real y parte imaginaria. La unidad imaginaria. Par ordenado y forma binómica. El conjugado. Módulo y argumento. Expresión trigonométrica y expresión polar. Potencias y raíces. Exponencial de un número complejo. Expresión exponencial de un número complejo. Expresión matricial de un número complejo.

Dedicación: 16h 45m

Grupo grande/Teoría: 4h

Grupo mediano/Prácticas: 3h

Aprendizaje autónomo: 9h 45m

Aritmética

Descripción:

El anillo de los números enteros. Elementos invertibles. Divisores. Relación de divisibilidad. Teorema de la división euclídea. Número primo. Teorema Fundamental de la Aritmética. Máximo común divisor y mínimo común múltiplo. Identidad de Bézout y algoritmo de Euclides. Ecuaciones diofánticas. Congruencias. Relación de congruencia. El anillo de los enteros modulares. Elementos invertibles y divisores de cero. Ecuaciones en congruencias.

Dedicación: 28h 45m

Grupo grande/Teoría: 7h

Grupo mediano/Prácticas: 5h

Aprendizaje autónomo: 16h 45m

Polinomios

Descripción:

Polinomio con una indeterminada. Igualdad de polinomios. Estructura algebraica. División euclídea y factorización. Divisores de un polinomio. Polinomios primos. Teorema de descomposición factorial. Máximo común divisor. Algoritmo de Euclides e identidad de Bézout. Funciones polinomiales. Raíces de un polinomio. Multiplicidad de una raíz. Teorema Fundamental del Álgebra. Polinomios primos con coeficientes complejos, reales o racionales. Polinomios con coeficientes en $\mathbb{Z}_p$. Fracciones racionales. Estructura algebraica. Fracciones simples (complejas y reales). Descomposición de fracciones racionales en fracciones simples.

Dedicación: 28h 45m

Grupo grande/Teoría: 7h

Grupo mediano/Prácticas: 5h

Aprendizaje autónomo: 16h 45m

SISTEMA DE CALIFICACIÓN

La evaluación de la asignatura se realizará mediante la evaluación continua y un examen final. La nota de evaluación continua se obtendrá de un examen parcial no eliminatorio de materia (examen de las mismas características que el examen final), y de la valoración de otras actividades realizadas durante el curso.

La nota de la asignatura se obtiene según la fórmula:

Nota = $\max\{\text{nota examen final}; 70\% \text{ nota examen final} + 25\% \text{ nota examen parcial} + 5\% \text{ valoración de otras actividades}\}$.

Además, habrá un examen extraordinario en julio para los estudiantes suspendidos.

BIBLIOGRAFÍA

Básica:

- Bloch, Ethan D. Proofs and fundamentals [en línea]. 2nd ed. Boston: Springer Science + Business Media, 2011 [Consulta: 26/06/2023]. Disponible a: <https://link-springer-com.recursos.biblioteca.upc.edu/book/10.1007/978-1-4419-7127-2>. ISBN 0817641114.

- Rosen, Kenneth H. Matemática discreta y sus aplicaciones [en línea]. 5a ed. Madrid: McGraw-Hill Interamericana, 2004 [Consulta: 26/06/2023]. Disponible a: https://www-ingebook-com.recursos.biblioteca.upc.edu/ib/NPcd/IB_BooksVis?cod_primaria=1000187&codigo_libro=4143. ISBN 9788448140731.

Complementaria:

- Pla, Josep. Introducció a la metodologia de la matemàtica. 1ª edició. Barcelona: Publicacions de la Universitat de Barcelona, 2006. ISBN 9788447530656.

- Cunningham, D. W. A Logical introduction to proof. 2013. Springer, ISBN 9781489990990.

- Houston, Kevin. How to think like a mathematician. 1a edició. Cambridge University Press, 2009. ISBN 9780521719780.

Guía docente

200005 - GAE - Geometría Afín y Euclidiana

Última modificación: 29/05/2025

Unidad responsable: Facultad de Matemáticas y Estadística
Unidad que imparte: 749 - MAT - Departamento de Matemáticas.
Titulación: GRADO EN MATEMÁTICAS (Plan 2009). (Asignatura obligatoria).
Curso: 2025 **Créditos ECTS:** 7.5 **Idiomas:** Catalán

PROFESORADO

Profesorado responsable: FRANCESC D'ASSIS PLANAS VILANOVA

Otros:

COMPETENCIAS DE LA TITULACIÓN A LAS QUE CONTRIBUYE LA ASIGNATURA

Específicas:

1. CE-2. Resolver problemas de Matemáticas, mediante habilidades de cálculo básico y otros, planificando su resolución en función de las herramientas de que se disponga y de las restricciones de tiempo y recursos.
2. CE-3. Utilizar aplicaciones informáticas de análisis estadístico, cálculo numérico y simbólico, visualización gráfica, optimización u otras para experimentar en Matemáticas y resolver problemas.
3. CE-4. Desarrollar programas que resuelvan problemas matemáticos utilizando para cada caso el entorno computacional adecuado.

Genéricas:

4. CB-1. Demostrar poseer y comprender conocimientos en el área de las Matemáticas contruidos a partir de la base de la educación secundaria general, a un nivel que, apoyándose en libros de texto avanzados, incluya también algunos aspectos que implican conocimientos procedentes de la vanguardia en el estudio de las Matemáticas y en sus aplicaciones en la ciencia y la tecnología.
5. CB-2. Saber aplicar los conocimientos matemáticos a su trabajo de una forma profesional y poseer las capacidades que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas dentro del área de las Matemáticas y en sus aplicaciones en la ciencia y la tecnología.
6. CB-3. Tener la capacidad de reunir e interpretar datos relevantes, dentro del área de las Matemáticas y sus aplicaciones, para emitir juicios que incluyan una reflexión sobre temas relevantes de índole social, científica o ética.
7. CG-1. Comprender y utilizar el lenguaje matemático.
8. CG-2. Conocer demostraciones rigurosas de algunos teoremas clásicos en distintas áreas de la Matemática.
9. CG-3. Asimilar la definición de un nuevo objeto matemático, en términos de otros ya conocidos, y ser capaz de utilizar este objeto en diferentes contextos.
10. CG-4. Saber trasladar al lenguaje matemático problemas de otros ámbitos y utilizar esta traslación para resolverlos.
12. CG-6. Detectar deficiencias en el propio conocimiento y superarlas mediante la reflexión crítica y la elección de la mejor actuación para ampliar este conocimiento.

Transversales:

11. APRENDIZAJE AUTÓNOMO: Detectar deficiencias en el propio conocimiento y superarlas mediante la reflexión crítica y la elección de la mejor actuación para ampliar este conocimiento.

METODOLOGÍAS DOCENTES

(Apartado no disponible)

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE DE LA ASIGNATURA

El objetivo general de la asignatura es que el alumnado aprenda los conceptos básicos de la geometría afín y euclídea y llegue a manipularlos con destreza. Más específicamente, a nivel de contenidos se pretende que el alumnado:

- Conozca la aproximación clásica a la geometría ya la vez comprenda y asimile lo que es su tratamiento moderno fundamentado en los conceptos y métodos del Álgebra lineal.
- Comprenda la noción de espacio afín (real) como modelo matemático del espacio físico y conozca con cierto detalle las interioridades del modelo, en particular las nociones de variedad lineal, de aplicación afín y los ejemplos básicos de afinidades.
- Conozca la noción de referencia en un espacio afín como herramienta para describir los objetos anteriores en términos de coordenadas.
- Entienda la noción de métrica como método de formalizar la noción intuitiva de distancia
- Conozca todos los conceptos básicos asociados a la estructura de espacio afín euclídeo (distancias, perpendicularidad, proyecciones ortogonales,...), así como los conceptos más específicos de las dimensiones 2 y 3 (ángulos, producto vectorial), y sepa manipularlos (en particular, para calcular áreas y volúmenes).
- Conozca cómo son los desplazamientos de la recta, del plano y del espacio.
- Conozca las figuras geométricas que corresponden a las ecuaciones de segundo grado en dimensión 2 y sus principales características, así como algunas nociones referentes al caso de dimensión 3.
- Conozca algunas aplicaciones prácticas de los conceptos anteriores, como aplicaciones a la física y la tecnología.

HORAS TOTALES DE DEDICACIÓN DEL ESTUDIANTE

Tipo	Horas	Porcentaje
Horas actividades dirigidas	7,5	4.00
Horas grupo grande	45,0	24.00
Horas grupo pequeño	30,0	16.00
Horas aprendizaje autónomo	105,0	56.00

Dedicación total: 187.5 h

CONTENIDOS

1. ESPACIO AFÍN

Descripción:

Espacio afín, variedades lineales, posiciones relativas. Sistemas de referencia cartesianos y baricéntricos, coordenadas. Razón simple. Teoremas de Thales, Ceva, Menelao y Desargues.

Dedicación: 25h

Grupo grande/Teoría: 9h

Grupo mediano/Prácticas: 6h

Aprendizaje autónomo: 10h

2. AFINIDADES

Descripción:

Afinidades. Propiedades básicas. El teorema central de la geometría afín. Variedades invariantes. Familias de afinidades: traslaciones, homotecias, proyecciones y simetrías. Clasificación de afinidades en dimensiones 1 y 2.

Dedicación: 29h 20m

Grupo grande/Teoría: 9h

Grupo mediano/Prácticas: 7h

Aprendizaje autónomo: 13h 20m

3. GEOMETRÍA EUCLÍDEA

Descripción:

Espacio euclídeo, métricas. Distancias, áreas, ángulos y volúmenes. Perpendicularidad y proyecciones ortogonales. Ángulos orientados. Producto vectorial. Algunos teoremas clásicos de la geometría plana.

Dedicación: 22h 50m

Grupo grande/Teoría: 6h

Grupo mediano/Prácticas: 3h 30m

Aprendizaje autónomo: 13h 20m

4. MOVIMIENTOS

Descripción:

Isometrias y movimientos. Estudio y clasificación de movimientos en dimensiones 1,2 y 3.

Dedicación: 16h

Grupo grande/Teoría: 10h

Grupo mediano/Prácticas: 5h

Aprendizaje autónomo: 1h

5. CÓNICAS Y CUÁDRICAS

Descripción:

Sistemas de referencia adaptados. Puntos y rectas relevantes. Clasificación afín y métrica. Estudio particular de cónicas no degeneradas.

Dedicación: 27h 20m

Grupo grande/Teoría: 8h

Grupo mediano/Prácticas: 6h

Aprendizaje autónomo: 13h 20m

SISTEMA DE CALIFICACIÓN

Hay un examen parcial (EP) y un examen final (EF).

La nota final es: $NF = \max \{EF; 0.8 EF + 0.2 EP\}$.

NORMAS PARA LA REALIZACIÓN DE LAS PRUEBAS.

En los exámenes escritos parcial y final los alumnos no pueden llevar ningún tipo de material, excepto el que indiquen los profesores con unos días de antelación al examen.



BIBLIOGRAFÍA

Básica:

- Audin, M. Geometry. Berlin: Springer Verlag, 2003. ISBN 3540434984.
- Berger, M. Geometry (vol.1; vol.2). Berlin: Springer Verlag, 1987. ISBN 3540116583.
- Hernández, Eugenio. Álgebra y geometría. 2ª ed. Addison-Wesley Iberoamericana/UAM, 1994. ISBN 8478290249.
- Castellet, M.; Llerena, I. Àlgebra lineal i geometria. 4a ed. Publicacions de la UAB, 2000. ISBN 847488943X.
- Reventós, Agustí. Affine maps, euclidean motions and quadrics [en línea]. London: Springer, 2011 [Consulta: 26/06/2023]. Disponible a: <https://link-springer-com.recursos.biblioteca.upc.edu/book/10.1007/978-0-85729-710-5>. ISBN 9780857297099.

Complementaria:

- Coxeter, H.S.M. Introduction to geometry. 2nd ed. John Wiley and Sons, 1969. ISBN 0471182834.
- Xambó, S. Geometria [en línea]. 2a ed. Barcelona: Edicions UPC, 2001 [Consulta: 21/05/2020]. Disponible a: <http://hdl.handle.net/2099.3/36176>. ISBN 8483015110.
- Hartshorne, R. Geometry : euclid and beyond. Springer-Verlag, 2005. ISBN 0387986502.
- Silvester, J.R. Geometry : ancient and modern. Oxford University Press, 2001. ISBN 9780198508250.

Guía docente

200204 - GA - Geometría Algebraica

Última modificación: 29/05/2025

Unidad responsable: Facultad de Matemáticas y Estadística
Unidad que imparte: 749 - MAT - Departamento de Matemáticas.
Titulación: GRADO EN MATEMÁTICAS (Plan 2009). (Asignatura optativa).
Curso: 2025 **Créditos ECTS:** 6.0 **Idiomas:** Catalán, Castellano

PROFESORADO

Profesorado responsable: MIGUEL ANGEL BARJA YAÑEZ

Otros:

COMPETENCIAS DE LA TITULACIÓN A LAS QUE CONTRIBUYE LA ASIGNATURA

Específicas:

3. CE-2. Resolver problemas de Matemáticas, mediante habilidades de cálculo básico y otros, planificando su resolución en función de las herramientas de que se disponga y de las restricciones de tiempo y recursos.
4. CE-4. Desarrollar programas que resuelvan problemas matemáticos utilizando para cada caso el entorno computacional adecuado.
5. Capacitar para resolver problemas de ámbito académico, técnico, financiero o social mediante métodos matemáticos.

Genéricas:

1. CB-4. Poder transmitir información, ideas, problemas y soluciones del ámbito matemático y científico-tecnológico a un público tanto especializado como no especializado.
2. Haber desarrollado aquellas habilidades de aprendizaje necesarias para emprender estudios multidisciplinares posteriores con un alto grado de autonomía en disciplinas científicas en las que las Matemáticas tienen un papel significativo.
6. CG-1. Comprender y utilizar el lenguaje matemático.
7. CG-2. Conocer demostraciones rigurosas de algunos teoremas clásicos en distintas áreas de la Matemática.
8. CG-3. Asimilar la definición de un nuevo objeto matemático, en términos de otros ya conocidos, y ser capaz de utilizar este objeto en diferentes contextos.
9. CG-4. Saber trasladar al lenguaje matemático problemas de otros ámbitos y utilizar esta traslación para resolverlos.
10. CG-6. Detectar deficiencias en el propio conocimiento y superarlas mediante la reflexión crítica y la elección de la mejor actuación para ampliar este conocimiento.

Transversales:

11. COMUNICACIÓN EFICAZ ORAL Y ESCRITA: Comunicarse de forma oral y escrita con otras personas sobre los resultados del aprendizaje, de la elaboración del pensamiento y de la toma de decisiones; participar en debates sobre temas de la propia especialidad.
12. APRENDIZAJE AUTÓNOMO: Detectar deficiencias en el propio conocimiento y superarlas mediante la reflexión crítica y la elección de la mejor actuación para ampliar este conocimiento.

METODOLOGÍAS DOCENTES

Clases de teoría y de problemas (2 por semana en cada caso), donde se expondrán los contenidos de la materia y se resolverán problemas relacionados, básicamente presentados por los estudiantes, a partir de una lista previa

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE DE LA ASIGNATURA

(Apartado no disponible)

HORAS TOTALES DE DEDICACIÓN DEL ESTUDIANTE

Tipo	Horas	Porcentaje
Horas aprendizaje autónomo	90,0	60.00
Horas grupo grande	30,0	20.00
Horas grupo pequeño	30,0	20.00

Dedicación total: 150 h

CONTENIDOS

Curvas Algebraicas Planas

Descripción:

Conjuntos algebraicos afines y proyectivos. El Nullstellensatz de Hilbert. Curvas algebraicas. Puntos lisos y singulares. Cono tangente. Teoría de intersección de curvas planas. Resultante y multiplicidad de intersección. El Teorema de Bézout. Fórmulas de Plücker. Transformaciones de Cremona. Teorema $Af + Bg$ de Noether. La estructura de grupo de la cúbica lisa.

Dedicación: 37h 30m

Grupo grande/Teoría: 7h 30m

Grupo pequeño/Laboratorio: 7h 30m

Aprendizaje autónomo: 22h 30m

Superficies de Riemann

Descripción:

Superficies de Riemann. Morfismos entre superficies de Riemann. Grado y ramificación. Formas diferenciales. Interpretación topológica del género. Interpretación analítica del género. Desingularización de curvas planas: la superficie de Riemann asociada a una curva plana. Fórmula de Riemann-Hurwitz. Curvas hiperelípticas.

Dedicación: 37h 30m

Grupo grande/Teoría: 7h 30m

Grupo pequeño/Laboratorio: 7h 30m

Aprendizaje autónomo: 22h 30m

El Teorema de Riemann-Roch

Descripción:

Series lineales y divisores. Divisores asociados a una función y a una diferencial. La serie lineal canónica: grado y dimensión. El Teorema de Riemann-Roch. Aplicaciones del teorema de Riemann-Roch: curvas elípticas, otras curvas de géneros bajos. La inmersión canónica, puntos de Weierstrass, jacobiana de una curva.

Dedicación: 37h 30m

Grupo grande/Teoría: 7h 30m

Grupo pequeño/Laboratorio: 7h 30m

Aprendizaje autónomo: 22h 30m

SISTEMA DE CALIFICACIÓN

La evaluación de la asignatura se basará en:

-El trabajo realizado por el alumno en clase de Problemas más al realización de algún trabajo fijado a lo largo del curso (evaluación continuada, 50% de la nota global). El estudiante podrá decidir, durante las primeras semanas de curso, substituir la Evaluación Continuada por la realización de un Examen Final.

-La realización de un Trabajo final de la asignatura, elegido por el estudiante entre diferentes propuestas (50% de la nota global).

BIBLIOGRAFÍA

Básica:

- Fulton, William. Curvas algebraicas : introducción a la geometría algebraica. Barcelona: Reverté, 1971. ISBN 8429150757.
- Griffiths, Phillip A. Introduction to algebraic curves. Providence: American Mathematical Society, cop. 1989. ISBN 0821845306.
- Kirwan, Frances Clare. Complex algebraic curves. Cambridge: Cambridge University Press, 1992. ISBN 0521423538.
- Gibson, Christopher G. Elementary geometry of algebraic curves : an undergraduate introduction. Cambridge: Cambridge University Press, 1998. ISBN 0521646413.
- Casas-Alvero, Eduardo. Algebraic curves, the Brill and Noether way. Springer Verlag, 2019. ISBN 9783030290153.

Complementaria:

- Miranda, Rick. Algebraic curves and Riemann surfaces. Providence: American Mathematical Society, 1995. ISBN 0821802682.
- Ghys, Étienne. A Singular mathematical promenade. Lyon: ENS Éditions, 2017. ISBN 9782847889390.

Guía docente

200122 - GD - Geometría Diferencial

Última modificación: 29/05/2025

Unidad responsable: Facultad de Matemáticas y Estadística
Unidad que imparte: 749 - MAT - Departamento de Matemáticas.
Titulación: GRADO EN MATEMÁTICAS (Plan 2009). (Asignatura obligatoria).
Curso: 2025 **Créditos ECTS:** 7.5 **Idiomas:** Catalán

PROFESORADO

Profesorado responsable: JAUME AMOROS TORRENT

Otros:

COMPETENCIAS DE LA TITULACIÓN A LAS QUE CONTRIBUYE LA ASIGNATURA

Específicas:

1. CE-2. Resolver problemas de Matemáticas, mediante habilidades de cálculo básico y otros, planificando su resolución en función de las herramientas de que se disponga y de las restricciones de tiempo y recursos.
2. CE-3. Utilizar aplicaciones informáticas de análisis estadístico, cálculo numérico y simbólico, visualización gráfica, optimización u otras para experimentar en Matemáticas y resolver problemas.
3. CE-4. Desarrollar programas que resuelvan problemas matemáticos utilizando para cada caso el entorno computacional adecuado.

Genéricas:

5. CB-1. Demostrar poseer y comprender conocimientos en el área de las Matemáticas contruidos a partir de la base de la educación secundaria general, a un nivel que, apoyándose en libros de texto avanzados, incluya también algunos aspectos que implican conocimientos procedentes de la vanguardia en el estudio de las Matemáticas y en sus aplicaciones en la ciencia y la tecnología.
6. CB-2. Saber aplicar los conocimientos matemáticos a su trabajo de una forma profesional y poseer las capacidades que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas dentro del área de las Matemáticas y en sus aplicaciones en la ciencia y la tecnología.
7. CB-3. Tener la capacidad de reunir e interpretar datos relevantes, dentro del área de las Matemáticas y sus aplicaciones, para emitir juicios que incluyan una reflexión sobre temas relevantes de índole social, científica o ética.
8. CG-1. Comprender y utilizar el lenguaje matemático.
9. CG-2. Conocer demostraciones rigurosas de algunos teoremas clásicos en distintas áreas de la Matemática.
10. CG-3. Asimilar la definición de un nuevo objeto matemático, en términos de otros ya conocidos, y ser capaz de utilizar este objeto en diferentes contextos.
11. CG-4. Saber trasladar al lenguaje matemático problemas de otros ámbitos y utilizar esta traslación para resolverlos.
12. CG-6. Detectar deficiencias en el propio conocimiento y superarlas mediante la reflexión crítica y la elección de la mejor actuación para ampliar este conocimiento.

Transversales:

4. APRENDIZAJE AUTÓNOMO: Detectar deficiencias en el propio conocimiento y superarlas mediante la reflexión crítica y la elección de la mejor actuación para ampliar este conocimiento.

METODOLOGÍAS DOCENTES

(Apartado no disponible)

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE DE LA ASIGNATURA

(Apartado no disponible)

HORAS TOTALES DE DEDICACIÓN DEL ESTUDIANTE

Tipo	Horas	Porcentaje
Horas aprendizaje autónomo	112,5	60.00
Horas grupo grande	45,0	24.00
Horas grupo pequeño	30,0	16.00

Dedicación total: 187.5 h

CONTENIDOS

1. Curvas en el plano y el espacio

Descripción:

Curvas parametrizadas. Recta tangente. Ejemplos. Curvas regulares, longitud de arco. Curvatura, vector normal, vector binormal, torsión, triedro y fórmulas de Frenet. Teorema fundamental de la teoría de curvas.

Dedicación: 37h 30m

Grupo grande/Teoría: 9h

Grupo pequeño/Laboratorio: 6h

Aprendizaje autónomo: 22h 30m

2. Superficies

Descripción:

Superficies regulares, parametrizaciones. Funciones diferenciables sobre superficies, puntos críticos. Plano tangente, recta normal. Diferencial de una aplicación, difeomorfismos. Geometría en el plano tangente: primera forma fundamental. Geometría en la superficie: medida de longitudes, ángulos y áreas.

Dedicación: 37h 30m

Grupo grande/Teoría: 9h

Grupo pequeño/Laboratorio: 6h

Aprendizaje autónomo: 22h 30m

3. Curvatura de Gauss

Descripción:

La aplicación de Gauss. La diferencial de la aplicación de Gauss y la segunda forma fundamental. Curvatura normal: Teorema de Meusnier. Curvaturas principales, líneas de curvatura: teoremas de Rodrigues y de Euler. Curvaturas de Gauss y media. Clasificación de los puntos de una superficie. Direcciones y curvas asintóticas. Indicatriz de Dupin.

Dedicación: 37h 30m

Grupo grande/Teoría: 9h

Grupo pequeño/Laboratorio: 6h

Aprendizaje autónomo: 22h 30m

4. Ejemplos de superficies

Descripción:

Fórmulas básicas para el cálculo de la segunda forma fundamental: ecuaciones de Weingarten. Superficies planas. Superficies regladas. Cuádras. Superficies de revolución. Superficies mínimas.

Dedicación: 12h 30m

Grupo grande/Teoría: 3h

Grupo pequeño/Laboratorio: 2h

Aprendizaje autónomo: 7h 30m

5. Ecuaciones fundamentales de las superficies

Descripción:

Isometrias, isometrias locales. Símbolos de Christoffel. Fórmula de Gauss y Teorema Egregio. Ecuaciones de compatibilidad de Codazzi-Mainardi. Teorema de Bonnet.

Dedicación: 25h

Grupo grande/Teoría: 6h

Grupo pequeño/Laboratorio: 4h

Aprendizaje autónomo: 15h

6. Geometría sobre las superficies

Descripción:

Derivada covariante, transporte paralelo. Curvatura geodésica, geodésicas, fórmula de Liouville. Aplicación exponencial, propiedad minimal de las geodésicas. Fórmula del exceso/defecto para la suma de los ángulos de un triángulo. El Teorema de Gauss-Bonnet y aplicaciones.

Dedicación: 22h 30m

Grupo grande/Teoría: 5h

Grupo pequeño/Laboratorio: 4h

Aprendizaje autónomo: 13h 30m

7. Introducción a las variedades diferenciales

Descripción:

Variedades diferenciales, funciones diferenciables. Espacio tangente, diferencial de una función. Valores regulares y subvariedades. Ejemplos.

Dedicación: 15h

Grupo grande/Teoría: 4h

Grupo pequeño/Laboratorio: 2h

Aprendizaje autónomo: 9h

SISTEMA DE CALIFICACIÓN

La calificación de la asignatura se obtendrá a partir de:

EP : Examen Parcial
PP: Práctica de Programación
EF : Examen Final

según la ponderación siguiente:

Nota Final = $\max(0.1 \text{ PP} + 0.9 \text{ EF}, 0.3 \text{ EP} + 0.1 \text{ PP} + 0.6 \text{ EF})$.

Además, habrá un examen extraordinario durant el mes de julio para los estudiantes que hayan suspendido.

NORMAS PARA LA REALIZACIÓN DE LAS PRUEBAS.

Los exámenes (EF y EP) contendrán preguntas teóricas y prácticas.

Únicamente se permitirá llevar un formulario.

BIBLIOGRAFÍA

Básica:

- Pascual Gainza, Pere. Geometria diferencial de corbes i superfícies [en línea]. Barcelona: Iniciativa Digital Politècnica, 2017 [Consulta: 19/06/2023]. Disponible a: <http://hdl.handle.net/2117/104841>. ISBN 9788498806441.
- Shifrin, Theodore. Differential geometry: A First Course in curves and surfaces [en línea]. University of Georgia, 2016 [Consulta: 21/06/2023]. Disponible a: <http://alpha.math.uga.edu/~shifrin/ShifrinDiffGeo.pdf>.

Complementaria:

- Carmo, Manfredo Perdigão do. Differential geometry of curves and surfaces. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1976. ISBN 0132125897.
- Hitchin, Nigel. Geometry of surfaces [en línea]. 2013. University of Oxford, [Consulta: 19/06/2023]. Disponible a: <https://www.e-booksdirectory.com/details.php?ebook=256>.
- Bär, Christian. Elementary differential geometry [en línea]. Cambridge University Press, 2010 [Consulta: 19/06/2023]. Disponible a: <https://ebookcentral-proquest-com.recursos.biblioteca.upc.edu/lib/upcatalunya-ebooks/detail.action?pg-origsite=primo&docID=803056>. ISBN 9780521721493.
- Palais, Richard S. A Modern course on curves and surfaces [en línea]. Apunts, Brandeis University, 2003 [Consulta: 19/06/2023]. Disponible a: https://virtualmathmuseum.org/Surface/a/bk/curves_surfaces_palais.pdf.
- Topogonov, Victor Andreevich. Differential geometry of curves and surfaces: A Concise Guide [en línea]. Birkhäuser, 2006 [Consulta: 19/06/2023]. Disponible a: <https://link-springer-com.recursos.biblioteca.upc.edu/book/10.1007/b137116>. ISBN 0817643842.
- Milnor, John. Morse theory. Princeton, 1969. ISBN 0691080089.

RECURSOS

Otros recursos:

- *Famous Curves Applet Index <http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/Java/> />*3D-XplorMath, de Richard Palais: <http://3d-xplormath.org/> />*Wolfram mathworld curves <http://mathworld.wolfram.com/topics/Curves>
- *National Curve bank <http://curvebank.calstatela.edu/home/home.htm> />*Open Geometry Gallery http://www1.uni-ak.ac.at/geom/opengeometry_gallery
- *Virtual Math museum http://virtualmathmuseum.org/Surface/gallery_o
- *Wolfram mathworld surfaces <http://mathworld.wolfram.com/topics/Surfaces>
- *Otras galerías <http://faculty.evansville.edu/ck6/GalleryTwo/Introduction2>

Guía docente

200241 - HM - Historia de la Matemática

Última modificación: 29/05/2025

Unidad responsable: Facultad de Matemáticas y Estadística
Unidad que imparte: 749 - MAT - Departamento de Matemáticas.

Titulación: GRADO EN MATEMÁTICAS (Plan 2009). (Asignatura optativa).

Curso: 2025 **Créditos ECTS:** 6.0 **Idiomas:** Catalán

PROFESORADO

Profesorado responsable: MONICA BLANCO ABELLAN

Otros:

COMPETENCIAS DE LA TITULACIÓN A LAS QUE CONTRIBUYE LA ASIGNATURA

Específicas:

3. CE-2. Resolver problemas de Matemáticas, mediante habilidades de cálculo básico y otros, planificando su resolución en función de las herramientas de que se disponga y de las restricciones de tiempo y recursos.
4. CE-4. Desarrollar programas que resuelvan problemas matemáticos utilizando para cada caso el entorno computacional adecuado.
5. Capacitar para resolver problemas de ámbito académico, técnico, financiero o social mediante métodos matemáticos.

Genéricas:

1. CB-4. Poder transmitir información, ideas, problemas y soluciones del ámbito matemático y científico-tecnológico a un público tanto especializado como no especializado.
2. Haber desarrollado aquellas habilidades de aprendizaje necesarias para emprender estudios multidisciplinarios posteriores con un alto grado de autonomía en disciplinas científicas en las que las Matemáticas tienen un papel significativo.
6. CG-1. Comprender y utilizar el lenguaje matemático.
7. CG-2. Conocer demostraciones rigurosas de algunos teoremas clásicos en distintas áreas de la Matemática.
8. CG-3. Asimilar la definición de un nuevo objeto matemático, en términos de otros ya conocidos, y ser capaz de utilizar este objeto en diferentes contextos.
9. CG-4. Saber trasladar al lenguaje matemático problemas de otros ámbitos y utilizar esta traslación para resolverlos.
10. CG-6. Detectar deficiencias en el propio conocimiento y superarlas mediante la reflexión crítica y la elección de la mejor actuación para ampliar este conocimiento.

Transversales:

11. COMUNICACIÓN EFICAZ ORAL Y ESCRITA: Comunicarse de forma oral y escrita con otras personas sobre los resultados del aprendizaje, de la elaboración del pensamiento y de la toma de decisiones; participar en debates sobre temas de la propia especialidad.
12. APRENDIZAJE AUTÓNOMO: Detectar deficiencias en el propio conocimiento y superarlas mediante la reflexión crítica y la elección de la mejor actuación para ampliar este conocimiento.

METODOLOGÍAS DOCENTES

Se intenta trabajar siempre que sea posible con fuentes históricas primarias o secundarias especializadas. El curso se sitúa dentro de la línea de investigación histórica que intenta entender los procesos de formación de los conceptos matemáticos en su propio contexto, en términos del conocimiento matemático y de las intenciones con que se trabajaba más que en términos de lo que sucederá después. Las relaciones entre las diferentes contribuciones señalan el camino a recorrer.

Los temas se desarrollan generalmente con una parte de exposición y debate del tema de la sesión y la otra de explicación e introducción del tema siguiente. La exposición, a veces, la hace algún alumno siguiendo un guión previo de cuestiones sobre el tema, en los comentarios posteriores se intenta clarificar las dudas y problemas que hayan podido surgir en las lecturas. Se presentan los grandes períodos de la historia (se consideran seis) y el resto de las sesiones se estructuran en base a presentaciones monográficas, unas, a cargo de los estudiantes, el resto, a cargo del profesor. La mayor parte de las actividades están relacionadas con algún texto matemático de la época tratada. Una parte muy importante de la asignatura es el trabajo de investigación final que deben entregar por escrito y defender oralmente en la sesión final. Este trabajo, a partir de un autor o un texto elegido por los alumnos, les permite practicar determinados procedimientos y aprender conceptos matemáticos desde otra perspectiva.

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE DE LA ASIGNATURA

El objetivo de la asignatura es explorar el pasado de las matemáticas mostrando cómo han surgido y cómo se han desarrollado a lo largo del tiempo los conceptos, teoremas, métodos y axiomáticas que hoy encontramos expuestos en los textos bajo una concepción pragmática, lógica y didáctica que muchas veces no coincide con el orden histórico en que fueron inventados o descubiertos. A través de la asignatura los alumnos deben elaborar una visión de conjunto sobre el desarrollo de las matemáticas. Este objetivo general se desglosa en cuatro objetivos particulares, que se corresponden con diferentes facetas de este desarrollo:

1. Conocer las fuentes en que se basa el conocimiento de las matemáticas del pasado. Esto implica leer e interpretar una selección de textos clásicos de las matemáticas, y aprender a localizar y utilizar la literatura histórica.
2. Reconocer los cambios más significativos en la disciplina Matemáticas, los que han afectado su estructura y clasificación, sus métodos, sus conceptos fundamentales y su relación con otras ciencias.
3. Poner de manifiesto las relaciones socioculturales de las matemáticas (con la política, la religión, la filosofía, o la cultura, entre otros ámbitos).
4. Conseguir que los alumnos reflexionen sobre el desarrollo del pensamiento matemático y las transformaciones de la filosofía natural.

Las capacidades a adquirir se deducen de estos objetivos.

HORAS TOTALES DE DEDICACIÓN DEL ESTUDIANTE

Tipo	Horas	Porcentaje
Horas grupo pequeño	30,0	20.00
Horas grupo grande	30,0	20.00
Horas aprendizaje autónomo	90,0	60.00

Dedicación total: 150 h

CONTENIDOS

Las matemáticas en la Antigüedad.

Descripción:

Las tablillas cuneiformes. Los papiros egipcios. El papiro Rhind. La ciencia griega. Los Pitagóricos. El problema de la inconmensurabilidad. Los Elementos de Euclides (300 aC.). La medida del universo en Aristarco de Samos (ca. 210-230 aC.). La cuadratura del círculo en Arquímedes (287 aC.- 212 aC.). Las Aritméticas de Diofanto de Alejandria (250-350).

Dedicación: 25h

Grupo grande/Teoría: 5h

Grupo pequeño/Laboratorio: 5h

Aprendizaje autónomo: 15h

De la ciencia'árabe al renacimiento.

Descripción:

Los inicios del álgebra. Mohamed Ben Musa al-Khwarizmi (850 dC.). Los inicios de la trigonometría plana y primeros desarrollos trigonométricos. Cálculo y mercadería en la matemática medieval. Geometría y arte. Leon Battista Alberti (1404-1472) y Leonardo da Vinci (1452-1519). Arte Mayor en la Península Ibérica. La resolución de las ecuaciones polinómicas de tercer y cuarto grado en Girolamo Cardano (1501-1576) y Rafael Bombelli (1526-1572).

Dedicación: 25h

Grupo grande/Teoría: 5h

Grupo pequeño/Laboratorio: 5h

Aprendizaje autónomo: 15h

El nacimiento de la Matemàtica Moderna.

Descripción:

François Viète (1540-1603 y el Arte Analítico. El lenguaje simbólico y los primeros cursos matemáticos. Pierre Hérigone (1580-1643). La algebrización de las matemáticas. René Descartes (1596-1650) y la geometría analítica. El triángulo aritmético de Blaise Pascal (1623-1662). El nacimiento de los logaritmos. Serie armónica y el triángulo armónico de Pietro Mengoli (1627-1686).

Dedicación: 25h

Grupo grande/Teoría: 5h

Grupo pequeño/Laboratorio: 5h

Aprendizaje autónomo: 15h

La anticipación del cálculo.

Descripción:

Cuadraturas de Arquímedes (ca. 250 aC.). La teoría de los indivisibles de Cavalieri (1635). Métodos para las tangentes: Fermat (1629) y Descartes (1637).

Dedicación: 25h

Grupo grande/Teoría: 5h

Grupo pequeño/Laboratorio: 5h

Aprendizaje autónomo: 15h

Desarrollo conceptual del cálculo en el siglo XVIII.

Descripción:

El cálculo de Newton y Leibniz. Debates sobre los fundamentos del cálculo. Series de potencias: Newton y el teorema general del binomio (1664-1665). Gregory y la expansión del binomio (1670). El método del incremento de Taylor (1715). La escuela de Kerala: raíces no occidentales del desarrollo en serie. Primeras definiciones de función: Johan Bernoulli (1718) y Leonhard Euler (1748, 1755). Euler y las funciones logarítmicas y circulares (1748).

Dedicación: 25h

Grupo grande/Teoría: 5h

Grupo pequeño/Laboratorio: 5h

Aprendizaje autónomo: 15h

Aritmetización y formulación rigurosa del cálculo.

Descripción:

Definiciones de límite en D'Alembert (1765) y Cauchy (1821). Definiciones de continuidad: Euler (1748), Bolzano (1817), Cauchy (1821). El teorema del valor medio. Las funciones derivadas de Lagrange (1797) y Cauchy (1823). La notación epsilon-delta. Introducción a la integración de funciones reales de Euler (1768). Cauchy (1823) y el teorema fundamental del cálculo.

Dedicación: 25h

Grupo grande/Teoría: 5h

Grupo pequeño/Laboratorio: 5h

Aprendizaje autónomo: 15h

SISTEMA DE CALIFICACIÓN

La nota final se obtiene, con las actividades realizadas en clase y con el trabajo de fin de curso, desglosada tal como se explica a continuación.

Evaluación continuada: 40% a partir de las prácticas escritas u orales de cada semana. Cada semana los alumnos desarrollan una actividad. La actividad consiste en reproducir una demostración de algún texto, un dossier preparado que deben rellenar (a partir de algún texto) o un resumen de algún texto corto con cuestiones preparadas. Pueden responderlas por escrito, u oralmente; pueden completar, revisar o anotar el texto en clase, durante la práctica. Se valora la claridad de las explicaciones y el grado de comprensión matemática de la actividad.

Trabajo de la asignatura: análisis de un texto o demostración significativa de la historia de la matemática. En el trabajo, se expondrán con claridad las ideas principales del texto elegido y su significación para la historia de la matemática. En la evaluación (presentación escrita y oral) se valorará la claridad en la exposición de las ideas del autor escogido, así como la capacidad para conectar el texto reseñado con la historia de la matemática que habremos ido elaborando. En caso de analizar alguna demostración se valorará también el grado de comprensión matemática. Dividido en dos partes: entrega preliminar a mitad de cuatrimestre (20%) y entrega final + presentación oral (40%).

BIBLIOGRAFÍA

Básica:

- Rommevaux, S.; Spiesser, Maryvonne. Pluralité de l'algèbre à la Renaissance. Paris: Honoré Champion, 2012. ISBN 9782745323989.
- Fauvel, John; Gray, Jeremy. The History of mathematics : a reader. London: Macmillan Press, 1987. ISBN 0333427904.
- Katz, Victor; Hunger Parshall, Karen. Taming the unknown: a history of algebra from antiquity to the early twentieth century. Princeton: Princeton University Press, 2014. ISBN 9780691149059.
- Katz, Victor. The Mathematics of Egypt, Mesopotamia, China, India and Islam: a sourcebook. Princeton: Princeton University Press, 2007. ISBN 9780691114859.
- Stedall, Jacqueline. The History of mathematics : a very short introduction. Oxford: Oxford University Press, 2012. ISBN 9780199599684.
- Barrow-Green, June; Gray, Jeremy; Wilson, Robin J. The History of mathematics: a source-based approach (vol. 1, vol. 2). American Mathematical Society, ISBN 9781470443528.

Complementaria:

- Stedall, Jacqueline. Mathematics emerging : a sourcebook 1540 -1900 [en línea]. Oxford: Oxford University Press, 2008 [Consulta: 27/06/2023]. Disponible a : <https://ebookcentral-proquest-com.recurso.biblioteca.upc.edu/lib/upcatalunya-ebooks/detail.action?pq-origsite=primo&docID=415528>. ISBN 9780191527715.
- Serres, Michel; Bensaude-Vincent, Bernadette. Historia de las ciencias. 2a ed. Madrid: Cátedra, cop. 1991. ISBN 8437609887.
- Grattan-Guinness, I. The Norton history of the mathematical sciences : the rainbow of mathematics. New York: W. W. Norton & Company, 1998. ISBN 0393046508.
- Chemla, Karine. The History of mathematical proof in ancient traditions [en línea]. Cambridge: Cambridge University Press, 2012 [Consulta: 27/06/2023]. Disponible a : [https://web-p-ebscohost-com.recurso.biblioteca.upc.edu/ehost/ebookviewer/ebook?sid=da92e3ea-25e3-40da-922c-74b538feb9e0%](https://web-p-ebscohost-com.recurso.biblioteca.upc.edu/ehost/ebookviewer/ebook?sid=da92e3ea-25e3-40da-922c-74b538feb9e0%28)



[40redis&vid=0&format=EB](#). ISBN 9781107012219.

- Stedall, Jacqueline A. From Cardano's great art to Lagrange's reflections : filling a gap in the history of algebra. Zürich: European Mathematical Society, 2011. ISBN 9783037190920.
- Baron, Margaret E. The Origins of infinitesimal calculus. Dover Publications, 2003. ISBN 9780486495446.
- Grattan-Guinness, I. Companion encyclopedia of the history and philosophy of the mathematical sciences. London: Routledge, 1994. ISBN 9780415037853.

Guía docente

200011 - INF - Informática

Última modificación: 13/06/2025

Unidad responsable: Facultad de Matemáticas y Estadística
Unidad que imparte: 723 - CS - Departamento de Ciencias de la Computación.
Titulación: GRADO EN MATEMÁTICAS (Plan 2009). (Asignatura obligatoria).
Curso: 2025 **Créditos ECTS:** 7.5 **Idiomas:** Catalán

PROFESORADO

Profesorado responsable: MARIA JOSE BLES A AGUILERA

Otros:

CAPACIDADES PREVIAS

Capacidad de razonamiento abstracto.

REQUISITOS

Conocimientos de herramientas informáticas básicas a nivel de usuario.

COMPETENCIAS DE LA TITULACIÓN A LAS QUE CONTRIBUYE LA ASIGNATURA

Específicas:

1. CE-2. Resolver problemas de Matemáticas, mediante habilidades de cálculo básico y otros, planificando su resolución en función de las herramientas de que se disponga y de las restricciones de tiempo y recursos.
3. CE-4. Desarrollar programas que resuelvan problemas matemáticos utilizando para cada caso el entorno computacional adecuado.

Genéricas:

4. CB-1. Demostrar poseer y comprender conocimientos en el área de las Matemáticas contruidos a partir de la base de la educación secundaria general, a un nivel que, apoyándose en libros de texto avanzados, incluya también algunos aspectos que implican conocimientos procedentes de la vanguardia en el estudio de las Matemáticas y en sus aplicaciones en la ciencia y la tecnología.
5. CB-2. Saber aplicar los conocimientos matemáticos a su trabajo de una forma profesional y poseer las capacidades que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas dentro del área de las Matemáticas y en sus aplicaciones en la ciencia y la tecnología.
6. CB-3. Tener la capacidad de reunir e interpretar datos relevantes, dentro del área de las Matemáticas y sus aplicaciones, para emitir juicios que incluyan una reflexión sobre temas relevantes de índole social, científica o ética.
7. CG-1. Comprender y utilizar el lenguaje matemático.
9. CG-3. Asimilar la definición de un nuevo objeto matemático, en términos de otros ya conocidos, y ser capaz de utilizar este objeto en diferentes contextos.
10. CG-4. Saber trasladar al lenguaje matemático problemas de otros ámbitos y utilizar esta traslación para resolverlos.
12. CG-6. Detectar deficiencias en el propio conocimiento y superarlas mediante la reflexión crítica y la elección de la mejor actuación para ampliar este conocimiento.

Transversales:

2. APRENDIZAJE AUTÓNOMO: Detectar deficiencias en el propio conocimiento y superarlas mediante la reflexión crítica y la elección de la mejor actuación para ampliar este conocimiento.

METODOLOGÍAS DOCENTES

En las clases teóricas se presenta el corpus teórico básico necesario para la construcción de programas.

En estas clases también se plantean ejercicios prácticos con el fin de consolidar los conocimientos teóricos y diseñar los algoritmos necesarios para la resolución de problemas en los que aplicarlos. Están concebidas como una serie de sesiones participativas en las que el estudiante participa con sus ideas y presenta sus soluciones.

En las sesiones de laboratorio, el estudiante realiza individualmente (con el apoyo del profesorado) ejercicios prácticos de programación que muestran el uso de los conceptos enseñados en teoría. Estos ejercicios se implementan en los lenguajes de programación trabajados en la asignatura, y se ejecutan y almacenan en la plataforma online jutge.org.

A lo largo del curso se introducen componentes teóricas que deben ser asimiladas por los estudiantes. En este caso consideramos que el método más conveniente es la resolución de problemas que requieren la herramienta o el concepto introducido. En este sentido, es fundamental el trabajo personal del estudiante en el diseño e implementación de programas. Este esfuerzo estará apoyado por herramientas de autoaprendizaje.

Como complemento se proporcionarán herramientas de autoaprendizaje de manera que el estudiante pueda consolidar sus conocimientos de programación durante las horas de estudio fuera del aula. En concreto, se pondrá a disposición de los estudiantes una versión adaptada a los contenidos de la asignatura de jutge.org, una herramienta de autoaprendizaje de la programación desarrollada dentro del Departamento de Ciencias de la Computación de la UPC por un equipo de profesores liderado por los profesores Jordi Petit y Salvador Roura.

La asignatura se impartirá preferentemente y mayoritariamente en catalán, aunque podría haber algún grupo en castellano según el profesorado asignado.

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE DE LA ASIGNATURA

El objetivo general de la asignatura es que el estudiante sea capaz de escribir con fluidez programas correctos y legibles que resuelvan problemas de dificultad media de tratamiento de secuencias y de dificultad elemental en otros ámbitos, en particular problemas con formulación matemática.

Además, se pretende familiarizar a los estudiantes con un entorno informático y con un lenguaje de programación actual, en este caso C++. Los estudiantes deben aprender, por un lado, a diseñar e implementar algoritmos y, por otro, a utilizar otras herramientas informáticas como editores y compiladores.

Objetivos específicos:

- Conseguir que los estudiantes se sientan cómodos y sean fiables en el diseño de programas escritos en un lenguaje imperativo.
- Conocer los algoritmos básicos con datos elementales y estructurados (números primos, mcd, recorridos, búsquedas, ordenación, matrices...).
- Aplicar el método inductivo para resolver problemas complejos.
- Utilizar herramientas de edición, compilación y ejecución para codificar y ejecutar programas.

HORAS TOTALES DE DEDICACIÓN DEL ESTUDIANTE

Tipo	Horas	Porcentaje
Horas aprendizaje autónomo	105,0	56.00
Horas grupo pequeño	45,0	24.00
Horas actividades dirigidas	7,5	4.00
Horas grupo grande	30,0	16.00

Dedicación total: 187.5 h

CONTENIDOS

1. La estructura de un ordenador. Procesos y instrucciones

Descripción:

Procesos e instrucciones. Hardware y software. Estructura básica de un ordenador. Entorno informático. Lenguajes de programación. Compiladores e intérpretes. Programación y resolución de problemas. Programas y algoritmos. El ciclo de vida del software.

Órdenes básicas en Linux. Editores de textos.

Dedicación: 15h

Grupo grande/Teoría: 2h 30m

Grupo mediano/Prácticas: 3h

Aprendizaje autónomo: 9h 30m

2. Variables e instrucciones elementales.

Descripción:

Tipos de datos: dominio y operaciones. Tipos de expresiones. Asignación. Composición alternativa. Composición iterativa. Algoritmos básicos.

Terminación y corrección.

Sintaxis de las instrucciones elementales en C++. Escritura, compilación y ejecución de un programa en C++.

Dedicación: 31h 30m

Grupo grande/Teoría: 5h 30m

Grupo mediano/Prácticas: 6h

Aprendizaje autónomo: 20h

3. Tratamiento de secuencias.

Descripción:

Concepto de secuencia. Recorrido y búsqueda. Ejemplos. Esquemas algorítmicos de recorrido y búsqueda.

Dedicación: 41h

Grupo grande/Teoría: 7h

Grupo mediano/Prácticas: 10h

Aprendizaje autónomo: 24h

4. Acciones y funciones.

Descripción:

Concepto de parámetro. Mecanismos de implementación del paso de parámetros. Acciones y funciones. Ejemplos.

Introducción a la recursividad.

Métodos y funciones en C++. Efectos laterales.

Dedicación: 29h 30m

Grupo grande/Teoría: 5h 30m

Grupo mediano/Prácticas: 5h

Aprendizaje autónomo: 19h

5. Datos no elementales.

Descripción:

Tablas. Representación de matrices. Algoritmos para operaciones matriciales (suma, matriz simétrica, matriz transpuesta, multiplicación de matrices). Algoritmos de ordenación de tablas (inserción, selección, burbuja, radix).

Diseño descendente. Eficiencia.

La clase vector. Sintaxis en C++.

Dedicación: 41h

Grupo grande/Teoría: 7h

Grupo mediano/Prácticas: 10h

Aprendizaje autónomo: 24h

6. Estructuras.

Descripción:

Agrupaciones de datos no homogéneos. Primeras nociones de objetos. Ejemplos de utilización.

Dedicación: 28h

Grupo grande/Teoría: 5h

Grupo mediano/Prácticas: 5h

Aprendizaje autónomo: 18h

7. Algoritmos fundamentales.

Descripción:

Estudio de algoritmos de importancia fundamental para la algorismia.

Clasificación de problemas con relación a la existencia de soluciones algorítmicas y la eficiencia de estas.

Dedicación: 11h 30m

Grupo grande/Teoría: 3h 30m

Aprendizaje autónomo: 8h

SISTEMA DE CALIFICACIÓN

La evaluación tiene en cuenta las siguientes componentes:

- Conocimiento y utilización de los algoritmos y técnicas introducidas en el curso
- Resolución algorítmica de problemas.
- Habilidad para la programación en C++ y Python de programas sencillos.
- Capacidad para la resolución de problemas de programación de nivel medio.

Habrà una prueba parcial (PAR) y una prueba final (FIN) de programación que se realiza en el laboratorio.

La nota final se calcula de acuerdo a la fórmula:

$\max\{ (0.4 \text{ PAR} + 0.6 \text{ FIN}), \text{FIN} \}$

Además, habrá un examen extraordinario durante el mes de julio para los estudiantes que hayan suspendido.

NORMAS PARA LA REALIZACIÓN DE LAS PRUEBAS.

La plataforma en línea jutge.org se utilizará también en la realización de los exámenes de laboratorio (parcial y final), proporcionando así el mismo entorno de desarrollo de programas durante las pruebas que durante las clases semanales de laboratorio.

En ninguna de las pruebas se podrán utilizar libros y/o apuntes.

BIBLIOGRAFÍA

Básica:

- Franch Gutiérrez, Xavier [et al.]. Informàtica bàsica [en línea]. 3a ed. Barcelona: Edicions UPC, 2002 [Consulta: 21/05/2020]. Disponible a: <http://hdl.handle.net/2099.3/36244>. ISBN 8483016605.
- Beekman, George. Introducción a la informática. 6ª ed. Madrid: Pearson Educación, 2005. ISBN 8420543454.
- Savitch, Walter J. Problem solving with C++ [en línea]. 8th ed. Boston: Addison Wesley, 2012. Disponible a: https://discovery.upc.edu/discovery/fulldisplay?docid=alma991004158189706711&context=L&vid=34CSUC_UPC:VU1&lang=ca. ISBN 9780321412690.
- Oualline, Steve. Practical C++ programming [en línea]. O'Reilly, 2003 [Consulta: 15/06/2023]. Disponible a: <https://ebookcentral-proquest-com.recursos.biblioteca.upc.edu/lib/upcatalunya-ebooks/detail.action?pq-origsite=primo&docID=540759>. ISBN 9780596523145.
- Lutz, Mark. Learning Python [en línea]. O'Reilly, 2009 [Consulta: 26/06/2023]. Disponible a: <https://ebookcentral-proquest-com.recursos.biblioteca.upc.edu/lib/upcatalunya-ebooks/detail.action?pq-origsite=primo&docID=1224732>. ISBN 9780596158064.

Complementaria:

- Cohen, Edward. Programming in the 1990s : an introduction to the calculation of programs [en línea]. Study ed. New York: Springer-Verlag, 1990. Disponible a: https://discovery.upc.edu/discovery/fulldisplay?docid=alma991000428229706711&context=L&vid=34CSUC_UPC:VU1&lang=ca. ISBN 0387973826.
- Vancells, Joan; López i Ruestes, Enric. Programació: introducció a l'algorítmica. Barcelona: Eumo, 1992. ISBN 8476025610.
- Sipser, Michael. Introduction to the theory of computation [en línea]. 3rd ed. Boston: Thomson Course Technology, 2012 [Consulta: 26/06/2023]. Disponible a: <https://fuuu.be/polytech/INFOF408/Introduction-To-The-Theory-Of-Computation-Michael-Sipser.pdf>. ISBN 0619217642.
- Hromkovic, Juraj. Algorithmic adventures : from knowledge to magic [en línea]. Berlin: Springer, 2009 [Consulta: 26/06/2023]. Disponible a: <https://ebookcentral-proquest-com.recursos.biblioteca.upc.edu/lib/upcatalunya-ebooks/detail.action?pq-origsite=primo&docID=450685>. ISBN 9783540859857.

Guía docente

200251 - DEB - Ingeniería de Datos y Blockchain

Última modificación: 22/06/2025

Unidad responsable: Facultad de Matemáticas y Estadística
Unidad que imparte: 744 - ENTEL - Departamento de Ingeniería Telemática.
Titulación: GRADO EN MATEMÁTICAS (Plan 2009). (Asignatura optativa).
Curso: 2025 **Créditos ECTS:** 3.0 **Idiomas:** Inglés

PROFESORADO

Profesorado responsable: MARTA BELLÉS MUÑOZ

Otros:

CAPACIDADES PREVIAS

Nociones básicas de programación.

COMPETENCIAS DE LA TITULACIÓN A LAS QUE CONTRIBUYE LA ASIGNATURA

Específicas:

GM-CE1. CE-1. Proponer, analizar, validar e interpretar modelos de situaciones reales sencillas, utilizando las herramientas matemáticas más adecuadas a los fines que se persigan.

Genéricas:

GM-CB4. CB-4. Poder transmitir información, ideas, problemas y soluciones del ámbito matemático y científico-tecnológico a un público tanto especializado como no especializado.

Transversales:

06 URI. USO SOLVENTE DE LOS RECURSOS DE INFORMACIÓN: Gestionar la adquisición, la estructuración, el análisis y la visualización de datos e información en el ámbito de la especialidad y valorar de forma crítica los resultados de esta gestión.

METODOLOGÍAS DOCENTES

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE DE LA ASIGNATURA

HORAS TOTALES DE DEDICACIÓN DEL ESTUDIANTE

Tipo	Horas	Porcentaje
Horas grupo grande	15,0	20.00
Horas aprendizaje autónomo	45,0	60.00
Horas grupo pequeño	15,0	20.00

Dedicación total: 75 h

CONTENIDOS

Introducción a la criptografía

Descripción:

Introducción a la criptografía básica

Objetivos específicos:

Introducción a los algoritmos criptográficos

Criptografía simétrica

Criptografía asimétrica

Funciones de hash

Dedicación: 5h

Grupo grande/Teoría: 1h

Grupo mediano/Prácticas: 1h

Aprendizaje autónomo: 3h

Monedas digitales centralizadas

Descripción:

Monedas digitales centralizadas

Objetivos específicos:

El problema del doble gasto.

Firmas ciegas.

Sistemas de pago anónimos con libro mayor centralizado.

Dedicación: 5h

Grupo grande/Teoría: 1h

Grupo mediano/Prácticas: 1h

Aprendizaje autónomo: 3h

Descentralización

Descripción:

Descentralización

Objetivos específicos:

Introducción y motivación de la descentralización.

Replicación de estados versus replicación de máquinas de estados.

Protocolos de consenso.

Sistemas Fail-Stop y Bizantinos.

Redes síncronas y asíncronas.

El algoritmo confiable, replicado, redundante y tolerante a fallas (RAFT).

El algoritmo Practical Byzantine Fault Tolerant (PBFT).

Dedicación: 12h 30m

Grupo grande/Teoría: 2h 30m

Grupo mediano/Prácticas: 2h 30m

Aprendizaje autónomo: 7h 30m

Blockchain y prueba de trabajo (PoW)

Descripción:

Blockchain y prueba de trabajo (PoW)

Objetivos específicos:

Ataques sybil y consenso con Proof of Work (PoW).

La cadena de bloques.

Verificación de transacciones.

Ataques a PoW.

Piscinas mineras.

Minería con circuitos integrados de aplicación específica (ASIC).

Gobernanza y bifurcaciones.

Dedicación: 12h 30m

Grupo grande/Teoría: 2h 30m

Grupo mediano/Prácticas: 2h 30m

Aprendizaje autónomo: 7h 30m

Coin-based Ledgers

Descripción:

Coin-based Ledgers

Objetivos específicos:

Unspent Transaction Outputs (UTXOs).

Introducción a Bitcoin.

Bitcoin's script.

Wallets and Hierarchical Deterministic (HD) wallets.

Dedicación: 12h 30m

Grupo grande/Teoría: 2h 30m

Grupo mediano/Prácticas: 2h 30m

Aprendizaje autónomo: 7h 30m

Balance-based ledgers

Descripción:

Balance-based ledgers

Objetivos específicos:

Principios básicos de los libros de contabilidad basados en saldos.

Ataques y contramedidas a libros contables basados en saldos.

Introducción a Ethereum.

Simulación de una cadena de bloques Ethereum.

Dedicación: 12h 30m

Grupo grande/Teoría: 2h 30m

Grupo mediano/Prácticas: 2h 30m

Aprendizaje autónomo: 7h 30m



Smart contracts

Descripción:

Smart contracts

Objetivos específicos:

Introducción a la programación de contratos inteligentes.

Teoría básica de juegos aplicada a contratos inteligentes.

Estudio de casos de uso: compra remota, tokenización, Ofertas Iniciales de Monedas (ICOs).

Dedicación: 15h

Grupo grande/Teoría: 3h

Grupo mediano/Prácticas: 3h

Aprendizaje autónomo: 9h

SISTEMA DE CALIFICACIÓN

35% prueba parcial y preguntas.

35% Laboratorio.

30% Trabajo final (este es un trabajo que se entregará en forma de pequeño artículo de investigación y que también será presentado por los estudiantes en clase).

BIBLIOGRAFÍA

Básica:

- Antonopoulos, Andreas M. Mastering Bitcoin : programming the open blockchain [en línea]. 2nd edition. Beijing: O'Reilly Media, 2017 [Consulta: 27/06/2023]. Disponible a:

<https://ebookcentral-proquest-com.recursos.biblioteca.upc.edu/lib/upcatalunya-ebooks/detail.action?pq-origsite=primo&docID=4875878>. ISBN 9781491954362.

- Narayanan, Arvind; Bonneau, Joseph; Felten, Edward. Bitcoin and cryptocurrency technologies : a comprehensive introduction. Princeton: Princeton University Press, 2016. ISBN 9780691171692.

- Solorio, Kevin; Kanna, Randall; Hoover, David H. Hands-on smart contract development with solidity and ethereum : from fundamentals to deployment [en línea]. O'Reilly Media, 2020 [Consulta: 27/06/2023]. Disponible a: <https://ebookcentral-proquest-com.recursos.biblioteca.upc.edu/lib/upcatalunya-ebooks/detail.action?pq-origsite=primo&docID=5984595>. ISBN 9781492045236.

- Rosenbaum, Kalle. Grokking bitcoin [en línea]. Manning, 2019 [Consulta: 27/06/2023]. Disponible a: <https://ebookcentral-proquest-com.recursos.biblioteca.upc.edu/lib/upcatalunya-ebooks/detail.action?pq-origsite=primo&docID=6642506>. ISBN 9781638355977.

Guía docente

200161 - MD - Matemática Discreta

Última modificación: 22/06/2025

Unidad responsable: Facultad de Matemáticas y Estadística
Unidad que imparte: 749 - MAT - Departamento de Matemáticas.
Titulación: GRADO EN MATEMÁTICAS (Plan 2009). (Asignatura obligatoria).
Curso: 2025 **Créditos ECTS:** 7.5 **Idiomas:** Catalán

PROFESORADO

Profesorado responsable: Perarnau Llobet, Guillem

Otros:

CAPACIDADES PREVIAS

Para cursar esta asignatura el estudiante debe haber asimilado los contenidos de las asignaturas del primer cuatrimestre del grado de Matemáticas.

COMPETENCIAS DE LA TITULACIÓN A LAS QUE CONTRIBUYE LA ASIGNATURA

Específicas:

1. CE-2. Resolver problemas de Matemáticas, mediante habilidades de cálculo básico y otros, planificando su resolución en función de las herramientas de que se disponga y de las restricciones de tiempo y recursos.
2. CE-3. Utilizar aplicaciones informáticas de análisis estadístico, cálculo numérico y simbólico, visualización gráfica, optimización u otras para experimentar en Matemáticas y resolver problemas.
3. CE-4. Desarrollar programas que resuelvan problemas matemáticos utilizando para cada caso el entorno computacional adecuado.

Genéricas:

4. CB-1. Demostrar poseer y comprender conocimientos en el área de las Matemáticas contruidos a partir de la base de la educación secundaria general, a un nivel que, apoyándose en libros de texto avanzados, incluya también algunos aspectos que implican conocimientos procedentes de la vanguardia en el estudio de las Matemáticas y en sus aplicaciones en la ciencia y la tecnología.
5. CB-2. Saber aplicar los conocimientos matemáticos a su trabajo de una forma profesional y poseer las capacidades que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas dentro del área de las Matemáticas y en sus aplicaciones en la ciencia y la tecnología.
6. CB-3. Tener la capacidad de reunir e interpretar datos relevantes, dentro del área de las Matemáticas y sus aplicaciones, para emitir juicios que incluyan una reflexión sobre temas relevantes de índole social, científica o ética.
7. CG-1. Comprender y utilizar el lenguaje matemático.
8. CG-2. Conocer demostraciones rigurosas de algunos teoremas clásicos en distintas áreas de la Matemática.
9. CG-3. Asimilar la definición de un nuevo objeto matemático, en términos de otros ya conocidos, y ser capaz de utilizar este objeto en diferentes contextos.
10. CG-4. Saber trasladar al lenguaje matemático problemas de otros ámbitos y utilizar esta traslación para resolverlos.
12. CG-6. Detectar deficiencias en el propio conocimiento y superarlas mediante la reflexión crítica y la elección de la mejor actuación para ampliar este conocimiento.

Transversales:

11. APRENDIZAJE AUTÓNOMO: Detectar deficiencias en el propio conocimiento y superarlas mediante la reflexión crítica y la elección de la mejor actuación para ampliar este conocimiento.

METODOLOGÍAS DOCENTES

Las clases de teoría serán básicamente clases magistrales en la pizarra.

Durante las clases de problemas se resolverán, de manera interactiva entre profesor y alumnos, varios problemas propuestos con antelación.

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE DE LA ASIGNATURA

(Apartado no disponible)

HORAS TOTALES DE DEDICACIÓN DEL ESTUDIANTADO

Tipo	Horas	Porcentaje
Horas grupo grande	45,0	24.00
Horas grupo pequeño	30,0	16.00
Horas aprendizaje autónomo	105,0	56.00
Horas actividades dirigidas	7,5	4.00

Dedicación total: 187.5 h

CONTENIDOS**1. Combinatoria enumerativa****Descripción:**

Principios de conteo básicos. Selecciones, palabras y distribuciones. Números binomiales. Números multinomiales. El principio del palomar. Principio de inclusión-exclusión. Particiones de un conjunto. Particiones de un entero. Estimación asintótica.

Dedicación: 72h

Grupo grande/Teoría: 15h

Grupo mediano/Prácticas: 11h

Aprendizaje autónomo: 46h

2. Recurrencia y Funciones generadoras**Descripción:**

Resolución de sucesiones recurrentes por inducción y por expansión. Sucesiones, series formales de potencias y funciones generatrices. Sucesiones recurrentes lineales. Función generatriz de las particiones. Números de Catalan i bijeccions.

Dedicación: 25h

Grupo grande/Teoría: 6h

Grupo mediano/Prácticas: 4h

Aprendizaje autónomo: 15h

3. Probabilidad Discreta

Descripción:

Espacios de probabilidad discreta. Probabilidad condicional y sucesos independientes. Variables aleatorias discretas. Modelos aleatorios discretos. Esperanza y varianza. Desigualdades de Markov y de Chebyshev. Introducción al método probabilístico.

Dedicación: 25h

Grupo grande/Teoría: 6h

Grupo mediano/Prácticas: 4h

Aprendizaje autónomo: 15h

4. Teoría de Grafos

Descripción:

Definiciones y ejemplos. Isomorfismo de grafos. Recorridos y caminos. Grafos conexos. Distancia en grafos y diámetro. Caracterización de árboles. Árboles generadores. Enumeración de árboles. Circuitos Eulerianos. Grafos Eulerianos. Caracterización de grafos eulerianos. Ciclos hamiltonianos. Grafos Hamiltonianos. Algunas condiciones suficientes o necesarias e Hamiltonicidad. Emparejamientos. Emparejamientos en grafos bipartitos. Coloración de grafos. Número cromático. Grafos planos y planares. Fórmula de Euler. El lema de los cruces.

Dedicación: 64h

Grupo grande/Teoría: 16h

Grupo mediano/Prácticas: 10h

Aprendizaje autónomo: 38h

SISTEMA DE CALIFICACIÓN

Entrega de problemas/actividades (PR, 10%), examen cuatrimestral (EP, 30%) y examen final (EF, 60%). La nota del examen final prevalecerá si es superior a la ponderada del curso. Se considerará el máximo de todas las posibilidades.

$MAX (EF, 0.7*EF+0.3*EP, 0.9*EF+0.1*PR, 0.6*EF+0.3*EP+0.1*PR)$

Además, habrá un examen extraordinario durante el mes de julio para los estudiantes que hayan suspendido. En este caso no se considerará la evaluación continua realizada durante el curso.

BIBLIOGRAFÍA

Básica:

- Comellas Padró, Francesc [et al.]. Matemàtica discreta [en línea]. Barcelona: Edicions UPC, 2001 [Consulta: 22/05/2020]. Disponible a: <http://hdl.handle.net/2099.3/36194>. ISBN 8483014564.
- Durrett, Rick. Elementary probability for applications [en línea]. Cambridge: Cambridge University Press, 2009 [Consulta: 21/06/2023]. Disponible a: <https://ebookcentral-proquest-com.recursos.biblioteca.upc.edu/lib/upcatalunya-ebooks/detail.action?pq-origsite=primo&docID=461127>. ISBN 9780521867566.
- Matousek, J.; Nešetřil, J. Invitación a la matemática discreta. Barcelona: Reverté, 2008. ISBN 9788429151800.
- West, Douglas Brent. Introduction to graph theory. 2nd ed. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 2001. ISBN 0130144002.
- Cameron, Peter J. Combinatorics : topics, techniques, algorithms. Cambridge: Cambridge University Press, 1994. ISBN 9780521457613.

Complementaria:

- Biggs, Norman L. Matemática discreta. Barcelona: Vicens-Vives, 1994. ISBN 8431633115.
- Aigner, M.; Ziegler, G. M. El Libro de las demostraciones. Tres Cantos: Nivola, 2005. ISBN 8495599953.
- Brunat, Josep M. Combinatòria i teoria de grafs. 3a ed. Barcelona: Edicions UPC, 1997. ISBN 8483012162.
- Diestel, Reinhard. Graph theory. 3rd ed. Berlin: Springer, 2005. ISBN 3540261826.

- Gimbert, Joan [et al.]. Apropament a la teoria de grafs i als seus algorismes. Lleida: Edicions de la Universitat de Lleida, 1998. ISBN 8489727651.
- Graham, Ronald L.; Knuth, D. E.; Patashnik, O. Concrete mathematics : a foundation for computer science. 2nd ed. Reading, MA: Addison-Wesley, 1994. ISBN 0201558025.
- Lovász, L.; Pelikán, J.; Vesztergombi, K. Discrete mathematics: elementary and beyond [en línea]. New York: Springer, 2003 [Consulta: 21/06/2023]. Disponible a: <https://link-springer-com.recursos.biblioteca.upc.edu/book/10.1007/b97469>. ISBN 0387955844.
- Mitzenmacher, M.; Upfal, E. Probability and computing: randomized algorithms and probabilistic analysis. Cambridge: Cambridge University Press, 2005. ISBN 0521835402.
- Loehr, Nicholas A. Bijective combinatorics. Boca Raton, FL: Chapman & Hall, 2011. ISBN 9781439848845.
- Bondy, J. A; Murty, U. S. R. Graph theory. New York: Springer, cop. 2008. ISBN 9781846289699.

Guía docente

200223 - MF - Matemática Financiera

Última modificación: 29/05/2025

Unidad responsable: Facultad de Matemáticas y Estadística
Unidad que imparte: 749 - MAT - Departamento de Matemáticas.

Titulación: GRADO EN MATEMÁTICAS (Plan 2009). (Asignatura optativa).

Curso: 2025 **Créditos ECTS:** 6.0 **Idiomas:** Catalán

PROFESORADO

Profesorado responsable: JOSEP JOAQUIM MASDEMONT SOLER

Otros:

COMPETENCIAS DE LA TITULACIÓN A LAS QUE CONTRIBUYE LA ASIGNATURA

Específicas:

3. CE-2. Resolver problemas de Matemáticas, mediante habilidades de cálculo básico y otros, planificando su resolución en función de las herramientas de que se disponga y de las restricciones de tiempo y recursos.
4. CE-4. Desarrollar programas que resuelvan problemas matemáticos utilizando para cada caso el entorno computacional adecuado.
5. Capacitar para resolver problemas de ámbito académico, técnico, financiero o social mediante métodos matemáticos.

Genéricas:

1. CB-4. Poder transmitir información, ideas, problemas y soluciones del ámbito matemático y científico-tecnológico a un público tanto especializado como no especializado.
2. Haber desarrollado aquellas habilidades de aprendizaje necesarias para emprender estudios multidisciplinarios posteriores con un alto grado de autonomía en disciplinas científicas en las que las Matemáticas tienen un papel significativo.
6. CG-1. Comprender y utilizar el lenguaje matemático.
7. CG-2. Conocer demostraciones rigurosas de algunos teoremas clásicos en distintas áreas de la Matemática.
8. CG-3. Asimilar la definición de un nuevo objeto matemático, en términos de otros ya conocidos, y ser capaz de utilizar este objeto en diferentes contextos.
9. CG-4. Saber trasladar al lenguaje matemático problemas de otros ámbitos y utilizar esta traslación para resolverlos.
10. CG-6. Detectar deficiencias en el propio conocimiento y superarlas mediante la reflexión crítica y la elección de la mejor actuación para ampliar este conocimiento.

Transversales:

11. COMUNICACIÓN EFICAZ ORAL Y ESCRITA: Comunicarse de forma oral y escrita con otras personas sobre los resultados del aprendizaje, de la elaboración del pensamiento y de la toma de decisiones; participar en debates sobre temas de la propia especialidad.
12. APRENDIZAJE AUTÓNOMO: Detectar deficiencias en el propio conocimiento y superarlas mediante la reflexión crítica y la elección de la mejor actuación para ampliar este conocimiento.

METODOLOGÍAS DOCENTES

(Apartado no disponible)

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE DE LA ASIGNATURA

(Apartado no disponible)

HORAS TOTALES DE DEDICACIÓN DEL ESTUDIANTE

Tipo	Horas	Porcentaje
Horas aprendizaje autónomo	90,0	60.00
Horas grupo grande	30,0	20.00
Horas grupo pequeño	30,0	20.00

Dedicación total: 150 h

CONTENIDOS

Productos Financieros y Arbitraje

Descripción:

Introducción a los futuros y a las opciones financieras. El concepto de arbitraje y su uso. Cobertura con futuros y opciones. Precios forward y de futuros. Futuros sobre tipos de interés. Swaps. Propiedades de los precios de opciones sobre acciones.

Modelos Discretos

Descripción:

El modelo de árbol binomial. La probabilidad riesgo neutral. Formalismo matemático para mercados discretos. Información, mesurabilidad y filtraciones. Estrategias de Cartera y estrategias autofinanciadas. Esperanza condicional. Teorema de Kolmogorov. Martingalas.

Modelos Continuos

Descripción:

Paseo aleatorio y apertura hacia mercados continuos. Movimiento Browniano. Cálculo y integral de Itô. Ecuaciones diferenciales estocásticas. Teoremas de cambio de medida. Estrategias continuas autofinanciadas. El modelo de Black-Scholes y su fórmula.

SISTEMA DE CALIFICACIÓN

Se hará un examen parcial, que no eliminara materia del examen final. La nota de la asignatura se calcula mediante la fórmula: $\max(0.4 \times (\text{examen parcial}) + 0.6 \times (\text{examen final}), \text{examen final})$.

BIBLIOGRAFÍA

Básica:

- Baxter, M.; Rennie, A. Financial calculus : an introduction to derivative pricing. Cambridge [etc.]: Cambridge University Press, 1996. ISBN 0521552893.
- Dotham, N. Prices in financial markets. New York (N.Y.) [etc.]: Oxford University Press, 1990. ISBN 0195053125.
- Hull, John C. Options, futures and other derivatives. 8th ed. Prentice Hall, 2011. ISBN 9780132777421.
- Wilmott, Paul. Paul Wilmott introduces quantitative finance [en línea]. Chichester [etc.]: John Wiley & Sons, 2001 [Consulta: 28/06/2023]. Disponible a : <https://ebookcentral-proquest-com.recursos.biblioteca.upc.edu/lib/upcatalunya-ebooks/detail.action?pq-origsite=primo&docID=309819>.
- Lamberton, D; Lapeyre, B. Introduction to stochastic calculus applied to finance. 2a ed. London [etc.]: Chapman and Hall, 2008. ISBN 9781584886266.

Complementaria:

- Ikeda, N; Watanabe, S. Stochastic differential equations and diffusion processes. 2nd ed. Amsterdam ; New York: North Holland, 1989. ISBN 0444873783.
- Rogers, L.C.G.; Williams, D. Diffusions, Markov processes, and martingales. 2nd ed. Cambridge: Cambridge University Press, cop. 2000. ISBN 0521775949.
- Wilmott, P.; Howison, S.; Dewyne, J. The Mathematics of financial derivatives : a student introduction. Cambridge: Cambridge University Press, 2007. ISBN 0521497892.
- Williams, David. Probability with martingales. Cambridge [etc.]: Cambridge University Press, 2000. ISBN 0521406056.



Guía docente

200255 - MAM - Matemáticas Aplicadas a la Música

Última modificación: 25/06/2025

Unidad responsable: Facultad de Matemáticas y Estadística
Unidad que imparte: 749 - MAT - Departamento de Matemáticas.

Titulación: GRADO EN MATEMÁTICAS (Plan 2009). (Asignatura optativa).

Curso: 2025 **Créditos ECTS:** 3.0 **Idiomas:** Catalán

PROFESORADO

Profesorado responsable: LAURA FARRÉ ROZADA

Otros:

CAPACIDADES PREVIAS

Álgebra lineal, Geometría, Ecuaciones diferenciales ordinarias y en derivadas parciales, Física, Algorismia, Programación matemática, Acústica, Análisis, Interpretación, Composición.

COMPETENCIAS DE LA TITULACIÓN A LAS QUE CONTRIBUYE LA ASIGNATURA

Específicas:

GM-CE1. CE-1. Proponer, analizar, validar e interpretar modelos de situaciones reales sencillas, utilizando las herramientas matemáticas más adecuadas a los fines que se persigan.

GM-CE2. CE-2. Resolver problemas de Matemáticas, mediante habilidades de cálculo básico y otros, planificando su resolución en función de las herramientas de que se disponga y de las restricciones de tiempo y recursos.

GM-CE3. CE-3. Utilizar aplicaciones informáticas de análisis estadístico, cálculo numérico y simbólico, visualización gráfica, optimización u otras para experimentar en Matemáticas y resolver problemas.

GM-CE4. CE-4. Desarrollar programas que resuelvan problemas matemáticos utilizando para cada caso el entorno computacional adecuado.

Genéricas:

GM-CB1. CB-1. Demostrar poseer y comprender conocimientos en el área de las Matemáticas contruidos a partir de la base de la educación secundaria general, a un nivel que, apoyándose en libros de texto avanzados, incluya también algunos aspectos que impliquen conocimientos procedentes de la vanguardia en el estudio de las Matemáticas y en sus aplicaciones en la ciencia y la tecnología.

GM-CB2. CB-2. Saber aplicar los conocimientos matemáticos a su trabajo de una forma profesional y poseer las capacidades que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas dentro del área de las Matemáticas y en sus aplicaciones en la ciencia y la tecnología.

GM-CB3. CB-3. Tener la capacidad de reunir e interpretar datos relevantes, dentro del área de las Matemáticas y sus aplicaciones, para emitir juicios que incluyan una reflexión sobre temas relevantes de índole social, científica o ética.

GM-CB4. CB-4. Poder transmitir información, ideas, problemas y soluciones del ámbito matemático y científico-tecnológico a un público tanto especializado como no especializado.

GM-CG1. CG-1. Comprender y utilizar el lenguaje matemático.

GM-CG2. CG-2. Conocer demostraciones rigurosas de algunos teoremas clásicos en distintas áreas de la Matemática.

GM-CG3. CG-3. Asimilar la definición de un nuevo objeto matemático, en términos de otros ya conocidos, y ser capaz de utilizar este objeto en diferentes contextos.

GM-CG4. CG-4. Saber trasladar al lenguaje matemático problemas de otros ámbitos y utilizar esta traslación para resolverlos.

Transversales:

04 COE. COMUNICACIÓN EFICAZ ORAL Y ESCRITA: Comunicarse de forma oral y escrita con otras personas sobre los resultados del aprendizaje, de la elaboración del pensamiento y de la toma de decisiones; participar en debates sobre temas de la propia especialidad.

01 EIN. EMPRENDEDURÍA E INNOVACIÓN: Conocer y entender la organización de una empresa y las ciencias que definen su actividad; capacidad para entender las normas laborales y las relaciones entre la planificación, las estrategias industriales y comerciales, la calidad y el beneficio.

02 SCS. SOSTENIBILIDAD Y COMPROMISO SOCIAL: Conocer y comprender la complejidad de los fenómenos económicos y sociales típicos de la sociedad del bienestar; capacidad para relacionar el bienestar con la globalización y la sostenibilidad; habilidad para utilizar de forma equilibrada y compatible la técnica, la tecnología, la economía y la sostenibilidad.

05 TEQ. TRABAJO EN EQUIPO: Ser capaz de trabajar como miembro de un equipo interdisciplinar ya sea como un miembro más, o realizando tareas de dirección con la finalidad de contribuir a desarrollar proyectos con pragmatismo y sentido de la responsabilidad, asumiendo compromisos teniendo en cuenta los recursos disponibles.

06 URI. USO SOLVENTE DE LOS RECURSOS DE INFORMACIÓN: Gestionar la adquisición, la estructuración, el análisis y la visualización de datos e información en el ámbito de la especialidad y valorar de forma crítica los resultados de esta gestión.

07 AAT. APRENDIZAJE AUTÓNOMO: Detectar deficiencias en el propio conocimiento y superarlas mediante la reflexión crítica y la elección de la mejor actuación para ampliar este conocimiento.

METODOLOGÍAS DOCENTES

La asignatura combina sesiones de laboratorio con sesiones de seminario. En las dos actividades la participación de los estudiantes ha de ser intensa. En las sesiones de seminario (primera hora) se invita a un conferenciante para hacer una presentación sobre las herramientas de matemática aplicada a la música que utiliza en su tarea profesional. En las sesiones de laboratorio (segunda hora), los estudiantes se dividen en grupos reducidos y estudian un problema diferente cada semana, adaptado a la temática tratada en cada caso. Estos son problemas realistas del mundo de la matemática aplicada al ámbito musical, inspirados por las trayectorias y producción de los profesionales en el ámbito. Sobre estos problemas, se tendrán que hacer presentaciones parciales durante el curso, una presentación final, y un proyecto final, el cual consistirá en un producto artístico que implemente una selección de las herramientas o tecnologías de matemática aplicada presentadas durante el curso. Las sesiones de laboratorio se focalizan en que los alumnos interactúen y experimenten con las herramientas presentadas durante la sesión previa de seminario, y se valore como estas se pueden incorporar al proyecto final.

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE DE LA ASIGNATURA

Asignatura obligatoria para los alumnos de la doble titulación (UPC-ESMUC), optativa para los estudiantes de grado en los dos centros (incluidos los alumnos de los cursos de extensión), y abierta al profesorado de la UPC i ESMUC.

Capacidades a adquirir:

- Los estudiantes han de ser capaces de reconocer las posibilidades de la matemática aplicada en situaciones reales generadas por la tecnología en el ámbito musical
- Han de poder plantear y resolver un caso sencillo de la temática tratada en cada sesión, trabajando en grupo
- Han de desarrollar sus capacidades de trabajo en equipo y de comunicación
- Han de conocer métodos básicos de modelización matemática aplicada a situaciones reales del ámbito musical
- Han de conocer las posibilidades de emprendeduría que se ofrecen en este tema

HORAS TOTALES DE DEDICACIÓN DEL ESTUDIANTE

Tipo	Horas	Porcentaje
Horas aprendizaje autónomo	45,0	60.00
Horas grupo pequeño	15,0	20.00
Horas grupo grande	15,0	20.00

Dedicación total: 75 h

CONTENIDOS

SESIONES SEMANALES

Descripción:

Los contenidos se estructurarán en 15 sesiones:

- 1- Sesión introductoria: presentación de la asignatura y ponencia sobre divulgación (periodismo)
- 2- Investigación I
- 3- Investigación II
- 4- Composición I
- 5- Composición II
- 6- Arte cibernético
- 7- Sonificación (Biología)
- 8- Audio 3D, Convoluciones
- 9- Audio Reactivo (Algorítmica, programación)
- 10- Inteligencia artificial
- 11- Sintetizadores
- 12- Organología
- 13- Acústica
- 14- Música y arquitectura
- 15- Evaluación final

Dedicación: 75h

Grupo grande/Teoría: 15h

Grupo pequeño/Laboratorio: 15h

Aprendizaje autónomo: 45h

SISTEMA DE CALIFICACIÓN

La nota de la asignatura se computará a partir de:

- La asistencia y participación en el seminario y el laboratorio: 20%
- Presentaciones parciales de cada sesión (14): 30%
- Proyecto final realizado: 50%

BIBLIOGRAFÍA

Básica:

- Benson, D. J. Music : a mathematical offering. Cambridge: Cambridge University Press., 2006. ISBN 0521619998.
- Fauvel, J.; Flood, R.; Wilson, R. Music and mathematics: from pythagoras to fractals. Oxford: Oxford University Press, 2006. ISBN 0199298939.
- "Symmetry and transformations in the musical plane". Bridges 2009 : mathematics, music, art, architecture, culture [en línea]. pp. 169- 176 [Consulta: 26/06/2025]. Disponible a: <https://archive.bridgesmathart.org/2009/bridges2009-169.html#gsc.tab=0>.
- Jedrzejewski, F. Mathematical theory of music. Paris: IRCAM-Delatour, 2006. ISBN 275210023X.
- Papadopoulos, A. "Mathematics and group theory in music". Handbook of group actions, Vol. II [en línea]. [Consulta: 26/06/2025]. Disponible a: <https://hal.science/hal-01027418v1/document>.

Complementaria:

- Azaryahu, L.; Adi-Japha, E. "'MusiMath' – a music-based intervention program for learning patterns and symmetry". The Journal of experimental education. pp. 319–343.
- Manoury, P. La musique du Temps Réel. Paris: MF éditions, 2012. ISBN 2915794561.
- Schoenfeld, A. H. and Herrmann, D. J. "Problem perception and knowledge structure in expert and novice mathematical problem solvers". Journal of experimental psychology: learning, memory and cognition. 8, pp. 484–494.

Guía docente

200254 - MED - Matemáticas para la Enseñanza y la Divulgación

Última modificación: 15/06/2025

Unidad responsable: Facultad de Matemáticas y Estadística
Unidad que imparte: 749 - MAT - Departamento de Matemáticas.

Titulación: GRADO EN MATEMÁTICAS (Plan 2009). (Asignatura optativa).

Curso: 2025 **Créditos ECTS:** 6.0 **Idiomas:** Catalán

PROFESORADO

Profesorado responsable: MARIA ALBERICH CARRAMIÑANA

Otros:

CAPACIDADES PREVIAS

Una formación matemática básica, pero sólida.

REQUISITOS

Interés por los aspectos sociales, culturales e históricos de la matemática, especialmente por su enseñanza en los últimos cursos de secundaria y por su divulgación a la ciudadanía.

COMPETENCIAS DE LA TITULACIÓN A LAS QUE CONTRIBUYE LA ASIGNATURA

Específicas:

3. CE-2. Resolver problemas de Matemáticas, mediante habilidades de cálculo básico y otros, planificando su resolución en función de las herramientas de que se disponga y de las restricciones de tiempo y recursos.
4. CE-4. Desarrollar programas que resuelvan problemas matemáticos utilizando para cada caso el entorno computacional adecuado.
5. Capacitar para resolver problemas de ámbito académico, técnico, financiero o social mediante métodos matemáticos.

Genéricas:

1. CB-4. Poder transmitir información, ideas, problemas y soluciones del ámbito matemático y científico-tecnológico a un público tanto especializado como no especializado.
2. Haber desarrollado aquellas habilidades de aprendizaje necesarias para emprender estudios multidisciplinares posteriores con un alto grado de autonomía en disciplinas científicas en las que las Matemáticas tienen un papel significativo.
6. CG-1. Comprender y utilizar el lenguaje matemático.
7. CG-2. Conocer demostraciones rigurosas de algunos teoremas clásicos en distintas áreas de la Matemática.
8. CG-3. Asimilar la definición de un nuevo objeto matemático, en términos de otros ya conocidos, y ser capaz de utilizar este objeto en diferentes contextos.
9. CG-4. Saber trasladar al lenguaje matemático problemas de otros ámbitos y utilizar esta traslación para resolverlos.
10. CG-6. Detectar deficiencias en el propio conocimiento y superarlas mediante la reflexión crítica y la elección de la mejor actuación para ampliar este conocimiento.

Transversales:

11. COMUNICACIÓN EFICAZ ORAL Y ESCRITA: Comunicarse de forma oral y escrita con otras personas sobre los resultados del aprendizaje, de la elaboración del pensamiento y de la toma de decisiones; participar en debates sobre temas de la propia especialidad.
12. APRENDIZAJE AUTÓNOMO: Detectar deficiencias en el propio conocimiento y superarlas mediante la reflexión crítica y la elección de la mejor actuación para ampliar este conocimiento.

METODOLOGÍAS DOCENTES

Las clases se organizan en proyectos de bloques de dos horas. Cada proyecto comienza con su presentación y motivación, que incluye la contextualización histórica y técnica del tema, seguido de talleres prácticos. Se fomenta el trabajo colaborativo en los talleres, que implican la resolución de problemas y el desarrollo de actividades. Se llevan a cabo sesiones de seminario a cargo de estudiantes de la asignatura, quienes presentarán el resultado de su trabajo en cada proyecto, así como de visitantes externos invitados.

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE DE LA ASIGNATURA

- Hacer comprender los diversos aspectos a tener en cuenta a la hora de transmitir un contenido matemático para adecuarlo al público al que va dirigido.
- Hacer entender la relevancia de la contextualización técnica e histórica de cualquier tema que se deba explicar, exponer o estudiar.
- Hacer patente la unidad esencial de las matemáticas a través del estudio de algunos problemas clásicos que forman parte de la cultura matemática general, por lo que también tienen un interés intrínseco. Son temas interesantes que, por su carácter transversal, quedan fuera de los contenidos de asignaturas más especializadas.
- Hacer comprender, mediante ejemplos históricos reales y relevantes, que los problemas matemáticos clásicos raramente se resuelven en un contexto cerrado en sí mismo, sino que la influencia de ámbitos aparentemente lejanos ha sido decisiva. Además, estas soluciones a menudo han tenido implicaciones imprevistas.
- Reflexionar sobre la alfabetización en Inteligencia Artificial (IA) y el uso de la IA y de otros recursos en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

HORAS TOTALES DE DEDICACIÓN DEL ESTUDIANTADO

Tipo	Horas	Porcentaje
Horas grupo pequeño	30,0	20.00
Horas aprendizaje autónomo	90,0	60.00
Horas grupo grande	30,0	20.00

Dedicación total: 150 h

CONTENIDOS

Problemas clásicos de las matemáticas

Descripción:

- Geometría del triángulo.
- Geometría de la circunferencia.
- La fórmula de Euler y los cinco poliedro regulares.
- Caos y fractales.
- Aritmética y criptografía.
- Los conjuntos de los naturales, enteros, racionales, reales y complejos.
- Geometría hiperbólica.
- Geometría esférica y cartografía.
- Estadística. El caso de la distribución normal.
- La trascendencia de π y de e .
- Geometría en cuadrículas y el teorema de Pick.

Dedicación: 120h

Grupo grande/Teoría: 24h

Actividades dirigidas: 24h

Aprendizaje autónomo: 72h



Taller de divulgación

Descripción:

Se desarrollarán proyectos creativos relacionados con el temario de la asignatura con el objetivo de acercar el conocimiento matemático y sus aplicaciones tecnológicas a la ciudadanía en general y al alumnado de secundaria en particular.

Dedicación: 30h

Grupo grande/Teoría: 6h

Grupo mediano/Prácticas: 6h

Aprendizaje autónomo: 18h

SISTEMA DE CALIFICACIÓN

Intervenciones en clase y actividades especiales de evaluación continua (seminarios y trabajos escritos): 25%.

Proyecto personal (cada estudiante escogerá un tema matemático sobre el cual desarrollará dos trabajos escritos, grabará un vídeo divulgativo y hará una presentación oral): 75%

El trabajo del proyecto personal se distribuye en:

Artículo divulgativo (tipo Notícies SCN; 1000 palabras): 25%; en octubre se entrega el primer borrador y en diciembre la versión final.

Vídeo divulgativo (4-6 minutos): 25%; se entrega a mediados de noviembre.

Actividad de enseñanza o de divulgación: 25%; presentación oral i entrega por escrito en diciembre.

NORMAS PARA LA REALIZACIÓN DE LAS PRUEBAS.

Durante las últimas semanas de clase se realizará una presentación oral de la actividad de enseñanza o de divulgación que se está preparando, y se recibirá feedback de las profesoras para mejorar la actividad de cara a la entrega final.

BIBLIOGRAFÍA

Básica:

- Alsina, Claudi; Nelsen, Roger B. Icons of mathematics : an exploration of twenty key images. Washington, DC: Mathematical Association of America, cop. 2011. ISBN 9780883853528.
- Brunat Blay, Josep M. (Ma)temàtiques clàssiques [en línea]. Barcelona: Universitat Politècnica de Catalunya. Facultat de Matemàtiques i Estadística, cop. 2016 [Consulta: 24/05/2024]. Disponible a: <https://upcommons.upc.edu/handle/2117/83181>. ISBN 9788460859314.
- Ore, Oysten; Watkins, John J.; Wilson, Robin. Invitation to number theory [en línea]. 2n ed. MAA Press, 2017 [Consulta: 16/06/2025]. Disponible a: <https://web-s-ebsscohost-com.recursos.biblioteca.upc.edu/ehost/ebookviewer/ebook?sid=7dd74cd4-59a3-451f-bfb4-a3df433c921a%40redis&vid=0&format=EB>. ISBN 9780883856536.
- Silvester, J. R. Geometry ancient and modern. Oxford: University Press, cop. 2001. ISBN 9780198508250.
- Richeson, David S. Euler's gem : the polyhedron formula and the birth of topology. Princeton University Press, 2008. ISBN 9780691126777.
- Garfunkel, Solomon. Las Matemáticas en la vida cotidiana. 3ª ed. Madrid [etc.]: Addison-Wesley : Universidad Autónoma de Madrid, cop. 1999. ISBN 9788478290208.

Complementaria:

- Jennings, George A. Modern geometry with applications. Corrected third printing. New York: Springer, cop. 1997. ISBN 038794222X.
- Aigner, Martin; Ziegler, Günter M.; Figueiras Ocaña, Lourdes. El Libro de las demostraciones. Tres Cantos: Nivola, 2005. ISBN 8495599953.

- Bryant, John; Sangwin, Chris. How round is your circle? : where engineering and mathematics meet. Princeton University Press, 2008. ISBN 9780691131184.
- Frantz, Marc; Crannell, Annalisa. Viewpoints: mathematical perspective and fractal geometry in art. Princeton University Press, 2011. ISBN 9780691125923.
- Fuchs, D.; Tabachnikov, S. Mathematical omnibus : thirty lectures on classic mathematics. Providence: American Mathematical Society, 2007. ISBN 9780821843161.
- Hull, Thomas. Project origami : activities for exploring mathematics. 2nd ed. A. K. Peters, cop. 2013. ISBN 9781568812588.
- Laczkovich, Miklós. Conjecture and proof. Washington: The Mathematical Association of America, cop. 2001. ISBN 0883857227.
- Peitgen, Heinz-Otto; Jürgens, H; Saupe, Dietmar. Fractals for the classroom. New York: Springer-Verlag, cop. 1991-1992. ISBN 038797041X.
- Sally, J. D.; Sally, Paul. Roots to research : a vertical development of mathematical problems. Providence: American Mathematical Society, cop. 2007. ISBN 9780821844038.
- Corbalán, Fernando. Matemáticas de la vida misma. Barcelona: Graó, 2007. ISBN 9788478275038.

Guía docente

200248 - MNED - Métodos Numéricos para Ecuaciones Diferenciales

Última modificación: 29/05/2025

Unidad responsable: Facultad de Matemáticas y Estadística
Unidad que imparte: 751 - DECA - Departamento de Ingeniería Civil y Ambiental.
Titulación: GRADO EN MATEMÁTICAS (Plan 2009). (Asignatura optativa).
Curso: 2025 **Créditos ECTS:** 6.0 **Idiomas:** Inglés

PROFESORADO

Profesorado responsable: ESTHER SALA LARDIES

Otros:

COMPETENCIAS DE LA TITULACIÓN A LAS QUE CONTRIBUYE LA ASIGNATURA

Específicas:

3. CE-1. Proponer, analizar, validar e interpretar modelos de situaciones reales sencillas, utilizando las herramientas matemáticas más adecuadas a los fines que se persigan.
4. CE-2. Resolver problemas de Matemáticas, mediante habilidades de cálculo básico y otros, planificando su resolución en función de las herramientas de que se disponga y de las restricciones de tiempo y recursos.
5. CE-3. Utilizar aplicaciones informáticas de análisis estadístico, cálculo numérico y simbólico, visualización gráfica, optimización u otras para experimentar en Matemáticas y resolver problemas.
6. CE-4. Desarrollar programas que resuelvan problemas matemáticos utilizando para cada caso el entorno computacional adecuado.
7. Capacitar para resolver problemas de ámbito académico, técnico, financiero o social mediante métodos matemáticos.

Genéricas:

1. CB-4. Poder transmitir información, ideas, problemas y soluciones del ámbito matemático y científico-tecnológico a un público tanto especializado como no especializado.
2. Haber desarrollado aquellas habilidades de aprendizaje necesarias para emprender estudios multidisciplinarios posteriores con un alto grado de autonomía en disciplinas científicas en las que las Matemáticas tienen un papel significativo.
8. CG-1. Comprender y utilizar el lenguaje matemático.
9. CG-2. Conocer demostraciones rigurosas de algunos teoremas clásicos en distintas áreas de la Matemática.
10. CG-3. Asimilar la definición de un nuevo objeto matemático, en términos de otros ya conocidos, y ser capaz de utilizar este objeto en diferentes contextos.
11. CG-4. Saber trasladar al lenguaje matemático problemas de otros ámbitos y utilizar esta traslación para resolverlos.
12. CG-6. Detectar deficiencias en el propio conocimiento y superarlas mediante la reflexión crítica y la elección de la mejor actuación para ampliar este conocimiento.

Transversales:

13. EMPREDEDURÍA E INNOVACIÓN: Conocer y entender la organización de una empresa y las ciencias que definen su actividad; capacidad para entender las normas laborales y las relaciones entre la planificación, las estrategias industriales y comerciales, la calidad y el beneficio.

14. SOSTENIBILIDAD Y COMPROMISO SOCIAL: Conocer y comprender la complejidad de los fenómenos económicos y sociales típicos de la sociedad del bienestar; capacidad para relacionar el bienestar con la globalización y la sostenibilidad; habilidad para utilizar de forma equilibrada y compatible la técnica, la tecnología, la economía y la sostenibilidad.

15. COMUNICACIÓN EFICAZ ORAL Y ESCRITA: Comunicarse de forma oral y escrita con otras personas sobre los resultados del aprendizaje, de la elaboración del pensamiento y de la toma de decisiones; participar en debates sobre temas de la propia especialidad.

16. TRABAJO EN EQUIPO: Ser capaz de trabajar como miembro de un equipo interdisciplinar ya sea como un miembro más, o realizando tareas de dirección con la finalidad de contribuir a desarrollar proyectos con pragmatismo y sentido de la responsabilidad, asumiendo compromisos teniendo en cuenta los recursos disponibles.

17. APRENDIZAJE AUTÓNOMO: Detectar deficiencias en el propio conocimiento y superarlas mediante la reflexión crítica y la elección de la mejor actuación para ampliar este conocimiento.

METODOLOGÍAS DOCENTES

Las clases se repartirán entre sesiones en aula convencional y en aula de ordenadores. En las primeras se presentarán conceptos más teóricos, mientras que las sesiones en aula de ordenadores se aprovecharán para implementar métodos numéricos, estudiar su comportamiento y resolver ejemplos de aplicación. También se dedicarán algunas sesiones a trabajar en los ejercicios prácticos propuestos.

La información sobre la organización de la asignatura y el material docente se publicará en la intranet

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE DE LA ASIGNATURA

El objetivo de esta asignatura es proporcionar una base sólida (teórica y práctica) en métodos numéricos para la resolución de ecuaciones diferenciales ordinarias (EDO) y en derivadas parciales (EDP), que permita al estudiante seguir asignaturas de modelización y de aplicación de las ecuaciones diferenciales en ciencias e ingeniería.

Capacidades a adquirir:

- Familiarización con los métodos Runge-Kutta y lineales multipaso para resolver EDOs y con Diferencias Finitas y Elementos Finitos para EDPs.
- Visión general de los aspectos computacionales más relevantes que aparecen en la resolución numérica de ecuaciones diferenciales
- Conocimiento de las propiedades y limitaciones de los métodos.
- Capacidad para interpretar resultados y controlar la calidad de una solución.
- Experiencia en el uso de códigos prototipo y comerciales.

HORAS TOTALES DE DEDICACIÓN DEL ESTUDIANTE

Tipo	Horas	Porcentaje
Horas grupo grande	30,0	20.00
Horas grupo pequeño	30,0	20.00
Horas aprendizaje autónomo	90,0	60.00

Dedicación total: 150 h

CONTENIDOS

1. Ecuaciones diferenciales ordinarias (EDOs). Nociones básicas. Error de truncamiento y orden de un método. Convergencia

Descripción:

Problemas de valor inicial y de valor en la frontera. Los métodos de Euler, Euler mejorado y Euler implícito. Error de truncamiento local y global. Orden de un método. Estimación numérica del orden. Convergencia.

Dedicación: 15h

Grupo grande/Teoría: 3h

Grupo pequeño/Laboratorio: 3h

Actividades dirigidas: 2h

Aprendizaje autónomo: 7h

2. Métodos de Runge-Kutta y lineales multipaso. Implementación.

Descripción:

Métodos de Runge-Kutta explícitos e implícitos. Región de estabilidad absoluta de un método. Ejemplos. Exploración numérica de problemas stiff: ecuación de van der Pol.

Generalidades sobre métodos lineales multipaso. Métodos de Adams-Bashforth y Adams-Moulton. Métodos BDF.

Métodos predictor-corrector. Condiciones de consistencia, estabilidad y convergencia. Estimación del error local y ajuste del paso.

Implementaciones comerciales y freeware.

Dedicación: 24h

Grupo grande/Teoría: 6h

Grupo pequeño/Laboratorio: 6h

Actividades dirigidas: 3h

Aprendizaje autónomo: 9h

3. Ecuaciones en derivadas parciales (EDP). Conceptos generales sobre su resolución

Descripción:

Problemas en ingeniería y ciencias aplicadas que precisan resolución numérica de EDP. EDP lineales de segundo orden: clasificación, interpretación física. Aspectos fundamentales de la resolución numérica. Condiciones de contorno.

Dedicación: 26h

Grupo grande/Teoría: 5h

Grupo pequeño/Laboratorio: 5h

Actividades dirigidas: 4h

Aprendizaje autónomo: 12h

4. Solución numérica d'EDP con el Método de las Diferencias Finitas (MDF)

Descripción:

Operadores en diferencias. Discretización de la ecuación parabólica unidimensional con el Método de Diferencias Finitas (MDF).

Sistemas de ecuaciones en diferencias. Análisis de convergencia, estabilidad y consistencia. Problemas multidimensionales y aplicaciones. Discretización con el MDF. Limitaciones

en comparación con el Método de los Elementos Finitos (MEF):

Dedicación: 26h

Grupo grande/Teoría: 5h

Grupo pequeño/Laboratorio: 5h

Actividades dirigidas: 4h

Aprendizaje autónomo: 12h

5. Solución numérica de ecuaciones parabólicas y elípticas con el MEF

Descripción:

Forma fuerte, método de los residuos ponderados y forma débil para ecuaciones elípticas. Tratamiento de las condiciones de contorno. Interpolación en elementos finitos: malla y splines. Integración numérica. Elemento de referencia y transformación isoparamétrica. Tipos de elementos más utilizados. Implementación eficiente de un código de elementos finitos. Propiedades de convergencia. Integración temporal de problemas transitorios.

Dedicación: 26h

Grupo grande/Teoría: 5h

Grupo pequeño/Laboratorio: 5h

Actividades dirigidas: 4h

Aprendizaje autónomo: 12h

6. Control de la calidad de la solución

Descripción:

Necesidad de garantizar la calidad de la solución. Conceptes de verificación y validación. Conceptos básicos de estimación del error, estimación orientada a magnitudes de interés. Remallado y adaptividad.

Dedicación: 15h

Grupo grande/Teoría: 3h

Grupo pequeño/Laboratorio: 3h

Actividades dirigidas: 2h

Aprendizaje autónomo: 7h

SISTEMA DE CALIFICACIÓN

La calificación final obtenida por el estudiante se obtiene como:

- un 50% de trabajo de curso (ejercicios, pequeños proyectos... propuestos en clase, donde se dedicará tiempo a la resolución)
- un 50% de exámenes

Todas las calificaciones se hacen sobre 10 y la nota mínima para aprobar es un 5.

NORMAS PARA LA REALIZACIÓN DE LAS PRUEBAS.

Es obligatoria la asistencia a un mínimo de clases y la realización de los trabajos de curso.

BIBLIOGRAFÍA

Básica:

- Butcher, J. C. Numerical methods for ordinary differential equations. Wiley, 2016.
- Dekker, K.; Verwer, J.G. Stability of Runge-Kutta methods for stiff nonlinear differential equations. Elsevier, 1984. ISBN 0444876340.
- Shampine, L. F.; Gladwell, I.; Thompson, S. Solving ODEs with MATLAB. Cambridge University Press, 2003. ISBN 0521530946.
- Hoffman, Joe D. Numerical methods for engineers and scientists. 2nd. New York: Marcel Dekker, 2001. ISBN 0824704436.
- Quarteroni, Alfio. Numerical models for differential problems [en línea]. Springer Verlag-Milano, 2009 [Consulta: 21/06/2023]. Disponible a: <https://link-springer-com.recursos.biblioteca.upc.edu/book/10.1007/978-88-470-1071-0>. ISBN 9788847010710.
- Zienkiewicz, O. C. [et al.]. The Finite element method [en línea]. 6th. Oxford: Butterworth Heinemann, [Consulta: 21/06/2023]. Disponible a: https://www-ingebook-com.recursos.biblioteca.upc.edu/ib/NPcd/IB_BooksVis?cod_primaria=1000187&codigo_libro=7854. ISBN 9780750664318.

Complementaria:

- Donea, J.; Huerta, A. Finite element methods for flow problems [en línea]. Chichester: John Wiley Sons, 2003 [Consulta:



21/06/2023]. Disponible a: <https://onlinelibrary-wiley-com.recursos.biblioteca.upc.edu/doi/book/10.1002/0470013826>. ISBN 0471496669.

- Elman, H.; Silvester, D.; Wathen, A. Finite elements and fast iterative solvers: with applications in incompressible fluid dynamics. Oxford University Press, 2005. ISBN 019852868 X.
- Ortega, James M. Numerical analysis: a second course. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics, 1990. ISBN 0898712505.
- Ames, William F. Numerical methods for partial differential equations. Boston Academic Press, 1992. ISBN 012056761X.
- Ainsworth, M.; Oden, J. T. A Posteriori error estimation in finite element analysis. New York: John Wiley & Sons, 2000. ISBN 047129411X.
- Evans, G.; Blackledge, J.; Yardley, P. Numerical methods for partial differential equations. London: Springer Verlag, 1999. ISBN 354076125X.
- Johnson, Claes. Numerical solution of partial differential equations by the finite element method. Mineola, NY: Dover Publications, 2009. ISBN 9780486469003.
- Hughes, Thomas J. R. The Finite element method: linear static and dynamic finite element analysis. Mineola, New York: Dover Publications, 1987. ISBN 0486411818.

Guía docente

200171 - MMF - Modelos Matemáticos de la Física

Última modificación: 29/05/2025

Unidad responsable: Facultad de Matemáticas y Estadística
Unidad que imparte: 748 - FIS - Departamento de Física.
749 - MAT - Departamento de Matemáticas.

Titulación: GRADO EN MATEMÁTICAS (Plan 2009). (Asignatura obligatoria).

Curso: 2025 **Créditos ECTS:** 7.5 **Idiomas:** Catalán, Castellano

PROFESORADO

Profesorado responsable: PEDRO TALAVERA SANCHEZ

Otros:

CAPACIDADES PREVIAS

La asignatura "Modelos Matemáticos de la Física" es la segunda de contenidos generales de física y la primera del bloque de materia "Modelización" del Grado de Matemáticas de la FME.. Esta asignatura debe partir de los conocimientos de la asignatura de Física del Q4 y ampliarlos con las formulaciones teóricas propias de la física matemática clásica, utilizando las herramientas matemáticas, básicamente de cálculo multivariable, que el estudiante ya conoce en este punto. La asignatura debe servir también de base para poder discutir sistemas reales tanto a en "Modelos matemáticos de la tecnología" como en diversas asignaturas de las materias optativas "Sistemas dinámicos y análisis" y "Métodos numéricos e ingeniería".

COMPETENCIAS DE LA TITULACIÓN A LAS QUE CONTRIBUYE LA ASIGNATURA

Específicas:

1. CE-1. Proponer, analizar, validar e interpretar modelos de situaciones reales sencillas, utilizando las herramientas matemáticas más adecuadas a los fines que se persigan.
2. CE-2. Resolver problemas de Matemáticas, mediante habilidades de cálculo básico y otros, planificando su resolución en función de las herramientas de que se disponga y de las restricciones de tiempo y recursos.

Genéricas:

5. CB-1. Demostrar poseer y comprender conocimientos en el área de las Matemáticas contruidos a partir de la base de la educación secundaria general, a un nivel que, apoyándose en libros de texto avanzados, incluya también algunos aspectos que impliquen conocimientos procedentes de la vanguardia en el estudio de las Matemáticas y en sus aplicaciones en la ciencia y la tecnología.
6. CB-2. Saber aplicar los conocimientos matemáticos a su trabajo de una forma profesional y poseer las capacidades que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas dentro del área de las Matemáticas y en sus aplicaciones en la ciencia y la tecnología.
7. CB-3. Tener la capacidad de reunir e interpretar datos relevantes, dentro del área de las Matemáticas y sus aplicaciones, para emitir juicios que incluyan una reflexión sobre temas relevantes de índole social, científica o ética.
8. CB-4. Poder transmitir información, ideas, problemas y soluciones del ámbito matemático y científico-tecnológico a un público tanto especializado como no especializado.
9. CG-1. Comprender y utilizar el lenguaje matemático.
10. CG-2. Conocer demostraciones rigurosas de algunos teoremas clásicos en distintas áreas de la Matemática.
11. CG-3. Asimilar la definición de un nuevo objeto matemático, en términos de otros ya conocidos, y ser capaz de utilizar este objeto en diferentes contextos.
12. CG-4. Saber trasladar al lenguaje matemático problemas de otros ámbitos y utilizar esta traslación para resolverlos.
13. CG-6. Detectar deficiencias en el propio conocimiento y superarlas mediante la reflexión crítica y la elección de la mejor actuación para ampliar este conocimiento.

Transversales:

14. COMUNICACIÓN EFICAZ ORAL Y ESCRITA: Comunicarse de forma oral y escrita con otras personas sobre los resultados del aprendizaje, de la elaboración del pensamiento y de la toma de decisiones; participar en debates sobre temas de la propia especialidad.
15. SOSTENIBILIDAD Y COMPROMISO SOCIAL: Conocer y comprender la complejidad de los fenómenos económicos y sociales típicos de la sociedad del bienestar; capacidad para relacionar el bienestar con la globalización y la sostenibilidad; habilidad para utilizar de forma equilibrada y compatible la técnica, la tecnología, la economía y la sostenibilidad.
17. USO SOLVENTE DE LOS RECURSOS DE INFORMACIÓN: Gestionar la adquisición, la estructuración, el análisis y la visualización de datos e información en el ámbito de la especialidad y valorar de forma crítica los resultados de esta gestión.
18. APRENDIZAJE AUTÓNOMO: Detectar deficiencias en el propio conocimiento y superarlas mediante la reflexión crítica y la elección de la mejor actuación para ampliar este conocimiento.

METODOLOGÍAS DOCENTES

El curso ha sido diseñado para ocupar un total de 65 horas lectivas (13 semanas), distribuidas en 39 horas en sesiones de teoría y 26 horas de sesiones prácticas (problemas). Tanto en las clases teóricas como, sobre todo, en las prácticas, se tratará de hacer partícipe al alumnado del desarrollo de las mismas, invitando a los estudiantes a resolver los problemas propuestos y, incluso, a desarrollar algún apartado teórico.

En las clases de problemas, aparte de los ejercicios propuestos para ser discutidos en clase, se propondrán otros a los alumnos para que los desarrollan por su cuenta. Una parte de estos problemas serán obligatorios, y el resto se podrán entregar voluntariamente. Estos ejercicios serán discutidos en las horas de tutoría o, excepcionalmente, en clase.

Otro de los hábitos que se pretende inculcar a los estudiantes en esta asignatura es acostumbrarse al uso de bibliografía en inglés. Las clases se impartirán indistintamente en catalán y en castellano.

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE DE LA ASIGNATURA

El objetivo central es la familiarización con las ideas básicas de tres campos de la física clásica y con las de la mecánica cuántica, y de sus formulaciones matemáticas. El estudiante adquirirá las herramientas conceptuales para introducirse de manera autónoma en estos campos y para interactuar con físicos e ingenieros.

Los objetivos más detallados son:

- Entender las formulaciones lagrangiana y hamiltoniana de la mecánica.
- Utilizar el cálculo de variaciones para familiarizarse con los principios variacionales de la mecánica, y su conexión con las simetrías y las leyes de conservación via el teorema de Noether.
- Aplicar las formulaciones lagrangiana y hamiltoniana a problemas mecánicos complejos.
- Establecer los fundamentos de la formulación minkowskiana de la relatividad especial y describir las transformaciones de Lorentz y de Poincaré.
- Entender la invariancia Lorentz de las ecuaciones de Maxwell.
- Aplicar las ecuaciones de la relatividad especial a problemas cinemáticos simples.
- Entender la formulación básica de la dinámica relativista y su aplicación a problemas simples de colisiones.
- Entender la formulación de las diversas leyes de conservación de la mecánica de fluidos, en forma diferencial e integral.
- Describir las ecuaciones de Euler y de Navier-Stokes, y su dominio de aplicación.
- Entender el desarrollo histórico de la mecánica cuántica.
- Describir los postulados básicos de la mecánica cuántica, y las diferencias fundamentales con la mecánica clásica.
- Aplicar la mecánica cuántica a problemas simples, tanto con un número finito como infinito de grados de libertad, especialmente en una dimensión de espacio.

HORAS TOTALES DE DEDICACIÓN DEL ESTUDIANTE

Tipo	Horas	Porcentaje
Horas grupo grande	45,0	24.00
Horas aprendizaje autónomo	112,5	60.00
Horas grupo pequeño	30,0	16.00

Dedicación total: 187.5 h

CONTENIDOS

Mecánica clásica

Descripción:

- 1) Fundamentos de la mecánica. Sistemas dinámicos. Principios fundamentales. Principio de invariancia de Galileo. Sistemas dinámicos: espacio de configuraciones y de estados. Ligaduras. Coordenadas y velocidades generalizadas.
- 2) Cálculo de variaciones. Tres problemas básicos del cálculo de variaciones. Principio variacional de Hamilton. Ecuaciones de Euler-Lagrange. Algunas aplicaciones.
- 3) Formalismo lagrangiano. Sistemas lagrangianos. Lagrangianas mecánicas y sistemas conservadores. Constantes del movimiento, simetrías y teorema de Noether.
- 4) Formalismo hamiltoniano. Transformación de Legendre. Momentos generalizados. Función Hamiltoniana y ecuaciones de Hamilton. Principio variacional de Hamilton-Jacobi. Sistemas hamiltonianos. Paréntesis de Poisson. Constantes del movimiento y leyes de conservación.

Dedicación: 16h

Grupo grande/Teoría: 10h

Grupo mediano/Prácticas: 6h

Relatividad especial

Descripción:

1) Fundamentos de la relatividad especial. mecánica clásica pre-relativista y ecuaciones de Maxwell. Postulados de la relatividad especial. Espacio-tiempo y métrica de Minkowski.

2) Cinemática y dinámica relativistas y electromagnetismo. transformaciones de Lorentz y Poincaré. Cinemática relativista: dilatación del tiempo, contracción de longitudes y adición de velocidades. Dinámica relativista: cuadrimomento. Forma covariante de las ecuaciones de Maxwell: cuadripotenciales y tensor electromagnético.

Ideas sobre relatividad general.

Dedicación: 15h

Grupo grande/Teoría: 9h

Grupo mediano/Prácticas: 6h

Las ecuaciones de la mecánica de fluidos

Descripción:

1) La descripción matemática de la mecánica de fluidos. Coordenadas Lagrangianas y Eulerianas. Derivada material. Teorema del transporte. Ecuación de continuidad. Fluidos incompresibles. Deformación local del fluido.

2) Las ecuaciones de la mecánica de fluidos. Balance de la cantidad de movimiento. Fluidos Newtonianos. Ecuaciones de Navier-Stokes. Balance de la energía mecánica. Primer principio de la termodinámica. Teorema de Bernoulli. Balance de entropía.

3) Número de Reynolds. Flujo irrotacional.

Dedicación: 10h

Grupo grande/Teoría: 6h

Grupo mediano/Prácticas: 4h

Mecánica cuántica

Descripción:

1) Introducción histórica y conceptual. Breve viaje por la física teórica. Los fundamentos experimentales de la física cuántica.

2) Mecánica cuántica I: la función de onda. Reglas de la mecánica cuántica en una dimensión de espacio. La ecuación de Schrödinger independiente del tiempo. Principio de incertidumbre de Heisenberg. Experimento de Stern-Gerlach. Espín. El oscilador armónico.

3) Mecánica cuántica II: postulados formales. Notación de Dirac. Relación de completitud. Estados puros. Observables. Resultados de medidas. Reducción del estado. Evolución temporal. Transformaciones unitarias.

Dedicación: 24h

Grupo grande/Teoría: 15h

Grupo mediano/Prácticas: 9h

SISTEMA DE CALIFICACIÓN

Al finalizar las dos primeras partes de la asignatura se realizará un primer examen parcial que, en principio, sería eliminatorio y tendría un peso del 45% en la nota final de la asignatura.

Al finalizar el curso, el alumno podrá elegir entre realizar un segundo examen parcial sobre las dos partes restantes, con un peso del 45% sobre la nota final, o realizar un examen final sobre la totalidad del temario, cuyo valor sería, en este caso, el 90% de la nota final.

El 10% restante se obtendrá de la calificación de los problemas que los alumnos hayan entregado durante el curso. Además, habrá un examen extraordinario durante el mes de julio para los estudiantes que hayan suspendido.

BIBLIOGRAFÍA

Básica:

- Kundu, Pijush K; Cohen, Ira M; Dowling, David R. Fluid mechanics [en línea]. 5th ed. Amsterdam: Elsevier, cop. 2012 [Consulta: 01/06/2022]. Disponible a: <https://www.sciencedirect-com.recursos.biblioteca.upc.edu/book/9780123821003/fluid-mechanics>. ISBN 0123821010.
- José, Jorge V; Saletan, Eugene J. Classical dynamics : a contemporary approach. Cambridge: Cambridge University Press, 1998. ISBN 0521636361.
- Carroll, Sean M. Spacetime and geometry : an introduction to general relativity. San Francisco: Addison Wesley, cop. 2004. ISBN 0805387323.
- Galindo, Alberto; Pascual, Pedro. Quantum mechanics I. Springer-Verlag, 1990. ISBN 9783642838569.

Complementaria:

- Jackson, John David. Classical electrodynamics. 3rd ed. New York: John Wiley & Sons, cop. 1999. ISBN 047143132X.
- Garrido Beltrán, Lluís; Pons Ràfols, Josep Maria. Mecànica quàntica. 2a ed. Barcelona: Universitat de Barcelona, 2007. ISBN 9788447532353.
- Feynman, Richard P; Leighton, Robert B; Sands, Matthew L. The Feynman lectures on physics [en línea]. New millennium ed. New York: Basic Books, cop. 2010 [Consulta: 26/06/2023]. Disponible a: https://www.feynmanlectures.caltech.edu/I_toc.html. ISBN 9780465024940.
- Woodhouse, N. M. J. Special relativity. Berlin: Springer-Verlag, cop. 2003. ISBN 9781852334260.
- Goldstein, Herbert; Safko, Joh; Poole, Charles P. Classical mechanics. 3rd ed. San Francisco: Addison-Wesley, cop. 2002. ISBN 0201657023.

RECURSOS

Enlace web:

- Aaronson, S.. Recurso

Otros recursos:

- 1) S. Aaronson, Introduction to quantum information science, curso de la UT (Austin), 2017. Los materiales del curso se pueden encontrar aquí: <https://www.scottaaronson.com/cs378/> />
- 2) Materiales adicionales que se depositarán en ATENEA.

Guía docente

200172 - MMT - Modelos Matemáticos de la Tecnología

Última modificación: 26/06/2025

Unidad responsable: Facultad de Matemáticas y Estadística
Unidad que imparte: 749 - MAT - Departamento de Matemáticas.

Titulación: GRADO EN MATEMÁTICAS (Plan 2009). (Asignatura obligatoria).

Curso: 2025 **Créditos ECTS:** 9.0 **Idiomas:** Inglés

PROFESORADO

Profesorado responsable: JAIME FRANCH BULLICH

Otros:

COMPETENCIAS DE LA TITULACIÓN A LAS QUE CONTRIBUYE LA ASIGNATURA

Específicas:

5. CE-1. Proponer, analizar, validar e interpretar modelos de situaciones reales sencillas, utilizando las herramientas matemáticas más adecuadas a los fines que se persigan.
6. CE-2. Resolver problemas de Matemáticas, mediante habilidades de cálculo básico y otros, planificando su resolución en función de las herramientas de que se disponga y de las restricciones de tiempo y recursos.
7. CE-3. Utilizar aplicaciones informáticas de análisis estadístico, cálculo numérico y simbólico, visualización gráfica, optimización u otras para experimentar en Matemáticas y resolver problemas.
8. CE-4. Desarrollar programas que resuelvan problemas matemáticos utilizando para cada caso el entorno computacional adecuado.

Genéricas:

1. CB-1. Demostrar poseer y comprender conocimientos en el área de las Matemáticas contruidos a partir de la base de la educación secundaria general, a un nivel que, apoyándose en libros de texto avanzados, incluya también algunos aspectos que implican conocimientos procedentes de la vanguardia en el estudio de las Matemáticas y en sus aplicaciones en la ciencia y la tecnología.
2. CB-2. Saber aplicar los conocimientos matemáticos a su trabajo de una forma profesional y poseer las capacidades que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas dentro del área de las Matemáticas y en sus aplicaciones en la ciencia y la tecnología.
3. CB-3. Tener la capacidad de reunir e interpretar datos relevantes, dentro del área de las Matemáticas y sus aplicaciones, para emitir juicios que incluyan una reflexión sobre temas relevantes de índole social, científica o ética.
4. CB-4. Poder transmitir información, ideas, problemas y soluciones del ámbito matemático y científico-tecnológico a un público tanto especializado como no especializado.
9. CG-1. Comprender y utilizar el lenguaje matemático.
10. CG-2. Conocer demostraciones rigurosas de algunos teoremas clásicos en distintas áreas de la Matemática.
11. CG-3. Asimilar la definición de un nuevo objeto matemático, en términos de otros ya conocidos, y ser capaz de utilizar este objeto en diferentes contextos.
12. CG-4. Saber trasladar al lenguaje matemático problemas de otros ámbitos y utilizar esta traslación para resolverlos.
13. CG-6. Detectar deficiencias en el propio conocimiento y superarlas mediante la reflexión crítica y la elección de la mejor actuación para ampliar este conocimiento.

Transversales:

14. EMPREDEDURÍA E INNOVACIÓN: Conocer y entender la organización de una empresa y las ciencias que definen su actividad; capacidad para entender las normas laborales y las relaciones entre la planificación, las estrategias industriales y comerciales, la calidad y el beneficio.

15. SOSTENIBILIDAD Y COMPROMISO SOCIAL: Conocer y comprender la complejidad de los fenómenos económicos y sociales típicos de la sociedad del bienestar; capacidad para relacionar el bienestar con la globalización y la sostenibilidad; habilidad para utilizar de forma equilibrada y compatible la técnica, la tecnología, la economía y la sostenibilidad.

16. COMUNICACIÓN EFICAZ ORAL Y ESCRITA: Comunicarse de forma oral y escrita con otras personas sobre los resultados del aprendizaje, de la elaboración del pensamiento y de la toma de decisiones; participar en debates sobre temas de la propia especialidad.

17. TRABAJO EN EQUIPO: Ser capaz de trabajar como miembro de un equipo interdisciplinar ya sea como un miembro más, o realizando tareas de dirección con la finalidad de contribuir a desarrollar proyectos con pragmatismo y sentido de la responsabilidad, asumiendo compromisos teniendo en cuenta los recursos disponibles.

18. USO SOLVENTE DE LOS RECURSOS DE INFORMACIÓN: Gestionar la adquisición, la estructuración, el análisis y la visualización de datos e información en el ámbito de la especialidad y valorar de forma crítica los resultados de esta gestión.

19. APRENDIZAJE AUTÓNOMO: Detectar deficiencias en el propio conocimiento y superarlas mediante la reflexión crítica y la elección de la mejor actuación para ampliar este conocimiento.

METODOLOGÍAS DOCENTES

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE DE LA ASIGNATURA

(Apartado no disponible)

HORAS TOTALES DE DEDICACIÓN DEL ESTUDIANTADO

Tipo	Horas	Porcentaje
Horas grupo pequeño	28,5	12.67
Horas grupo grande	34,5	15.33
Horas aprendizaje autónomo	162,0	72.00

Dedicación total: 225 h

CONTENIDOS

Laboratorio de Modelización

Descripción:

En las sesiones de laboratorio, los estudiantes se dividen en grupos de 3-4 personas y estudian un problema distinto cada grupo. Los problemas son problemas realistas del mundo de la tecnología. Sobre cada problema se han de hacer presentaciones parciales durante el curso, una presentación final y se ha de presentar una memoria escrita.

Dedicación: 112h 30m

Grupo pequeño/Laboratorio: 30h

Aprendizaje autónomo: 82h 30m

Temas de Tecnología

Descripción:

Esta parte del curso se dedica a la introducción de diversas tecnologías como las imágenes digitales, los modelos de escenas en 3D, la gráfica por ordenador y las aplicaciones de realidad virtual.

En las sesiones temáticas, el estudiantado debe dominar las diferentes tecnologías y desarrollar diversos proyectos y prácticas.

A final de curso, un examen evaluará el nivel de comprensión de los contenidos del curso.

Dedicación: 112h 30m

Grupo pequeño/Laboratorio: 30h

Aprendizaje autónomo: 82h 30m

SISTEMA DE CALIFICACIÓN

Un 70% de la nota proviene de la asistencia y participación en el seminario y el laboratorio, y del proyecto realizado y presentado en éste último. El 30% restante se obtendrá a partir de las actividades realizadas en el seminario.

Haber completado el bloque correspondiente al curso "Ús solvent de la informació" será requisito para poder ser evaluado de la asignatura.

BIBLIOGRAFÍA

Básica:

- Howison, Sam. Practical applied mathematics : modelling, analysis, approximation. New York: Cambridge University Press, 2005. ISBN 0521603692.
- Fowler, A.C. Mathematical models in the applied sciences. New York: Cambridge University Press, 1997. ISBN 0521467039.
- Erleben, Kenny; Sparring, Jon; Henriksen, Knud; Dohlmann, Henrik. Physics-based animation [en línea]. Hingham: Charles River Media, 2005 [Consulta: 13/06/2025]. Disponible a: <https://iphys.wordpress.com/wp-content/uploads/2020/01/erleben.ea05.pdf>. ISBN 1584503807.

Complementaria:

- Friedman, A.; Litman, W. Industrial mathematics : a course in solving real-world problems. Philadelphia: SIAM, 1994. ISBN 0898713242.
- Cumberbatch, E.; Fitt, A. Mathematical modeling: case studies from industry [en línea]. New York: Cambridge University Press, 2001 [Consulta: 21/06/2023]. Disponible a: <https://www-cambridge-org.recursos.biblioteca.upc.edu/core/books/mathematical-modeling/E196EE609B5320352722DC023BD878B2>. ISBN 9780521011730.
- Tayler, A. B. Mathematical models in applied mechanics. Oxford: The Clarendon Press, 2001. ISBN 0198515596.
- Holmes, Mark H. Introduction to the foundations of applied mathematics [en línea]. New York: Springer New York, 2009 [Consulta: 21/06/2023]. Disponible a: <https://link-springer-com.recursos.biblioteca.upc.edu/book/10.1007/978-0-387-87765-5>. ISBN 9780387877655.
- Witelsky, T.; Bowen, M. Methods of mathematical modelling. Cham (Switzerland): Springer, 2015. ISBN 9783319230412.
- Logan, J.D. Applied mathematics. Hoboken: Wiley-Interscience, 2013. ISBN 9781118475805.
- Bargteil, Adam W.; Shinar, Tamar. "An introduction to physics-based animation". Proceedings SIGGRAPH [en línea]. [Consulta: 13/06/2025]. Disponible a: <https://dl.acm.org/doi/10.1145/3305366.3328050>.
- Singh, Himanshu. Practical machine learning and image processing : for facial recognition, object detection, and pattern recognition using Python. California: Apress Berkeley, 2019. ISBN 9781484241486.

Guía docente

200252 - MUS - Música y Matemáticas

Última modificación: 29/05/2025

Unidad responsable: Facultad de Matemáticas y Estadística
Unidad que imparte: 749 - MAT - Departamento de Matemáticas.
Titulación: GRADO EN MATEMÁTICAS (Plan 2009). (Asignatura optativa).
Curso: 2025 **Créditos ECTS:** 3.0 **Idiomas:** Catalán

PROFESORADO

Profesorado responsable: FRANCESC XAVIER GRACIA SABATE

Otros:

CAPACIDADES PREVIAS

Se necesitan conocimientos matemáticos genéricos como los adquiridos en los dos primeros años de un grado de ciencia o ingeniería. Más particularmente, es necesario estar familiarizado con las ecuaciones diferenciales y la resolución de problemas de contorno para ecuaciones en derivadas parciales. También es necesario haber cursado estudios musicales a nivel medio, sin los cuales la asignatura tiene escasa motivación.

REQUISITOS

Haber cursado alguna asignatura en la que se expliquen ecuaciones en derivadas parciales a nivel básico.

COMPETENCIAS DE LA TITULACIÓN A LAS QUE CONTRIBUYE LA ASIGNATURA

Específicas:

GM-CE1. CE-1. Proponer, analizar, validar e interpretar modelos de situaciones reales sencillas, utilizando las herramientas matemáticas más adecuadas a los fines que se persigan.

GM-CE3. CE-3. Utilizar aplicaciones informáticas de análisis estadístico, cálculo numérico y simbólico, visualización gráfica, optimización u otras para experimentar en Matemáticas y resolver problemas.

GM-CE5. Utilizar herramientas de búsqueda de recursos bibliográficos en Matemáticas.

GM-CE6. Capacitar para resolver problemas de ámbito académico, técnico, financiero o social mediante métodos matemáticos.

Genéricas:

GM-CB2. CB-2. Saber aplicar los conocimientos matemáticos a su trabajo de una forma profesional y poseer las capacidades que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas dentro del área de las Matemáticas y en sus aplicaciones en la ciencia y la tecnología.

GM-CB4. CB-4. Poder transmitir información, ideas, problemas y soluciones del ámbito matemático y científico-tecnológico a un público tanto especializado como no especializado.

GM-CB5. Haber desarrollado aquellas habilidades de aprendizaje necesarias para emprender estudios multidisciplinares posteriores con un alto grado de autonomía en disciplinas científicas en las que las Matemáticas tienen un papel significativo.

Transversales:

04 COE. COMUNICACIÓN EFICAZ ORAL Y ESCRITA: Comunicarse de forma oral y escrita con otras personas sobre los resultados del aprendizaje, de la elaboración del pensamiento y de la toma de decisiones; participar en debates sobre temas de la propia especialidad.

05 TEQ. TRABAJO EN EQUIPO: Ser capaz de trabajar como miembro de un equipo interdisciplinar ya sea como un miembro más, o realizando tareas de dirección con la finalidad de contribuir a desarrollar proyectos con pragmatismo y sentido de la responsabilidad, asumiendo compromisos teniendo en cuenta los recursos disponibles.

07 AAT. APRENDIZAJE AUTÓNOMO: Detectar deficiencias en el propio conocimiento y superarlas mediante la reflexión crítica y la elección de la mejor actuación para ampliar este conocimiento.

METODOLOGÍAS DOCENTES

Clases de exposición teórica, complementadas con audiciones o vídeos, y la realización de ejercicios.

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE DE LA ASIGNATURA

Estudiar algunas de las numerosas conexiones entre la música y las matemáticas, como por ejemplo la descripción del sonido producido por los instrumentos musicales, la construcción de escalas y sistemas de afinación, y la descripción de los patrones que aparecen en las composiciones musicales.

HORAS TOTALES DE DEDICACIÓN DEL ESTUDIANTE

Tipo	Horas	Porcentaje
Horas grupo grande	15,0	20.00
Horas aprendizaje autónomo	45,0	60.00
Horas grupo pequeño	15,0	20.00

Dedicación total: 75 h

CONTENIDOS

Introducción

Descripción:

La música, el arte del sonido.

Dedicación: 1h

Grupo grande/Teoría: 1h

Espectros de los instrumentos musicales

Descripción:

Clasificación de los instrumentos musicales. La ecuación de las ondas. Cuerda vibrante. Tubos de aire. Membranas. Barras, placas...

Dedicación: 6h

Grupo grande/Teoría: 6h

La percepción del sonido y el concepto de disonancia

Descripción:

El oído. Características del sonido. Teoría de la disonancia. Relación entre espectros y escalas.

Dedicación: 5h

Grupo grande/Teoría: 5h

Escalas y sistemas de afinación

Descripción:

Intervalos y escalas. Afinación pitagórica. Afinación justa. Temperamentos mesotónicos. Temperamentos irregulares. Otras escalas. Escalas generadas por un intervalo.

Dedicación: 10h

Grupo grande/Teoría: 10h

Simetrías y estructuras matemáticas en la música

Descripción:

Divertimentos musicales. Transformaciones y simetrías en el espacio musical. Método de composición; dodecafonismo. Combinatoria de escalas y acordes. Ritmos.

Dedicación: 8h

Grupo grande/Teoría: 8h

SISTEMA DE CALIFICACIÓN

15%: participación en clase y trabajos realizados a lo largo del curso;

15%: examen final breve, sobre conceptos básicos;

70%: realización y exposición de un trabajo final.

BIBLIOGRAFÍA

Básica:

- Benson, David J. Music : a mathematical offering. Cambridge University Press, 2006. ISBN 0521619998.
- Rossing, Thomas D.; Wheeler, Paul A.; Moore, F. Richard. The science of sound. 3rd ed. San Francisco: Addison Wesley, cop. 2002. ISBN 0805385657.
- Fletcher, Neville H.; Rossing, Thomas D. The physics of musical instruments. 2nd ed. New York: Springer-Verlag, 1999. ISBN 0387983740.
- William A. Sethares. Tuning, timbre, spectrum, scale [en línea]. 2nd ed. London: Springer, 2004 [Consulta: 15/06/2023]. Disponible a: <https://link-springer-com.recursos.biblioteca.upc.edu/book/10.1007/b138848>. ISBN 9786610337293.
- Goldáraz Gaínza, J. Javier. Afinación y temperamentos históricos. Madrid: Alianza, 2004. ISBN 8420665460.

RECURSOS

Otros recursos:

Más información en la página <https://web.mat.upc.edu/xavier.gracia/musmat> (en catalán).

Guía docente

200152 - PM - Programación Matemática

Última modificación: 29/05/2025

Unidad responsable: Facultad de Matemáticas y Estadística
Unidad que imparte: 715 - EIO - Departamento de Estadística e Investigación Operativa.

Titulación: GRADO EN MATEMÁTICAS (Plan 2009). (Asignatura obligatoria).

Curso: 2025 **Créditos ECTS:** 7.5 **Idiomas:** Catalán

PROFESORADO

Profesorado responsable: JORDI CASTRO PÉREZ

Otros:

COMPETENCIAS DE LA TITULACIÓN A LAS QUE CONTRIBUYE LA ASIGNATURA

Específicas:

1. CE-2. Resolver problemas de Matemáticas, mediante habilidades de cálculo básico y otros, planificando su resolución en función de las herramientas de que se disponga y de las restricciones de tiempo y recursos.
2. CE-3. Utilizar aplicaciones informáticas de análisis estadístico, cálculo numérico y simbólico, visualización gráfica, optimización u otras para experimentar en Matemáticas y resolver problemas.
3. CE-4. Desarrollar programas que resuelvan problemas matemáticos utilizando para cada caso el entorno computacional adecuado.

Genéricas:

4. CB-1. Demostrar poseer y comprender conocimientos en el área de las Matemáticas contruidos a partir de la base de la educación secundaria general, a un nivel que, apoyándose en libros de texto avanzados, incluya también algunos aspectos que implican conocimientos procedentes de la vanguardia en el estudio de las Matemáticas y en sus aplicaciones en la ciencia y la tecnología.
5. CB-2. Saber aplicar los conocimientos matemáticos a su trabajo de una forma profesional y poseer las capacidades que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas dentro del área de las Matemáticas y en sus aplicaciones en la ciencia y la tecnología.
6. CB-3. Tener la capacidad de reunir e interpretar datos relevantes, dentro del área de las Matemáticas y sus aplicaciones, para emitir juicios que incluyan una reflexión sobre temas relevantes de índole social, científica o ética.
7. CG-1. Comprender y utilizar el lenguaje matemático.
8. CG-2. Conocer demostraciones rigurosas de algunos teoremas clásicos en distintas áreas de la Matemática.
9. CG-3. Asimilar la definición de un nuevo objeto matemático, en términos de otros ya conocidos, y ser capaz de utilizar este objeto en diferentes contextos.
10. CG-4. Saber trasladar al lenguaje matemático problemas de otros ámbitos y utilizar esta traslación para resolverlos.
12. CG-6. Detectar deficiencias en el propio conocimiento y superarlas mediante la reflexión crítica y la elección de la mejor actuación para ampliar este conocimiento.

Transversales:

11. APRENDIZAJE AUTÓNOMO: Detectar deficiencias en el propio conocimiento y superarlas mediante la reflexión crítica y la elección de la mejor actuación para ampliar este conocimiento.

METODOLOGÍAS DOCENTES

(Apartado no disponible)

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE DE LA ASIGNATURA

(Apartado no disponible)

HORAS TOTALES DE DEDICACIÓN DEL ESTUDIANTE

Tipo	Horas	Porcentaje
Horas grupo grande	45,0	24.00
Horas aprendizaje autónomo	112,5	60.00
Horas grupo pequeño	30,0	16.00

Dedicación total: 187.5 h

CONTENIDOS

Introducción

Descripción:

La Programación Matemática. Metodología de construcción de modelos de Programación Matemática. El papel de los modelos en los procesos de toma de decisiones cuantitativas. Principales clases de modelos de Programación Matemática: lineales, enteros, flujos en redes, no lineales, estocásticos, etc.

Dedicación: 23h 30m

Grupo grande/Teoría: 4h 30m

Grupo mediano/Prácticas: 3h

Aprendizaje autónomo: 16h

Programación Lineal

Descripción:

Definición y ejemplos de problemas de programación lineal. Geometría de la programación lineal: conjuntos factibles y poliedros; soluciones óptimas, puntos extremos y soluciones básicas factibles. El algoritmo del símplex primal: desarrollo, convergencia y complejidad computacional. Teoría de dualidad: definición de problema dual y ejemplos, teoremas de dualidad. Dualidad y teorema de flujo máximo - corte mínimo. Algoritmo del símplex dual: desarrollo y convergencia. Análisis de sensibilidad.

Dedicación: 47h 30m

Grupo grande/Teoría: 13h 30m

Grupo mediano/Prácticas: 6h

Grupo pequeño/Laboratorio: 3h

Aprendizaje autónomo: 25h

Programación Lineal Entera

Descripción:

Definición de problema de programación lineal entera y ejemplos. Relajación lineal. Formulaciones válidas, fuertes e ideal. Algoritmos de programación entera: branch and bound, planos de corte de Gomory, branch and cut.

Dedicación: 18h 30m

Grupo grande/Teoría: 6h

Grupo mediano/Prácticas: 4h

Aprendizaje autónomo: 8h 30m

Programación No Lineal

Descripción:

Modelos de optimización no lineal. Existencia y caracterización de las soluciones de problemas de optimización. Condiciones de primer y segundo orden. Métodos de búsqueda lineal: ajustes de curvas, condiciones de Armijo-Wolfe. Métodos básicos de descenso: el método del gradiente y el método de Newton.

Dedicación: 28h 30m

Grupo grande/Teoría: 7h 30m

Grupo mediano/Prácticas: 5h

Aprendizaje autónomo: 16h

Programación No Lineal Con Restricciones

Descripción:

Problemas de Programación no Lineal con Restricciones. La función Lagrangiana. Condiciones de Kuhn y Tucker. Condiciones suficientes. Análisis de sensibilidad.

Dedicación: 34h 30m

Grupo grande/Teoría: 11h 30m

Grupo mediano/Prácticas: 7h

Aprendizaje autónomo: 16h

SISTEMA DE CALIFICACIÓN

Habrá un examen parcial no liberador (ExP) y un examen final de toda la materia (ExF). La nota final NF de la asignatura será:

$$NF = \max\{ExF, 0.7 ExF + 0.3 ExP\}$$

Además, habrá un examen extraordinario durante el mes de julio para los estudiantes que hayan suspendido. (En la convocatoria extraordinaria sólo se tendrá en cuenta la nota del examen extraordinario)

BIBLIOGRAFÍA

Básica:

- Bertsimas, Dimitris; Tsitsiklis, John N. Introduction to linear optimization. Belmont: Athena Scientific, 1997. ISBN 1886529191.
- Nocedal, Jorge ; Wright, Stephen J. Numerical optimization [en línea]. 2nd ed. Springer Science + Business Media, 2006 [Consulta: 20/06/2023]. Disponible a: <https://link-springer-com.recursos.biblioteca.upc.edu/book/10.1007/978-0-387-40065-5>. ISBN 0387303030.
- Wolsey, Laurence A. Integer programming. New York: John Wiley & Sons, 1998. ISBN 0471283665.
- Fourer, Robert; Gay, David M.; Kernighan, Brian W. AMPL : a modeling language for mathematical programming. 2nd ed. Pacific Grove, CA: Thomson/Brooks/Cole, 2003. ISBN 0534388094.



Complementaria:

- Sra, Suvrit; Nowozin, Sebastian; Wright, Stephen J. Optimization for machine learning [en línea]. Cambridge: MIT Press, 2011
[Consulta: 24/05/2024]. Disponible a :
<https://ebookcentral-proquest-com.recursos.biblioteca.upc.edu/lib/upcatalunya-ebooks/detail.action?pq-origsite=primo&docID=3339310>. ISBN 9780262298773.

Guía docente

200213 - SD - Sistemas Dinámicos

Última modificación: 22/06/2025

Unidad responsable: Facultad de Matemáticas y Estadística
Unidad que imparte: 749 - MAT - Departamento de Matemáticas.
Titulación: GRADO EN MATEMÁTICAS (Plan 2009). (Asignatura optativa).
Curso: 2025 **Créditos ECTS:** 6.0 **Idiomas:** Catalán

PROFESORADO

Profesorado responsable: M.TERESA MARTÍNEZ-SEARA

Otros:

CAPACIDADES PREVIAS

Conocimientos básicos sobre la teoría de ecuaciones diferenciales ordinarias (desarrollados en la asignatura de Ecuaciones Diferenciales).

Conocimientos básicos de la asignatura de análisis real.

COMPETENCIAS DE LA TITULACIÓN A LAS QUE CONTRIBUYE LA ASIGNATURA

Específicas:

3. CE-2. Resolver problemas de Matemáticas, mediante habilidades de cálculo básico y otros, planificando su resolución en función de las herramientas de que se disponga y de las restricciones de tiempo y recursos.
4. CE-4. Desarrollar programas que resuelvan problemas matemáticos utilizando para cada caso el entorno computacional adecuado.
5. Capacitar para resolver problemas de ámbito académico, técnico, financiero o social mediante métodos matemáticos.
13. CE-1. Proponer, analizar, validar e interpretar modelos de situaciones reales sencillas, utilizando las herramientas matemáticas más adecuadas a los fines que se persigan.
14. CE-3. Utilizar aplicaciones informáticas de análisis estadístico, cálculo numérico y simbólico, visualización gráfica, optimización u otras para experimentar en Matemáticas y resolver problemas.

Genéricas:

1. CB-4. Poder transmitir información, ideas, problemas y soluciones del ámbito matemático y científico-tecnológico a un público tanto especializado como no especializado.
2. Haber desarrollado aquellas habilidades de aprendizaje necesarias para emprender estudios multidisciplinarios posteriores con un alto grado de autonomía en disciplinas científicas en las que las Matemáticas tienen un papel significativo.
6. CG-1. Comprender y utilizar el lenguaje matemático.
7. CG-2. Conocer demostraciones rigurosas de algunos teoremas clásicos en distintas áreas de la Matemática.
8. CG-3. Asimilar la definición de un nuevo objeto matemático, en términos de otros ya conocidos, y ser capaz de utilizar este objeto en diferentes contextos.
9. CG-4. Saber trasladar al lenguaje matemático problemas de otros ámbitos y utilizar esta traslación para resolverlos.
10. CG-6. Detectar deficiencias en el propio conocimiento y superarlas mediante la reflexión crítica y la elección de la mejor actuación para ampliar este conocimiento.

Transversales:

11. COMUNICACIÓN EFICAZ ORAL Y ESCRITA: Comunicarse de forma oral y escrita con otras personas sobre los resultados del aprendizaje, de la elaboración del pensamiento y de la toma de decisiones; participar en debates sobre temas de la propia especialidad.

12. APRENDIZAJE AUTÓNOMO: Detectar deficiencias en el propio conocimiento y superarlas mediante la reflexión crítica y la elección de la mejor actuación para ampliar este conocimiento.

METODOLOGÍAS DOCENTES

La asignatura consta de cuatro horas semanales que incluirán los aspectos teóricos y prácticos de los sistemas dinámicos, así como resolución de problemas y elaboración de proyectos individuales o en grupo.

Para favorecer el aprendizaje autónomo de los / las estudiantes, se les asignará, durante el curso, problemas seleccionados de la lista de problemas/pequeños proyectos durante el curso y un proyecto final de iniciación a la investigación. Los problemas y proyectos se deberán exponer ante el resto de estudiantes.

Habrà un examen de repaso de contenidos a final de curso donde podrán aparecer tanto preguntas teóricas como problemas similares a los realizados en clase.

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE DE LA ASIGNATURA

Como objetivos de aprendizaje se quiere que, una vez cursada la asignatura, el/la estudiante tenga a su alcance un conjunto de técnicas y resultados que le permitan abordar los aspectos básicos de la descripción y análisis de sistemas dinámicos, ya sean discretos o modelados a través de ecuaciones diferenciales.

Adicionalmente, se quiere que tenga una visión amplia de los problemas abiertos dentro del área de los sistemas dinámicos y haya adquirido las herramientas para poder iniciarse en la investigación, tanto en problemas de sistemas dinámicos abstractos como en aplicaciones a modelos de la física como, por ejemplo, la mecánica celeste.

HORAS TOTALES DE DEDICACIÓN DEL ESTUDIANTADO

Tipo	Horas	Porcentaje
Horas grupo pequeño	30,0	20.00
Horas aprendizaje autónomo	90,0	60.00
Horas grupo grande	30,0	20.00

Dedicación total: 150 h

CONTENIDOS

Algunos problemas abiertos en sistemas dinámicos

Descripción:

Para empezar el curso explicaremos algunos problemas de sistemas dinámicos de lo que no se conoce su solución a pesar de su importancia.

La idea es motivar a las herramientas que explicaremos el resto del curso.

Objetivos específicos:

Conocer algunos problemas importantes de sistemas dinámicos, entender las ecuaciones que los moldean.

Actividades vinculadas:

Estas clases serán únicamente teóricas.

Dedicación: 4h

Grupo grande/Teoría: 4h

Dinámica en dimensión baja

Descripción:

Aplicaciones del intervalo. Tipo de órbitas. Estudio de la familia cuadrática. Dinámica simbólica. Shift de Bernouilli. Caos.

Dedicación: 17h

Grupo grande/Teoría: 4h

Grupo pequeño/Laboratorio: 4h

Aprendizaje autónomo: 9h

Sistemas Lineales

Descripción:

Sistemas lineales. Clasificación de sistemas lineales. Sistemas lineales no autónomos. Estabilidad y conjugación de sistemas periódicos.

Dedicación: 17h

Grupo grande/Teoría: 4h

Grupo pequeño/Laboratorio: 4h

Aprendizaje autónomo: 9h

Objetos invariantes de flujos y difeomorfismos

Descripción:

Puntos críticos de campos y puntos fijos de difeomorfismos. Órbitas periódicas de campos. Aplicación de Poincaré. Puntos hiperbólicos. Variedades estables e inestables. Conjugación y equivalencia. Teorema de la caja de flujo. Teorema de Hartman. Puntos no hiperbólicos. Teorema de la variedad central.

Dedicación: 59h

Grupo grande/Teoría: 10h

Grupo pequeño/Laboratorio: 10h

Aprendizaje autónomo: 39h

Flujos en el plano

Descripción:

Sistemas planos. Teorema de Poincaré-Bendixson. Sistemas de Liénard. Introducción a la teoría de bifurcaciones

Dedicación: 13h

Grupo grande/Teoría: 2h

Grupo pequeño/Laboratorio: 2h

Aprendizaje autónomo: 9h

Dinámica Global

Descripción:

Variedades invariantes globales. Puntos homoclínicos y heteroclínicos. La herradura de Smale. Teorema homoclínico de Smale. Escisión de separatrices. Método de Poincaré-Melnikov-Arnol'd.

Dedicación: 36h

Grupo grande/Teoría: 6h

Grupo pequeño/Laboratorio: 6h

Aprendizaje autónomo: 24h

SISTEMA DE CALIFICACIÓN

Habrà un examen a final de curso. La nota del examen correspondrà a un 25% de la nota final.

Se evaluarà la exposició oral y la resolució escrita de los problemas y proyectos asignados durante el curso, así como la participación a las clases. Esta nota correspondrà a un 50% de la nota final.

Se evaluarà la realizació del trabajo final, la memoria escrita y su exposició oral en un 25% en la nota final.

NORMAS PARA LA REALIZACIÓN DE LAS PRUEBAS.

Los problemas y proyectos asignados se realizarán individualmente. El trabajo final se podrá realizar en grupos de un máximo de dos personas.

BIBLIOGRAFÍA

Básica:

- Devaney, Robert L. An Introduction to chaotic dynamical systems. 2nd ed. Reading, MA [etc.]: Westview, 2003. ISBN 813340853.
- Sotomayor Tello, Jorge Manuel. Lições de equações diferenciais ordinárias. Rio de Janeiro: Instituto de Matemática Pura e Aplicada (IMPA), 1979. ISBN 9216050624.
- Arrowsmith, D.K. ; Place, C.M. An Introduction to dynamical systems. Cambridge: Cambridge University Press, 1990. ISBN 0521303621.
- Guckenheimer, J. ; Holmes, P. Nonlinear oscillations, dynamical systems, and bifurcations of vector fields. New York, NY: Springer-Verlag, 1983. ISBN 0387908196.
- Pollard, Harry. Mathematical introduction to celestial mechanics. Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1966.
- Meyer, Kenneth R.; Hall, G.R.; Offin, D. Introduction to Hamiltonian dynamical systems and the n-body problem [en línea]. New York: Springer-Verlag, 2009 [Consulta: 20/06/2023]. Disponible a: <https://link-springer-com.recursos.biblioteca.upc.edu/book/10.1007/978-0-387-09724-4>. ISBN 9780387097237.
- Strogatz, Steven H. Nonlinear dynamics and chaos : with applications to physics, biology, chemistry and engineering [en línea]. Boulder: Westview Press, 2015 [Consulta: 23/06/2022]. Disponible a: <https://ebookcentral-proquest-com.recursos.biblioteca.upc.edu/lib/upcatalunya-ebooks/detail.action?pq-origsite=primo&docID=1181622>. ISBN 0429972199.
- Meiss, J. D. Differential dynamical systems [en línea]. Philadelphia: Society for Industrial & Applied Mathematics, 2007 [Consulta: 20/06/2023]. Disponible a: <http://epubs.siam.org/doi/book/10.1137/1.9780898718232>. ISBN 9780898716351.
- Robinson, Clark. Dynamical systems : stability, symbolic dynamics, and chaos. 2nd ed. CRC Press, 1999. ISBN 0849384958.
- Wiggins, Stephen. Introduction to applied nonlinear dynamical systems and chaos [en línea]. 2nd ed. New York [etc.]: Springer-Verlag, cop. 2003 [Consulta: 20/06/2023]. Disponible a: <https://link-springer-com.recursos.biblioteca.upc.edu/book/10.1007/b97481>. ISBN 9786610188161.
- Brauer, Fred; Castillo-Chávez, Carlos. Mathematical models in population biology and epidemiology [en línea]. 2nd ed. New York: Springer, cop. 2012 [Consulta: 16/06/2025]. Disponible a: <https://ebookcentral-proquest-com.recursos.biblioteca.upc.edu/lib/upcatalunya-ebooks/detail.action?pq-origsite=primo&docID=3070377>. ISBN 0387989021.
- Baldomà, Imma; Martín, Pau. Introducció als Sistemes Dinàmics. Apunts [en línea]. UPCcomons, 2018 [Consulta: 16/06/2025]. Disponible a: <https://upcommons.upc.edu/handle/2117/385892>.

Guía docente

200212 - TCL - Teoría de Control

Última modificación: 03/06/2025

Unidad responsable: Facultad de Matemáticas y Estadística
Unidad que imparte: 749 - MAT - Departamento de Matemáticas.
Titulación: GRADO EN MATEMÁTICAS (Plan 2009). (Asignatura optativa).
Curso: 2025 **Créditos ECTS:** 6.0 **Idiomas:** Inglés

PROFESORADO

Profesorado responsable: JOSEP MARIA OLM MIRAS

Otros:

CAPACIDADES PREVIAS

Álgebra lineal, cálculo elemental en una y diversas variables, ecuaciones diferenciales. Es recomendable pero no imprescindible tener conocimientos de geometría diferencial.

COMPETENCIAS DE LA TITULACIÓN A LAS QUE CONTRIBUYE LA ASIGNATURA

Específicas:

3. CE-2. Resolver problemas de Matemáticas, mediante habilidades de cálculo básico y otros, planificando su resolución en función de las herramientas de que se disponga y de las restricciones de tiempo y recursos.
4. CE-4. Desarrollar programas que resuelvan problemas matemáticos utilizando para cada caso el entorno computacional adecuado.
5. Capacitar para resolver problemas de ámbito académico, técnico, financiero o social mediante métodos matemáticos.
13. CE-1. Proponer, analizar, validar e interpretar modelos de situaciones reales sencillas, utilizando las herramientas matemáticas más adecuadas a los fines que se persigan.
14. CE-3. Utilizar aplicaciones informáticas de análisis estadístico, cálculo numérico y simbólico, visualización gráfica, optimización u otras para experimentar en Matemáticas y resolver problemas.

Genéricas:

1. CB-4. Poder transmitir información, ideas, problemas y soluciones del ámbito matemático y científico-tecnológico a un público tanto especializado como no especializado.
2. Haber desarrollado aquellas habilidades de aprendizaje necesarias para emprender estudios multidisciplinares posteriores con un alto grado de autonomía en disciplinas científicas en las que las Matemáticas tienen un papel significativo.
6. CG-1. Comprender y utilizar el lenguaje matemático.
7. CG-2. Conocer demostraciones rigurosas de algunos teoremas clásicos en distintas áreas de la Matemática.
8. CG-3. Asimilar la definición de un nuevo objeto matemático, en términos de otros ya conocidos, y ser capaz de utilizar este objeto en diferentes contextos.
9. CG-4. Saber trasladar al lenguaje matemático problemas de otros ámbitos y utilizar esta traslación para resolverlos.
10. CG-6. Detectar deficiencias en el propio conocimiento y superarlas mediante la reflexión crítica y la elección de la mejor actuación para ampliar este conocimiento.

Transversales:

11. COMUNICACIÓN EFICAZ ORAL Y ESCRITA: Comunicarse de forma oral y escrita con otras personas sobre los resultados del aprendizaje, de la elaboración del pensamiento y de la toma de decisiones; participar en debates sobre temas de la propia especialidad.
12. APRENDIZAJE AUTÓNOMO: Detectar deficiencias en el propio conocimiento y superarlas mediante la reflexión crítica y la elección de la mejor actuación para ampliar este conocimiento.

METODOLOGÍAS DOCENTES

Se distingue entre clases de teoría y clases de problemas.

- En las clases de teoría, a partir de unos mínimos conceptos básicos, se presentará la teoría de sistemas lineales. Por supuesto, se recurrirá a ejemplos, ya sea para motivar o para ilustrar los resultados teóricos.
- En las clases de problemas, los estudiantes pondrán en práctica los resultados recurriendo eventualmente a conocimientos que se les presupone.

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE DE LA ASIGNATURA

1. Identificar un sistema de control y distinguir entre las variables de estado, entradas y salidas.
2. Aplicar a sistemas de control los resultados de existencia y unicidad de ecuaciones diferenciales.
3. Calcular las matrices de controlabilidad y observabilidad y decidir la controlabilidad y observabilidad de un sistema.
4. Calcular las diferentes formas canónicas y usarlas en el diseño de controladores.
5. Calcular funciones y matrices de transferencia y utilizarlas para el diseño de controladores.
6. Entender y usar los métodos frecuenciales para encontrar las salidas a diferentes entradas.
7. Diseñar controladores PID.
8. Decidir la controlabilidad y observabilidad de sistemas no lineales.
9. Linealizar sistemas no lineales y utilizarlo para el diseño de controladores.
10. Conocer los conceptos básicos de control en modo deslizante y control adaptativo.

HORAS TOTALES DE DEDICACIÓN DEL ESTUDIANTE

Tipo	Horas	Porcentaje
Horas grupo pequeño	30,0	20.00
Horas grupo grande	30,0	20.00
Horas aprendizaje autónomo	90,0	60.00

Dedicación total: 150 h

CONTENIDOS

Introducción a la teoría de control

Descripción:

Aspectos básicos y terminología. Breve historia. Representación de sistemas. Linealización de sistemas no lineales en un punto de equilibrio.

Dedicación: 2h

Grupo grande/Teoría: 2h

Sistemas lineales: representación en espacio de estados

Descripción:

Comportamiento anómalo debido a la falta de controlabilidad o de observabilidad. Definiciones de controlabilidad y observabilidad. Teoremas. Dualidad. Formas canónicas de controlabilidad y observabilidad. Respuesta al impulso. Convolución.

Dedicación: 6h

Grupo grande/Teoría: 6h

Sistemas lineales: representación entrada-salida

Descripción:

Transformadas de Laplace y de Fourier. Funciones de transferencia. Funciones de transferencia como transformada de Laplace de una respuesta impulsiva. Interconexión y realimentación. De la representación en espacio de estados a la representación entrada-salida y viceversa. Controlabilidad y observabilidad. Respuesta frecuencial para sistemas SISO. Diagramas polares y de Bode. Propiedades de la respuesta frecuencial.

Dedicación: 6h

Grupo grande/Teoría: 6h

Estabilidad

Descripción:

Estabilidad interna. Estabilidad entrada-salida. Identificación de raíces de polinomios en $\mathbb{C}^-$. Métodos en el dominio frecuencial: el criterio de Nyquist. El caso de los sistemas no lineales: estabilidad de Lyapunov. Linealización y estabilidad local. Método directo de Lyapunov. Teoremas de conjuntos invariantes. Análisis de Lyapunov de sistemas LTI.

Dedicación: 8h

Grupo grande/Teoría: 8h

Diseño de controladores

Descripción:

Respuesta al escalón de sistemas de primer y segundo orden. Error en estado estacionario. Diseño algebraico. Controladores PID.

Dedicación: 4h

Grupo grande/Teoría: 4h

Sistemas no lineales: controlabilidad y observabilidad

Descripción:

Introducción a los sistemas no lineales: forma afín, campos vectoriales, derivadas de Lie. Herramientas de geometría diferencial: paréntesis de Lie, distribuciones y codistribuciones, teorema de Frobenius. Descomposición local de sistemas de control. Controlabilidad y accesibilidad. Caracterizaciones. Observabilidad.

Dedicación: 6h

Grupo grande/Teoría: 6h

Linealización de sistemas. Platitude. Diseño de controladores

Descripción:

Linealización por realimentación estática: definición y resultado principal. Platitude diferencial: algunos resultados y problemas pendientes. Utilidad de la linealización por realimentación en el diseño de controladores.

Dedicación: 10h

Grupo grande/Teoría: 10h

Control en modo deslizante

Descripción:

Sistemas híbridos. Sistemas de estructura variable. Control en modo deslizante. Métodos geométricos. Estabilización de sistemas.

Dedicación: 6h

Grupo grande/Teoría: 6h

Control adaptativo

Descripción:

Conceptos básicos de control adaptativo. Control adaptativo por modelo de referencia. Análisis avanzado de estabilidad: Lema de Barbalat. El algoritmo de síntesis de controlador minimal.

Dedicación: 5h

Grupo grande/Teoría: 5h

Presentación y defensa de trabajos

Dedicación: 7h

Grupo grande/Teoría: 7h

SISTEMA DE CALIFICACIÓN

-Los estudiantes deberán entregar ejercicios periódicamente.

-Presentación y defensa de un trabajo a escoger entre una lista propuesta por el profesorado o a iniciativa del propio estudiante y aceptada por el profesorado.

BIBLIOGRAFÍA

Básica:

- Lewis, Andrew. A Mathematical approach to classical control [en línea]. Preprint. [Consulta: 23/11/2012]. Disponible a: <https://mast.queensu.ca/~andrew/teaching/pdf/332-notes.pdf>.
- Isidori, Alberto. Nonlinear control systems. 3rd ed. Springer-Verlag, 1995. ISBN 3540199160.
- Slotine, Jean-Jacques; Li, Weiping. Applied nonlinear control. Prentice-Hall, 1991. ISBN 0130408905.
- Khalil, Hassan. Nonlinear systems. 3rd. Prentice-Hall, 2002. ISBN 0130673897.

Complementaria:

- Kailath, Thomas. Linear systems. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1980. ISBN 0135369614.

Guía docente

200201 - TG - Teoría de Galois

Última modificación: 22/06/2025

Unidad responsable: Facultad de Matemáticas y Estadística
Unidad que imparte: 749 - MAT - Departamento de Matemáticas.
Titulación: GRADO EN MATEMÁTICAS (Plan 2009). (Asignatura optativa).
Curso: 2025 **Créditos ECTS:** 6.0 **Idiomas:** Catalán

PROFESORADO

Profesorado responsable: BERNAT PLANS BERENGUER

Otros:

CAPACIDADES PREVIAS

Contenidos de Estructuras Algebraicas: grupos de permutaciones, anillos de polinomios, cuerpos.

REQUISITOS

La asignatura Estructuras Algebraicas de tercer curso.

COMPETENCIAS DE LA TITULACIÓN A LAS QUE CONTRIBUYE LA ASIGNATURA

Específicas:

3. CE-2. Resolver problemas de Matemáticas, mediante habilidades de cálculo básico y otros, planificando su resolución en función de las herramientas de que se disponga y de las restricciones de tiempo y recursos.
4. CE-4. Desarrollar programas que resuelvan problemas matemáticos utilizando para cada caso el entorno computacional adecuado.
5. Capacitar para resolver problemas de ámbito académico, técnico, financiero o social mediante métodos matemáticos.

Genéricas:

1. CB-4. Poder transmitir información, ideas, problemas y soluciones del ámbito matemático y científico-tecnológico a un público tanto especializado como no especializado.
2. Haber desarrollado aquellas habilidades de aprendizaje necesarias para emprender estudios multidisciplinares posteriores con un alto grado de autonomía en disciplinas científicas en las que las Matemáticas tienen un papel significativo.
6. CG-1. Comprender y utilizar el lenguaje matemático.
7. CG-2. Conocer demostraciones rigurosas de algunos teoremas clásicos en distintas áreas de la Matemática.
8. CG-3. Asimilar la definición de un nuevo objeto matemático, en términos de otros ya conocidos, y ser capaz de utilizar este objeto en diferentes contextos.
9. CG-4. Saber trasladar al lenguaje matemático problemas de otros ámbitos y utilizar esta traslación para resolverlos.
10. CG-6. Detectar deficiencias en el propio conocimiento y superarlas mediante la reflexión crítica y la elección de la mejor actuación para ampliar este conocimiento.

Transversales:

11. COMUNICACIÓN EFICAZ ORAL Y ESCRITA: Comunicarse de forma oral y escrita con otras personas sobre los resultados del aprendizaje, de la elaboración del pensamiento y de la toma de decisiones; participar en debates sobre temas de la propia especialidad.
12. APRENDIZAJE AUTÓNOMO: Detectar deficiencias en el propio conocimiento y superarlas mediante la reflexión crítica y la elección de la mejor actuación para ampliar este conocimiento.

METODOLOGÍAS DOCENTES

Clases de teoría en que el profesor explica los contenidos de la asignatura y clases de problemas en que los estudiantes y el profesor resuelven los ejercicios propuestos.

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE DE LA ASIGNATURA

Conceptos y resultados básicos de la teoría de Galois y sus aplicaciones a la resolución por radicales de ecuaciones polinómicas y a las construcciones geométricas con regla y compás.

HORAS TOTALES DE DEDICACIÓN DEL ESTUDIANTE

Tipo	Horas	Porcentaje
Horas grupo pequeño	30,0	20.00
Horas grupo grande	30,0	20.00
Horas aprendizaje autónomo	90,0	60.00

Dedicación total: 150 h

CONTENIDOS

Extensiones de cuerpos. Automorfismos.

Descripción:

Extensiones normales. Separabilidad. Grupo de automorfismos.

Dedicación: 42h

Grupo grande/Teoría: 6h

Grupo pequeño/Laboratorio: 6h

Aprendizaje autónomo: 30h

Teoría de Galois

Descripción:

Extensiones de Galois. Teorema fundamental de la teoría de Galois. Grupo de Galois de un polinomio. Cuerpos finitos.

Dedicación: 45h

Grupo grande/Teoría: 9h

Grupo pequeño/Laboratorio: 9h

Aprendizaje autónomo: 27h

Aplicaciones

Descripción:

El Teorema fundamental del Álgebra. Discriminantes. Polinomios de grados 3 y 4. Resolubilidad por radicales.

Dedicación: 45h

Grupo grande/Teoría: 9h

Grupo pequeño/Laboratorio: 9h

Aprendizaje autónomo: 27h

Extensiones algebraicas infinitas

Descripción:

Extensiones de Galois infinitas. Topología de Krull.

Dedicación: 30h

Grupo grande/Teoría: 6h

Grupo pequeño/Laboratorio: 6h

Aprendizaje autónomo: 18h

SISTEMA DE CALIFICACIÓN

A lo largo del curso habrán algunas actividades evaluables, que tendrán un peso del 40% en la nota final del curso. Además, habrá un examen final (60%). Si la nota del examen final es superior a la media ponderada de las actividades anteriores, prevalecerá la nota del examen final.

BIBLIOGRAFÍA

Básica:

- Milne, J.S. Fields and Galois Theory [en línea]. Ann Arbor, MI: Kea Books, 2022 [Consulta: 16/06/2025]. Disponible a: <https://www.jmilne.org/math/Books/>.
- Morandi, P. Field and Galois Theory. New York: Springer-Verlag, 2011. ISBN 9781461284758.
- Stewart, Ian. Galois theory. 3rd ed. London [etc.]: Chapman and Hall, 2004. ISBN 1584883936.

Complementaria:

- Artin, Emil. Galois theory. Publicación Mineola, Nueva York: Dover Publications, 1998. ISBN 0486623424.
- Fraleigh, John B. A First course in abstract algebra. 7th ed. Pearson Education, 2014. ISBN 9781292024967.
- Dummit, David Steven; Foote, Richard M. Abstract algebra. 3rd ed.. Hoboken: John Wiley & Sons, cop. 2004. ISBN 9780471433347.
- Cox, D. Galois theory [en línea]. 2a. Wiley, 2012 [Consulta: 16/06/2025]. Disponible a: <https://onlinelibrary-wiley-com.recursos.biblioteca.upc.edu/doi/book/10.1002/9781118218457>. ISBN 9781118218457.

Guía docente

200131 - TP - Teoría de la Probabilidad

Última modificación: 22/06/2025

Unidad responsable: Facultad de Matemáticas y Estadística
Unidad que imparte: 749 - MAT - Departamento de Matemáticas.
Titulación: GRADO EN MATEMÁTICAS (Plan 2009). (Asignatura obligatoria).
Curso: 2025 **Créditos ECTS:** 7.5 **Idiomas:** Catalán

PROFESORADO

Profesorado responsable: JUAN JOSÉ RUE PERNA

Otros:

REQUISITOS

Es recomendable matricular esta asignatura después de haber cursado los dos primeros años del grado en Matemáticas. En particular, el alumnado que no haya cursado la asignatura Análisis Real deberá cubrir algunas lagunas por su cuenta (se proporcionará material y referencias).

COMPETENCIAS DE LA TITULACIÓN A LAS QUE CONTRIBUYE LA ASIGNATURA

Específicas:

1. CE-2. Resolver problemas de Matemáticas, mediante habilidades de cálculo básico y otros, planificando su resolución en función de las herramientas de que se disponga y de las restricciones de tiempo y recursos.
2. CE-3. Utilizar aplicaciones informáticas de análisis estadístico, cálculo numérico y simbólico, visualización gráfica, optimización u otras para experimentar en Matemáticas y resolver problemas.
3. CE-4. Desarrollar programas que resuelvan problemas matemáticos utilizando para cada caso el entorno computacional adecuado.

Genéricas:

5. CB-1. Demostrar poseer y comprender conocimientos en el área de las Matemáticas contruidos a partir de la base de la educación secundaria general, a un nivel que, apoyándose en libros de texto avanzados, incluya también algunos aspectos que impliquen conocimientos procedentes de la vanguardia en el estudio de las Matemáticas y en sus aplicaciones en la ciencia y la tecnología.
6. CB-2. Saber aplicar los conocimientos matemáticos a su trabajo de una forma profesional y poseer las capacidades que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas dentro del área de las Matemáticas y en sus aplicaciones en la ciencia y la tecnología.
7. CB-3. Tener la capacidad de reunir e interpretar datos relevantes, dentro del área de las Matemáticas y sus aplicaciones, para emitir juicios que incluyan una reflexión sobre temas relevantes de índole social, científica o ética.
8. CG-1. Comprender y utilizar el lenguaje matemático.
9. CG-2. Conocer demostraciones rigurosas de algunos teoremas clásicos en distintas áreas de la Matemática.
10. CG-3. Asimilar la definición de un nuevo objeto matemático, en términos de otros ya conocidos, y ser capaz de utilizar este objeto en diferentes contextos.
11. CG-4. Saber trasladar al lenguaje matemático problemas de otros ámbitos y utilizar esta traslación para resolverlos.
12. CG-6. Detectar deficiencias en el propio conocimiento y superarlas mediante la reflexión crítica y la elección de la mejor actuación para ampliar este conocimiento.

Transversales:

4. APRENDIZAJE AUTÓNOMO: Detectar deficiencias en el propio conocimiento y superarlas mediante la reflexión crítica y la elección de la mejor actuación para ampliar este conocimiento.

METODOLOGÍAS DOCENTES

Clases de teoría y de problemas. Se pondrá énfasis en el trabajo del estudiante durante el curso a través de la participación en clase y la entrega de trabajos.

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE DE LA ASIGNATURA

La asignatura tiene dos objetivos principales (1) presentar la teoría de la probabilidad como un cuerpo de conocimientos rico, atractivo y útil a diversas ramas de la ciencia (y de las matemáticas en particular) en la modelización matemática de fenómenos que involucran incertidumbre o aleatoriedad, y (2) proporcionar los conocimientos necesarios para asignaturas posteriores en el Grado de Matemáticas.

En lo que se refiere a objetivos concretos, los estudiantes deberán alcanzar los siguientes objetivos en conocimientos, habilidades y competencias:

- * Conocer la definición y las propiedades de los espacios de probabilidad y las variables aleatorias, y de los conceptos relacionados.
- * Conocer los modelos básicos discretos y continuos de probabilidad.
- * Utilizar el concepto de variable aleatoria para formalizar y resolver problemas de cálculo de probabilidades.
- * Conocer la noción de momentos de variables aleatorias y los resultados fundamentales relacionados con ellos.
- * Conocer y saber usar la función generadora de probabilidad, la función generadora de momentos y la función característica.
- * Conocer los resultados de convergencia de variables aleatorias y sus aplicaciones, especialmente los teoremas del límite central y las leyes de los grandes números.

HORAS TOTALES DE DEDICACIÓN DEL ESTUDIANTE

Tipo	Horas	Porcentaje
Horas grupo pequeño	30,0	16.00
Horas grupo grande	45,0	24.00
Horas aprendizaje autónomo	112,5	60.00

Dedicación total: 187.5 h

CONTENIDOS

Espacios de probabilidad

Descripción:

Experimentos, resultados y sucesos. Espacio de probabilidad.
Probabilidad condicionada. Independencia.
Espacios producto.
Lemas de Borel-Cantelli.

Dedicación: 25h 30m

Grupo grande/Teoría: 6h
Grupo mediano/Prácticas: 4h
Aprendizaje autónomo: 15h 30m

Variables aleatorias

Descripción:

Variable aleatoria. Función de distribución.

Esperanza, varianza y otros momentos. Desigualdades de Markov y Chebyshev.

Vectores de variables aleatorias.

Independencia de variables aleatorias.

Dedicación: 21h 30m

Grupo grande/Teoría: 2h

Grupo mediano/Prácticas: 4h

Aprendizaje autónomo: 15h 30m

Variables aleatorias discretas

Descripción:

Variable aleatoria discreta. Función de probabilidad.

Función generadora de probabilidad. Sumas de variables discretas.

Modelos de variables aleatorias discretas.

Distribuciones condicionadas y esperanza condicionada.

Procesos de ramificación (árboles de Galton-Watson)

Caminos aleatorios (random walks).

Dedicación: 26h 30m

Grupo grande/Teoría: 6h

Grupo mediano/Prácticas: 5h

Aprendizaje autónomo: 15h 30m

Variables aleatorias continuas

Descripción:

Variables aleatorias absolutamente continuas. Función de densidad.

Modelos de variables aleatorias absolutamente continuas.

Vectores de variables continuas. Distribuciones marginales.

Distribuciones condicionadas y mixturas.

Distribución normal multivariante.

Transformaciones de variables aleatorias continuas.

Dedicación: 27h 30m

Grupo grande/Teoría: 6h

Grupo mediano/Prácticas: 6h

Aprendizaje autónomo: 15h 30m

Funciones características

Descripción:

Función generadora de momentos.

Función característica. Teorema de inversión.

Dedicación: 21h 30m

Grupo grande/Teoría: 5h

Grupo mediano/Prácticas: 2h 30m

Aprendizaje autónomo: 14h

Convergencia de variables aleatorias

Descripción:

Modos de convergencia e implicaciones.

Convergencia casi-segura. Leyes de los grandes números.

Convergencia en distribución. Teorema de Lévy. Teorema del límite central

Dedicación: 35h 30m

Grupo grande/Teoría: 9h

Grupo mediano/Prácticas: 4h

Aprendizaje autónomo: 22h 30m

Introducción a las cadenas de Markov

Descripción:

Definición de cadena de Markov y ejemplos

Matriz de transición y evolución

Tipos de estado y convergencia

Dedicación: 13h

Grupo grande/Teoría: 3h

Grupo mediano/Prácticas: 2h

Aprendizaje autónomo: 8h

SISTEMA DE CALIFICACIÓN

La evaluación será en base a entregables (E), un examen parcial (P) y un examen final de toda la materia (F). La calificación final se calculará con la fórmula:

$$\text{MAX} (0.60 \cdot F + 0.30 \cdot P + 0.1 \cdot E, 0.65 \cdot F + 0.35 \cdot P, 0.9 \cdot F + 0.1 \cdot E, F)$$

Además, habrá un examen de reevaluación, en la fecha que establezca la Facultad, para los estudiantes que hayan suspendido. La nota de este examen sustituirá la calificación anterior, siempre que la supere.

BIBLIOGRAFÍA

Básica:

- Grimmett, G.R.; Stirzaker, D.R. Probability and random processes. 3a ed. Oxford [etc.]: Oxford University Press, 2001. ISBN 9780198572220.
- Sanz, Marta. Probabilitats. Barcelona: Edicions de la Universitat de Barcelona, 1999. ISBN 8483380919.
- Pitman, Jim. Probability. New York: Springer, 1993. ISBN 0387979743.
- Gut, Allan. An Intermediate course in probability [en línea]. 2nd ed. Springer, [Consulta: 27/06/2023]. Disponible a: <https://ebookcentral-proquest-com.recursos.biblioteca.upc.edu/lib/upcatalunya-ebooks/detail.action?pq-origsite=primo&docID=571348>. ISBN 9781441901620.

Complementaria:

- Fristedt, Bert E; Gray, Lawrence F. A Modern approach to probability theory. Boston [etc.]: Birkhäuser, cop. 1997. ISBN 3764338075.
- Feller, W. An introduction to probability theory and its applications (Vol. 1,2). 3rd ed. New York: John Wiley & Sons, 1968. ISBN 0471257117.
- Grinstead, Charles M.; Snell, L.J. Introduction to probability. American Mathematical Society, 2006. ISBN 0821807498.
- Julià de Ferran, Olga [et al.]. Probabilitats : problemes i més problemes. Barcelona: Universitat de Barcelona, 2005. ISBN 8447529061.
- Chung, Kai Lai. A course in probability theory. New York: Academic Press, 1974. ISBN 012174650X.



- Cuadras, C. M. (Carlos María). Problemas de probabilidades y estadística. Vol 1: Probabilidad. Barcelona: EUB, 2000. ISBN 8483120313.
- Tabak, J. Probability and statistics : the science of uncertainty. New York: Facts On File, 2004. ISBN 0816049564.
- Durrett, Richard. Probability : theory and examples. 3rd ed. Thomson Brooks/Cole, cop. 2005. ISBN 0534132065.

RECURSOS

Enlace web:

- Grinstead, Charles M.; Snell, Laurie J. Introduction to Probability
 - . http://www.dartmouth.edu/~chance/teaching_aids/books_articles/probability_book/book.html />
 - The Probability Web (Teaching resources)
 - . <http://www.mathcs.carleton.edu/probweb/probweb.html>- Chance
 - . <http://www.dartmouth.edu/~chance/>- The R Project for Statistical Computing
- R is a free software environment for statistical computing and graphics.
- . <http://www.r-project.org/>



Guía docente 200121 - TOP - Topología

Última modificación: 22/06/2025

Unidad responsable: Facultad de Matemáticas y Estadística
Unidad que imparte: 749 - MAT - Departamento de Matemáticas.
Titulación: GRADO EN MATEMÁTICAS (Plan 2009). (Asignatura obligatoria).
Curso: 2025 **Créditos ECTS:** 7.5 **Idiomas:** Catalán, Castellano

PROFESORADO

Profesorado responsable: Miguel Ángel Barja Yáñez

Otros:

CAPACIDADES PREVIAS

Càlcul en una variable
Càlcul diferencial
Àlgebra lineal
Geometria afí i euclidiana
Fonaments de la matemàtica

COMPETENCIAS DE LA TITULACIÓN A LAS QUE CONTRIBUYE LA ASIGNATURA

Específicas:

1. CE-2. Resolver problemas de Matemáticas, mediante habilidades de cálculo básico y otros, planificando su resolución en función de las herramientas de que se disponga y de las restricciones de tiempo y recursos.
2. CE-3. Utilizar aplicaciones informáticas de análisis estadístico, cálculo numérico y simbólico, visualización gráfica, optimización u otras para experimentar en Matemáticas y resolver problemas.
3. CE-4. Desarrollar programas que resuelvan problemas matemáticos utilizando para cada caso el entorno computacional adecuado.

Genéricas:

4. CB-1. Demostrar poseer y comprender conocimientos en el área de las Matemáticas contruidos a partir de la base de la educación secundaria general, a un nivel que, apoyándose en libros de texto avanzados, incluya también algunos aspectos que impliquen conocimientos procedentes de la vanguardia en el estudio de las Matemáticas y en sus aplicaciones en la ciencia y la tecnología.
5. CB-2. Saber aplicar los conocimientos matemáticos a su trabajo de una forma profesional y poseer las capacidades que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas dentro del área de las Matemáticas y en sus aplicaciones en la ciencia y la tecnología.
6. CB-3. Tener la capacidad de reunir e interpretar datos relevantes, dentro del área de las Matemáticas y sus aplicaciones, para emitir juicios que incluyan una reflexión sobre temas relevantes de índole social, científica o ética.
7. CG-1. Comprender y utilizar el lenguaje matemático.
8. CG-2. Conocer demostraciones rigurosas de algunos teoremas clásicos en distintas áreas de la Matemática.
9. CG-3. Asimilar la definición de un nuevo objeto matemático, en términos de otros ya conocidos, y ser capaz de utilizar este objeto en diferentes contextos.
10. CG-4. Saber trasladar al lenguaje matemático problemas de otros ámbitos y utilizar esta traslación para resolverlos.
12. CG-6. Detectar deficiencias en el propio conocimiento y superarlas mediante la reflexión crítica y la elección de la mejor actuación para ampliar este conocimiento.

Transversales:

11. APRENDIZAJE AUTÓNOMO: Detectar deficiencias en el propio conocimiento y superarlas mediante la reflexión crítica y la elección de la mejor actuación para ampliar este conocimiento.

METODOLOGÍAS DOCENTES

Teoría. Clases magistrales en las cuales se desarrolla todo el cuerpo de la asignatura. Dado que, además de informativa (vocabulario topológico) se trata de una asignatura formativa, se demuestran la mayoría de los resultados. Se procura introducir cada tema con alguna motivación que haga referencia a conocimientos previos del estudiantes, o bien a problemas de la propia materia. Resultados y definiciones son ilustrados con ejemplos y contra-ejemplos y ejercicios sencillos.

Problemas. Las clases de problemas pretenden que el estudiante se ejercite en la práctica y el desarrollo de los conceptos y resultados introducidos en las clases de teoría.

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE DE LA ASIGNATURA

- * Comprender el concepto de espacio topológico. Uso de los conceptos de base, subbase y entorno. Saber comparar topologías.
- * Comprender los conceptos de conexión y compacidad en espacios topológicos. Capacidad para comprobar estas propiedades en ejemplos concretos.
- * Comprender el concepto de homeomorfismo. Capacidad para definir y construir en ejemplos sencillos. Capacidad para argumentar cuándo dos espacios topológicos no pueden ser homeomorfos.
- * Capacitar para la utilización de topologías inducidas, producto y cociente. En especial, identificación de espacios cocientes vía homeomorfismos y propiedades universales y capacidad de trabajo con aplicaciones definidas en espacios cocientes.
- * Entender las caracterizaciones alternativas de los conceptos topológicos en los espacios métricos.
- * Entender los conceptos básicos de homotopía entre aplicaciones continuas y la construcción del conjunto de clases de homotopía $[X, Y]$. Entender el concepto de tipos de homotopía de espacios topológicos. Saber identificar sencillos retráctos de deformación.
- * Entender la estructura de grupo abeliano de $H^1(X) = [X, S^1]$ y los morfismos inducidos por aplicaciones continuas. Cálculo cuando X es contráctil o la circunferencia. Entender el concepto de elevación de caminos y homotopías y de grado.
- * Comprender el concepto de índice de una curva cerrada del plano respecto al punto y su relación con los conceptos de grado y de homotopía. Saber calcularlo.
- * Entender cómo el concepto de índice permite demostrar los teoremas básicos de la topología del plan y la esfera: Brouwer, Borsuk-Ulam, invariancia de la dimensión... Capacidad de aplicarlos a diferentes situaciones.
- * Saber clasificar una superficie compacta a partir de su superficie poligonal.

HORAS TOTALES DE DEDICACIÓN DEL ESTUDIANTE

Tipo	Horas	Porcentaje
Horas aprendizaje autónomo	112,5	60.00
Horas grupo grande	45,0	24.00
Horas grupo pequeño	30,0	16.00

Dedicación total: 187.5 h

CONTENIDOS

Espacios métricos

Descripción:

Distancias. Bolas abiertas y cerradas. Conjuntos abiertos. Aplicaciones continuas. Distancias equivalentes.

Dedicación: 10h

Grupo grande/Teoría: 3h

Grupo mediano/Prácticas: 2h

Aprendizaje autónomo: 5h

Espacios topológicos

Descripción:

Abiertos y cerrados. Bases, subbases, entornos. Aplicaciones continuas, homeomorfismos. El primer axioma de numerabilidad: caracterización de propiedades topológicas mediante el límite de sucesiones. Espacios de Hausdorff.

Dedicación: 39h

Grupo grande/Teoría: 9h

Grupo mediano/Prácticas: 6h

Aprendizaje autónomo: 24h

Construcción de espacios topológicos

Descripción:

Subespacios. Productos de espacios topológicos. Espacio cociente. Ejemplos: superficies topológicas.

Dedicación: 38h

Grupo grande/Teoría: 7h

Grupo mediano/Prácticas: 7h

Aprendizaje autónomo: 24h

Compacidad

Descripción:

Espacios compactos. Continuidad y compacidad. Teorema del valor máximo. Productos y cocientes de espacios compactos. Compacidad en espacios métricos: lema del número de Lebesgue.

Dedicación: 21h

Grupo grande/Teoría: 5h

Grupo mediano/Prácticas: 3h

Aprendizaje autónomo: 13h

Conexión

Descripción:

Espacios conexos. Componentes conexas. Continuidad y conexión. Teorema del valor intermedio. Espacios arcoconexos. Componentes conexas arcoconexas.

Dedicación: 21h

Grupo grande/Teoría: 5h

Grupo mediano/Prácticas: 3h

Aprendizaje autónomo: 13h

Introducción a la homotopía

Descripción:

Introducción a la homotopía de aplicaciones continuas. Espacios contráctiles. Retractos de deformación. El conjunto de las clases de homotopía $[X, Y]$. El grupo abeliano $[S^1, S^1]$: grado de una aplicación.

Dedicación: 22h

Grupo grande/Teoría: 5h

Grupo mediano/Prácticas: 4h

Aprendizaje autónomo: 13h

Aplicaciones a la topología del plano

Descripción:

Índice de una curva cerrada. Teoremas de Poincaré-Böhl y Rouché. Teorema del punto fijo de Brouwer. El teorema fundamental del álgebra. El teorema de Borsuk-Ulam. Invariancia de la dimensión.

Dedicación: 22h

Grupo grande/Teoría: 5h

Grupo mediano/Prácticas: 4h

Aprendizaje autónomo: 13h

Clasificación de superficies compactas

Descripción:

Triangulación de superficies compactas. Superficies poligonales. Superficies estandar. Suma conexa de superficies. Teorema de clasificación. Orientación, género y característica de Euler.

Dedicación: 17h 30m

Grupo grande/Teoría: 7h

Grupo mediano/Prácticas: 1h

Aprendizaje autónomo: 9h 30m

SISTEMA DE CALIFICACIÓN

Se realizarán 2 actos de evaluación: un Examen Parcial (EP) y un Examen Final (EF). La Nota Final (NF) de la asignatura será:

$$NF = \max\{EF; (0,75)EF + (0,25)EP\}$$

BIBLIOGRAFÍA

Básica:

- Kosniowski, Czes. Topología algebraica. Barcelona: Reverté, 1992. ISBN 9788429150988.
- Munkres, James R. Topología. 2a ed. Madrid: Prentice-Hall, 2002. ISBN 8420531804.
- Pascual Gainza, P.; Roig, A. Topologia [en línea]. Barcelona: Edicions UPC, 2004 [Consulta: 21/05/2020]. Disponible a: <http://hdl.handle.net/2099.3/36790>. ISBN 8483017504.
- Sieradski, A. An introduction to topology and homotopy. Boston: PWS-KENT, 1992. ISBN 0534929605.
- Viro, O. Ya [et al.]. Elementary topology : problem textbook [en línea]. Providence: American Mathematical Society, 2008 [Consulta: 27/06/2023]. Disponible a: <https://ebookcentral-proquest-com.recursos.biblioteca.upc.edu/lib/upcatalunya-ebooks/detail.action?pq-origsite=primo&docID=4715680>. ISBN 9780821845066.

Complementaria:

- Jänich, Klaus. Topology. New York: Springer-Verlag, 1984. ISBN 0387908927.
- Massey, William S. A basic course in algebraic topology. New York: Springer-Verlag, 1991. ISBN 038797430X.
- Navarro Aznar, V.; Pascual Gainza, P. Topologia algebraica. Barcelona: Edicions UB, 1999. ISBN 8483381230.
- Wall, C.T.C. A geometric introduction to topology. New York: Dover, 1993. ISBN 0486678504.

Guía docente

200202 - TOPA - Topología Algebraica

Última modificación: 29/05/2025

Unidad responsable: Facultad de Matemáticas y Estadística
Unidad que imparte: 749 - MAT - Departamento de Matemáticas.
Titulación: GRADO EN MATEMÁTICAS (Plan 2009). (Asignatura optativa).
Curso: 2025 **Créditos ECTS:** 6.0 **Idiomas:** Catalán

PROFESORADO

Profesorado responsable: JOSEP ALVAREZ MONTANER

Otros:

CAPACIDADES PREVIAS

- * Las adquiridas en el curso de la asignatura de Topología.
- * Las adquiridas en el curso de la asignatura de Geometría afín y euclidiana.
- * Las adquiridas en el curso de la asignatura de Estructuras algebraicas.
- * Las habilidades de uso y programación adquiridas con el diverso software de cálculo simbólico y numérico y de representación gráfica serán útiles.

COMPETENCIAS DE LA TITULACIÓN A LAS QUE CONTRIBUYE LA ASIGNATURA

Específicas:

3. CE-2. Resolver problemas de Matemáticas, mediante habilidades de cálculo básico y otros, planificando su resolución en función de las herramientas de que se disponga y de las restricciones de tiempo y recursos.
4. CE-4. Desarrollar programas que resuelvan problemas matemáticos utilizando para cada caso el entorno computacional adecuado.
5. Capacitar para resolver problemas de ámbito académico, técnico, financiero o social mediante métodos matemáticos.

Genéricas:

1. CB-4. Poder transmitir información, ideas, problemas y soluciones del ámbito matemático y científico-tecnológico a un público tanto especializado como no especializado.
2. Haber desarrollado aquellas habilidades de aprendizaje necesarias para emprender estudios multidisciplinarios posteriores con un alto grado de autonomía en disciplinas científicas en las que las Matemáticas tienen un papel significativo.
6. CG-1. Comprender y utilizar el lenguaje matemático.
7. CG-2. Conocer demostraciones rigurosas de algunos teoremas clásicos en distintas áreas de la Matemática.
8. CG-3. Asimilar la definición de un nuevo objeto matemático, en términos de otros ya conocidos, y ser capaz de utilizar este objeto en diferentes contextos.
9. CG-4. Saber trasladar al lenguaje matemático problemas de otros ámbitos y utilizar esta traslación para resolverlos.
10. CG-6. Detectar deficiencias en el propio conocimiento y superarlas mediante la reflexión crítica y la elección de la mejor actuación para ampliar este conocimiento.

Transversales:

11. COMUNICACIÓN EFICAZ ORAL Y ESCRITA: Comunicarse de forma oral y escrita con otras personas sobre los resultados del aprendizaje, de la elaboración del pensamiento y de la toma de decisiones; participar en debates sobre temas de la propia especialidad.
12. APRENDIZAJE AUTÓNOMO: Detectar deficiencias en el propio conocimiento y superarlas mediante la reflexión crítica y la elección de la mejor actuación para ampliar este conocimiento.

METODOLOGÍAS DOCENTES

La mitad de las horas de clase se dedicarán a la presentación por parte del profesor de los contenidos teóricos de la asignatura. La otra mitad se dedicará a la discusión y resolución de problemas relacionados con estos contenidos, por parte del profesor y del estudiantado, así como a la presentación de tareas de desarrollo específicas escogidas y desarrolladas por el estudiantado dentro de la oferta realizada por la profesora y de común acuerdo con ésta.

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE DE LA ASIGNATURA

- * Conocer las teorías homológicas mas simples (homología simplicial y singular) y saber calcularlas para un amplio abanico de espacios topológicos.
- * Conocer diversas aplicaciones geométricas de la homología singular.
- * Conocer el concepto de variedad topológica de dimensión finita general y en relación a ésta considerar la homología local, y la noción de orientación, y establecer el teorema de la dimensión.
- * Conocer el grupo fundamental como a herramienta esencial para estudiar los espacios topológicos, comprendiendo su relación con el primer grupo de homología.
- * Conocer el cálculo del grupo fundamental par a un amplio abanico de espacios topológicos y versiones.
- * Comprender la interrelación entre diferentes áreas de la matemática y, en particular mediante ejemplos concretos que se pueden resolver problemas topológicos utilizando herramientas algebraicas y recíprocamente.

HORAS TOTALES DE DEDICACIÓN DEL ESTUDIANADO

Tipo	Horas	Porcentaje
Horas grupo pequeño	30,0	20.00
Horas grupo grande	30,0	20.00
Horas aprendizaje autónomo	90,0	60.00

Dedicación total: 150 h

CONTENIDOS

Preliminares Algebraicos

Descripción:

Algoritmo de clasificación de grupos abelianos finitamente generados.
Complejos de grupos abelianos.
Homología d'un complejo.
Homotopía entre morfismos de complejos.
Sucesión exacta larga de homología.

Dedicación: 10h

Grupo mediano/Prácticas: 4h
Aprendizaje autónomo: 6h

Homología Simplicial

Descripción:

Poliedros y espacios triangulables.
Homología simplicial de un espacio triangulable.
Interpretación de H_0 .

Dedicación: 14h

Grupo grande/Teoría: 4h
Grupo mediano/Prácticas: 4h
Aprendizaje autónomo: 6h

Homología Singular

Descripción:

Complejo de cadenas singulares y homología singular de un espacio topológico.
Homotopía de aplicaciones continuas.
Invariancia homotópica.
Teorema de las cadenas pequeñas.
Sucesión de Mayer-Vietoris.
Homología de las esferas.

Dedicación: 41h

Grupo grande/Teoría: 10h
Grupo mediano/Prácticas: 9h
Aprendizaje autónomo: 22h

Variedades topológicas

Descripción:

Homología local.
Invariancia de la dimensión.
Orientación.

Dedicación: 17h

Grupo grande/Teoría: 5h
Grupo mediano/Prácticas: 4h
Aprendizaje autónomo: 8h

Grupo fundamental y espacios recubridores

Descripción:

Grupo fundamental de un espacio topológico.
Invariancia homotópica.
El teorema de Seifert-Van Kampen.
El teorema de Hurewicz.
Espacio recubridor de un espacio topológico
Grupo fundamental de un espacio recubridor
Recubridor universal y problema de clasificación.

Dedicación: 40h 40m

Grupo grande/Teoría: 10h
Grupo mediano/Prácticas: 9h
Aprendizaje autónomo: 21h 40m

SISTEMA DE CALIFICACIÓN

La evaluación de la asignatura se basará en el trabajo desarrollado por el estudiantado en la clase de Problemas más la realización de algún trabajo durante el curso (evaluación continua, hasta un 60% de la nota global), y la superación de una prueba final, que consistirá en un examen o la realización de un trabajo más elaborado. La alumna o alumno que lo desee podrá decidir prescindir de la evaluación continua y realizar únicamente un examen final.

BIBLIOGRAFÍA

Básica:

- Massey, William S. A Basic course in algebraic topology. New York: Springer-Verlag, cop. 1991. ISBN 038797430X.
- Navarro, V.; Pascual, P. Topología algebraica. Barcelona: Edicions Universitat de Barcelona, 1999. ISBN 8483381230.
- Vick, James W. Homology theory : an introduction to algebraic topology. 2nd ed. New York [etc.]: Springer-Verlag, cop. 1994. ISBN 0387941266.
- Kosniowski, Czes. Topología algebraica. Barcelona: Reverté, cop. 1986. ISBN 8429150986.
- Bott, R.; Tu, L. Differential forms in algebraic topology. ISBN 978144197400.

Complementaria:

- Munkres, James R. Elements of algebraic topology. The Benjamin/Cummings Publishing Company, 1984. ISBN 0201045869.
- Hatcher, Allen. Algebraic topology. Cambridge ; New York: Cambridge University Press, 2002. ISBN 0521795400.
- Maunder, Charles Richard Francis. Algebraic topology. Mineola, New York: Dover, 1996. ISBN 0486691314.
- Bredon, Glen E. Topology and geometry. New York [etc.]: Springer-Verlag, cop. 1993. ISBN 0387979263.
- Castellet, Manuel. Introducció a la topologia algebraica. Bellaterra: Universitat Autònoma de Barcelona, Servei de Publicacions, 1994. ISBN 8449002060.
- Brown, Ronald. Topology and groupoids. Deganwy: [s.n.], 2006. ISBN 1419627228.
- Sato, Hajime. Algebraic topology : an intuitive approach. Providence: American Mathematical Society, 1999. ISBN 0821810464.
- Dieck, Tammo Tom. Algebraic topology [en línea]. Zürich: European Mathematical Society Publ. House, 2008 [Consulta: 27/06/2023]. Disponible a : <https://web-s-ebshost-com.recursos.biblioteca.upc.edu/ehost/ebookviewer/ebook?sid=d11bb5e6-67c1-4762-94ab-a5cc53cb95ee%40redis&vid=0&format=EB>. ISBN 9783037190487.
- Fomenko, A.T.; Fuchs, Dmitry. Homotopical topology [en línea]. 2nd ed. Cham: Springer, 2016 [Consulta: 27/06/2023]. Disponible a : <https://ebookcentral-proquest-com.recursos.biblioteca.upc.edu/lib/upcatalunya-ebooks/detail.action?pq-origsite=primo&docID=5595981>. ISBN 9783319234878.

Bachelor's degree in Mathematics

SCHOOL OF MATHEMATICS AND STATISTICS (FME)

The **bachelor's degree in Mathematics** is a rigorous course that will provide you with comprehensive training in the core disciplines of mathematics and their applications. If your goal is to do research, you will be well equipped to join leading groups conducting research in mathematics, engineering and technology, natural and health sciences, or the social sciences. You will be able to pursue a career in business or industry, or in banking and finance, consulting, health or services – all sectors in which mathematicians are increasingly valued for their training and ability to learn. If you are interested in teaching, after completing a master's level teacher-training course, you will be able to teach mathematics at secondary schools.

GENERAL DETAILS

Duration

4 academic years

Study load

240 ECTS credits (including the bachelor's thesis). One credit is equivalent to a study load of 25-30 hours.

Delivery

Face-to-face

Admission mark 2025-2026 academic year

12,644

Timetables

Mornings

Language of instruction

Check the language of instruction for each subject (and timetable) in the course guide in the curriculum.

Information on [language use in the classroom and students' language rights](#).

Fees and grants

Approximate fees per academic year: €1,061 (€1,800 for non-EU residents). [Consult the public fees system based on income \(grants and payment options\)](#).

Location

[School of Mathematics and Statistics \(FME\)](#)

Official degree

[Recorded in the Ministry of Education's degree register](#)

ADMISSION

Places

75

Pre-enrolment code

31040

Places via a change of degree

Admission mark 2025-2026 academic year12,644. [Admission mark](#)**Weighting. University entrance examinations (PAU)**[Weighting. University entrance examinations \(PAU\)](#)**Registration and enrolment**[What are the requirements to enrol in a bachelor's degree course?](#)**CFGS credit transfer**[Consult the university studies search engine of the Universities Channel of the Generalitat de Catalunya](#)**Legalisation of foreign documents**All documents issued in non-EU countries must be [legalised and bear the corresponding apostille](#).**CURRICULUM**

Subjects	ECTS credits	Type
FIRST SEMESTER		
Computer Science	7.5	Compulsory
Fundamentals of Mathematics	7.5	Compulsory
Linear Algebra	7.5	Compulsory
Single Variable Calculus	7.5	Compulsory
SECOND SEMESTER		
Affine and Euclidean Geometry	7.5	Compulsory
Differential Calculus	7.5	Compulsory
Discrete Mathematics	7.5	Compulsory
Numerical Linear Algebra	7.5	Compulsory
THIRD SEMESTER		
Algorithmics	7.5	Compulsory
Integral Calculus	7.5	Compulsory
Mathematical Programming	7.5	Compulsory
Multilinear Algebra and Geometry	7.5	Compulsory
FOURTH SEMESTER		
Complex Variable Functions	7.5	Compulsory
Physics	7.5	Compulsory
Real Analysis	7.5	Compulsory
Topology	7.5	Compulsory
FIFTH SEMESTER		
Algebraic Structures	7.5	Compulsory
Numerical Calculus	7.5	Compulsory
Ordinary Differential Equations	7.5	Compulsory
Probability Theory	7.5	Compulsory
SIXTH SEMESTER		

Subjects	ECTS credits	Type
Differential Geometry	7.5	Compulsory
Mathematical Models in Physics	7.5	Compulsory
Partial Differential Equations	7.5	Compulsory
Statistics	7.5	Compulsory
SEVENTH SEMESTER		
Mathematical Models in Technology	9	Compulsory
Abstract Algebra	3	Optional
Algorithmics and Compelxity	6	Optional
Bayesian Methods	6	Optional
Combinatorics and Graph Theory	6	Optional
Cryptology	6	Optional
Data Engineering and Blockchain	3	Optional
Data Science Applied to Finance	3	Optional
Differentiable Manifolds	6	Optional
Dynamical Systems	6	Optional
Experimental Design	6	Optional
Files and Databases	6	Optional
Galois Theory	6	Optional
Generalised Linear Models	6	Optional
Industrial Statistics	6	Optional
Linear Models	6	Optional
Mathematics Applied to Music	3	Optional
Mathematics for Education and Dissemination	6	Optional
Mathematics of Digital Technologies	3	Optional
Numerical Methods for Differential Equations	6	Optional
Statistical Methods for Data Mining	6	Optional
Statistical Methods for Finance and Insurance	6	Optional
Time Series Analysis	6	Optional
EIGHTH SEMESTER		
Algebraic Geometry	6	Optional
Algebraic Topology	6	Optional
Computational Modelling	6	Optional
Control Theory	6	Optional
Demography	6	Optional
Econometrics	6	Optional
Engineering Optimisation	6	Optional
Financial Mathematics	6	Optional
Financial Optimisation	6	Optional

Subjects	ECTS credits	Type
Functional Analysis	6	Optional
History of Mathematics	6	Optional
Multivariate Analysis	6	Optional
Music and Mathematics	3	Optional
Non-Parametric and Resampling Methods	6	Optional
Nonlinear Time Series Analysis	6	Optional
Quantum Computing	6	Optional
Queueing Theory and Simulation	6	Optional
Statistics for Biosciences	6	Optional
Survival Analysis	6	Optional
Bachelor's Thesis	15	Project

PROFESSIONAL OPPORTUNITIES

Professional opportunities

- Strategic consulting, technology consulting, management of projects and educational programmes.
- Business, industry and services: data analysis, programming and software engineering, market research, planning and management, cryptography and security.
- Research in mathematics: teaching and research at universities and research centres.
- Research in other sciences and in engineering and technology: research centres and laboratories in the public and private sector: computing, communications, robotics, mechanics, biology and medicine.
- Banking, finance, insurance: risk analysis and control, portfolio and fund management, investment management, design and evaluation of financial products, cryptography and security.
- Teaching positions with public and private secondary schools, publishers, and companies in the education sector.

DOUBLE-DEGREE AGREEMENTS

With Escola Superior de Música de Catalunya (ESMUC)

- Bachelor's degree in Mathematics + Higher Music degree

Within the framework of the courses offered by the Interdisciplinary Higher Education Centre (CFIS)

You can also take an interdisciplinary double degree coordinated by the CFIS at two UPC schools.

Further information on the [CFIS website](#)

QUALITY ACCREDITATION

Check the degree's main quality indicators in the University Studies in Catalonia portal of the Catalan University Quality Assurance Agency. Find information on topics such as degree evaluation results, student satisfaction and graduate employment data.

[Further information](#)

ORGANISATION: ACADEMIC CALENDAR AND REGULATIONS

Academic calendar

[General academic calendar for bachelor's, master's and doctoral degrees courses](#)

Academic regulations

[Academic regulations for bachelor's degree courses at the UPC](#)

Language certification and credit recognition

Queries about [language courses and certification](#)

Index

200246 - Abstract Algebra
200005 - Affine and Euclidean Geometry
200204 - Algebraic Geometry
200112 - Algebraic Structures
200202 - Algebraic Topology
200162 - Algorithmics
200231 - Algorithmics and Complexity
200232 - Combinatorics and Graph Theory
200101 - Complex Variable Functions
200011 - Computer Science
200212 - Control Theory
200251 - Data Engineering and Blockchain
200004 - Differential Calculus
200122 - Differential Geometry
200161 - Discrete Mathematics
200213 - Dynamical Systems
200223 - Financial Mathematics
200211 - Functional Analysis
200003 - Fundamentals of Mathematics
200201 - Galois Theory
200241 - History of Mathematics
200006 - Integral Calculus
200002 - Linear Algebra
200171 - Mathematical Models in Physics
200172 - Mathematical Models in Technology
200152 - Mathematical Programming
200255 - Mathematics Applied to Music
200254 - Mathematics for Education and Dissemination
200111 - Multilinear Algebra and Geometry
200252 - Music and Mathematics
200153 - Numerical Calculus
200151 - Numerical Linear Algebra
200248 - Numerical Methods for Differential Equations
200141 - Ordinary Differential Equations
200142 - Partial Differential Equations
200021 - Physics
200131 - Probability Theory
200249 - Quantum Computing
200102 - Real Analysis
200001 - Single Variable Calculus
200132 - Statistics
200121 - Topology

Course guide

200246 - AABS - Abstract Algebra

Last modified: 26/06/2025

Unit in charge: School of Mathematics and Statistics
Teaching unit: 749 - MAT - Department of Mathematics.

Degree: BACHELOR'S DEGREE IN MATHEMATICS (Syllabus 2009). (Optional subject).

Academic year: 2025 **ECTS Credits:** 3.0 **Languages:** Catalan

LECTURER

Coordinating lecturer: Francesc Planas Vilanova

Others:

PRIOR SKILLS

Minimal concepts of algebra, structures, substructures, homomorphisms. Abilities learned in the Fundamentals of Mathematics and Algebraic Structures subjects are perfectly adequate.

REQUIREMENTS

Even though it would not be strictly necessary, it is highly recommended to have previously studied the subject of Algebraic Structures.

DEGREE COMPETENCES TO WHICH THE SUBJECT CONTRIBUTES

Specific:

GM-CE2. CE-2. Solve problems in Mathematics, through basic calculation skills, taking in account tools availability and the constraints of time and resources.

GM-CE4. CE-4. Have the ability to use computational tools as an aid to mathematical processes.

GM-CE6. Ability to solve problems from academic, technical, financial and social fields through mathematical methods.

Generical:

GM-CB5. To have developed those learning skills necessary to undertake further interdisciplinary studies with a high degree of autonomy in scientific disciplines in which Mathematics have a significant role.

GM-CG1. CG-1. Show knowledge and proficiency in the use of mathematical language.

GM-CB4. CB-4. Have the ability to communicate their conclusions, and the knowledge and rationale underpinning these to specialist and non-specialist audiences clearly and unambiguously.

GM-CG2. CG-2. Construct rigorous proofs of some classical theorems in a variety of fields of Mathematics.

GM-CG3. CG-3. Have the ability to define new mathematical objects in terms of others already know and ability to use these objects in different contexts.

GM-CG4. CG-4. Translate into mathematical terms problems stated in non-mathematical language, and take advantage of this translation to solve them.

GM-CG6. CG-6 Detect deficiencies in their own knowledge and pass them through critical reflection and choice of the best action to extend this knowledge.

Transversal:

04 COE. EFFICIENT ORAL AND WRITTEN COMMUNICATION. Communicating verbally and in writing about learning outcomes, thought-building and decision-making. Taking part in debates about issues related to the own field of specialization.

07 AAT. SELF-DIRECTED LEARNING. Detecting gaps in one's knowledge and overcoming them through critical self-appraisal. Choosing the best path for broadening one's knowledge.

TEACHING METHODOLOGY

Two weekly hours, with lecture and problems combined.

LEARNING OBJECTIVES OF THE SUBJECT

The aim of the course is to give a brief introduction to commutative algebra, specifically, that part related to affine k -algebras. We start with Rings, ideals, algebras and modules. Then we introduce and prove the algebra-geometry dictionary. We finish the course by introducing the Groebner basis tool and presenting some open problems in commutative algebra, such as those related to monomial curves, Shimoda rings, etc.

STUDY LOAD

Type	Hours	Percentage
Self study	45,0	60.00
Hours small group	15,0	20.00
Hours large group	15,0	20.00

Total learning time: 75 h

CONTENTS

Rings, ideals and modules.

Description:

In this first part of the course we do a short introduction, refreshment, on ring theory, ideals and modules. It is supposed that this is done in the subject Algebraic Structures. However, just in case, we do a review. Definition of ring, ideals, operations with ideals, generations of ideals. And then, modules.

Full-or-part-time: 25h

Theory classes: 5h

Laboratory classes: 5h

Self study : 15h

Dictionary Algebra-Geometry

Description:

In this chapter we define Affine Varieties.

We prove the dictionary Algebra Geometry.

We present some open problems in Commutative algebra, for instance, those related to monomial curves and Shimoda rings.

Full-or-part-time: 25h

Theory classes: 5h

Laboratory classes: 5h

Self study : 15h



Groebner Basis

Description:

Short introduction the Groebner Basis which allows to perform effective computations.

This should allow to make an approximation and understand the difficulty of the presented open problems.

Full-or-part-time: 25h

Theory classes: 5h

Laboratory classes: 5h

Self study : 15h

GRADING SYSTEM

Final term examination. Work done in class will be considered.

BIBLIOGRAPHY

Basic:

- Cox, D.; Little, J.; O'Shea, D.. Ideals, Varieties and Algorithms. 4th ed. Springer, cop. 1995.
- Atiyah, M.F; MacDonald, I.G.. Introduction to Commutative Algebra. Oxford: Addisson-Wesley., 1969.

Course guide

200005 - GAE - Affine and Euclidean Geometry

Last modified: 29/05/2025

Unit in charge: School of Mathematics and Statistics
Teaching unit: 749 - MAT - Department of Mathematics.

Degree: BACHELOR'S DEGREE IN MATHEMATICS (Syllabus 2009). (Compulsory subject).

Academic year: 2025 **ECTS Credits:** 7.5 **Languages:** Catalan

LECTURER

Coordinating lecturer: FRANCESC D'ASSIS PLANAS VILANOVA

Others:

DEGREE COMPETENCES TO WHICH THE SUBJECT CONTRIBUTES

Specific:

1. CE-2. Solve problems in Mathematics, through basic calculation skills, taking in account tools availability and the constraints of time and resources.
2. CE-3. Have the knowledge of specific programming languages and software.
3. CE-4. Have the ability to use computational tools as an aid to mathematical processes.

Generical:

4. CB-1. Demonstrate knowledge and understanding in Mathematics that is founded upon and extends that typically associated with Bachelor's level, and that provides a basis for originality in developing and applying ideas, often within a research context.
5. CB-2. Know how to apply their mathematical knowledge and understanding, and problem solving abilities in new or unfamiliar environments within broader or multidisciplinary contexts related to Mathematics.
6. CB-3. Have the ability to integrate knowledge and handle complexity, and formulate judgements with incomplete or limited information, but that include reflecting on social and ethical responsibilities linked to the application of their knowledge and judgements.
7. CG-1. Show knowledge and proficiency in the use of mathematical language.
8. CG-2. Construct rigorous proofs of some classical theorems in a variety of fields of Mathematics.
9. CG-3. Have the ability to define new mathematical objects in terms of others already know and ability to use these objects in different contexts.
10. CG-4. Translate into mathematical terms problems stated in non-mathematical language, and take advantage of this translation to solve them.
12. CG-6 Detect deficiencies in their own knowledge and pass them through critical reflection and choice of the best action to extend this knowledge.

Transversal:

11. SELF-DIRECTED LEARNING. Detecting gaps in one's knowledge and overcoming them through critical self-appraisal. Choosing the best path for broadening one's knowledge.

TEACHING METHODOLOGY

(Section not available)

LEARNING OBJECTIVES OF THE SUBJECT

The main goal of the course is to learn the basic concepts of affine and Euclidean geometry and to be able to manipulate them with skill. More specifically, at the content level, it is intended that students:

- Know the classical approach to geometry and at the same time understand and assimilate its modern treatment based on the concepts and methods of Linear Algebra.
- Understand the notion of (real) affine space as a mathematical model of physical space and know in some detail the internals of the model, in particular the notions of linear variety, affine application and the basic examples of affinities.
- Know the notion of reference in an affine space as a tool to describe previous objects in terms of coordinates.
- Understand the notion of metric as a method of formalizing the intuitive notion of distance
- Know all the basic concepts associated with the Euclidean affine space structure (distances, perpendicularity, orthogonal projections,...), as well as the more specific concepts of dimensions 2 and 3 (angles, vector product), and know how to manipulate them (in particular, to calculate areas and volumes).
- Know what displacements are like in a straight line, in a plane and in space.
- Know the geometric figures that correspond to second degree equations in dimension 2 and their main characteristics, as well as some notions referring to the case of dimension 3.
- Know some practical applications of the above concepts, such as applications in physics and technology.)

STUDY LOAD

Type	Hours	Percentage
Hours large group	45,0	24.00
Guided activities	7,5	4.00
Self study	105,0	56.00
Hours small group	30,0	16.00

Total learning time: 187.5 h

CONTENTS

1. AFFINE SPACE

Description:

Affine space, linear varieties, relative positions. Cartesian and baricentric coordinate systems. Simple ratio. Theorems of Thales, Ceva, Menelao and Desargues.

Full-or-part-time: 25h

Theory classes: 9h

Practical classes: 6h

Self study : 10h

2. AFFINE MAPS

Description:

Affine maps. Basic properties. The central theorem of affine geometry. Invariant varieties. Families of affine maps: translations, dilatations, projections and symmetries. Classification of affine maps in dimensions 1 and 2.

Full-or-part-time: 29h 20m

Theory classes: 9h

Practical classes: 7h

Self study : 13h 20m



3. EUCLIDEAN GEOMETRY

Description:

Euclidean space, metrics. Distances, area, angles and volumes. Orthogonality and orthogonal projection. Oriented angles. Cross product. Some classic theorems of plane geometry.

Full-or-part-time: 22h 50m

Theory classes: 6h

Practical classes: 3h 30m

Self study : 13h 20m

4. MOVEMENTS

Description:

Isometries and movements. Study and clasification of movements in dimension 1, 2 and 3.

Full-or-part-time: 16h

Theory classes: 10h

Practical classes: 5h

Self study : 1h

5. CONICS AND QUADRICS

Description:

Adapted coordinate systems. Relevant points and lines. Affine and metric classifications. Detailed study of non-degenerated conics.

Full-or-part-time: 27h 20m

Theory classes: 8h

Practical classes: 6h

Self study : 13h 20m

GRADING SYSTEM

There is a partial examination (EP) and a final examination (EF).

The final grade is: $NF = \max \{EF; 0.8 EF + 0.2 EP\}$

EXAMINATION RULES.

In the written partial and final exams, students may not bring any type of material, except that indicated by the teachers a few days before the exam.

BIBLIOGRAPHY

Basic:

- Audin, M. Geometry. Berlin: Springer Verlag, 2003. ISBN 3540434984.
- Berger, M. Geometry (vol.1; vol.2). Berlin: Springer Verlag, 1987. ISBN 3540116583.
- Hernández, Eugenio. Álgebra y geometría. 2ª ed. Addison-Wesley Iberoamericana/UAM, 1994. ISBN 8478290249.
- Castellet, M.; Llerena, I. Álgebra lineal i geometria. 4a ed. Publicacions de la UAB, 2000. ISBN 847488943X.
- Reventós, Agustí. Affine maps, euclidean motions and quadrics [on line]. London: Springer, 2011 [Consultation: 26/06/2023]. Available on: <https://link-springer-com.recursos.biblioteca.upc.edu/book/10.1007/978-0-85729-710-5>. ISBN 9780857297099.

Complementary:

- Coxeter, H.S.M. Introduction to geometry. 2nd ed. John Wiley and Sons, 1969. ISBN 0471182834.
- Xambó, S. Geometria [on line]. 2a ed. Barcelona: Edicions UPC, 2001 [Consultation: 21/05/2020]. Available on: <http://hdl.handle.net/2099.3/36176>. ISBN 8483015110.
- Hartshorne, R. Geometry : euclid and beyond. Springer-Verlag, 2005. ISBN 0387986502.
- Silvester, J.R. Geometry : ancient and modern. Oxford University Press, 2001. ISBN 9780198508250.

Course guide

200204 - GA - Algebraic Geometry

Last modified: 29/05/2025

Unit in charge: School of Mathematics and Statistics
Teaching unit: 749 - MAT - Department of Mathematics.

Degree: BACHELOR'S DEGREE IN MATHEMATICS (Syllabus 2009). (Optional subject).

Academic year: 2025 **ECTS Credits:** 6.0 **Languages:** Catalan, Spanish

LECTURER

Coordinating lecturer: MIGUEL ANGEL BARJA YAÑEZ

Others:

DEGREE COMPETENCES TO WHICH THE SUBJECT CONTRIBUTES

Specific:

3. CE-2. Solve problems in Mathematics, through basic calculation skills, taking in account tools availability and the constraints of time and resources.
4. CE-4. Have the ability to use computational tools as an aid to mathematical processes.
5. Ability to solve problems from academic, technical, financial and social fields through mathematical methods.

Generical:

1. CB-4. Have the ability to communicate their conclusions, and the knowledge and rationale underpinning these to specialist and non-specialist audiences clearly and unambiguously.
2. To have developed those learning skills necessary to undertake further interdisciplinary studies with a high degree of autonomy in scientific disciplines in which Mathematics have a significant role.
6. CG-1. Show knowledge and proficiency in the use of mathematical language.
7. CG-2. Construct rigorous proofs of some classical theorems in a variety of fields of Mathematics.
8. CG-3. Have the ability to define new mathematical objects in terms of others already know and ability to use these objects in different contexts.
9. CG-4. Translate into mathematical terms problems stated in non-mathematical language, and take advantage of this translation to solve them.
10. CG-6 Detect deficiencies in their own knowledge and pass them through critical reflection and choice of the best action to extend this knowledge.

Transversal:

11. EFFICIENT ORAL AND WRITTEN COMMUNICATION. Communicating verbally and in writing about learning outcomes, thought-building and decision-making. Taking part in debates about issues related to the own field of specialization.
12. SELF-DIRECTED LEARNING. Detecting gaps in one's knowledge and overcoming them through critical self-appraisal. Choosing the best path for broadening one's knowledge.

TEACHING METHODOLOGY

(Section not available)

LEARNING OBJECTIVES OF THE SUBJECT

(Section not available)

STUDY LOAD

Type	Hours	Percentage
Hours small group	30,0	20.00
Self study	90,0	60.00
Hours large group	30,0	20.00

Total learning time: 150 h

CONTENTS

Algebraic plane curves

Description:

Affine and projective algebraic sets. Hilbert's Nullstellensatz. Algebraic curves. Smooth and singular points. Tangent cone. Intersection theory of plane curves. Resultant and intersection multiplicity. Bézout's theorem. Plucker formulae. Cremona transformations.

$Af+Bg$ Noether's theorem. Group structure of the smooth cubic.

Full-or-part-time: 37h 30m

Theory classes: 7h 30m

Laboratory classes: 7h 30m

Self study : 22h 30m

Riemann surfaces

Description:

Riemann surfaces. Morphisms between Riemann surfaces. Degree and ramification. Differential forms. Topological interpretation of the genus. Analytical interpretation of the genus. Desingularization of plane curves: the Riemann surface associated to a plane curve. Riemann-Hurwitz formula. Hyperelliptic curves.

Full-or-part-time: 37h 30m

Theory classes: 7h 30m

Laboratory classes: 7h 30m

Self study : 22h 30m

The Riemann-Roch theorem

Description:

Linear series and divisors. Associate divisors to a function and to a differential form. Canonical linear series: degree and dimension. Riemann-Roch theorem. Applications: elliptic curves, low genus curves, the canonical embedding, Weierstrass points, Jacobian of a curve.

Full-or-part-time: 37h 30m

Theory classes: 7h 30m

Laboratory classes: 7h 30m

Self study : 22h 30m

GRADING SYSTEM

The evaluation of the subject will be based on:

-The work done by the student in Problems class plus the completion of some work set throughout the course (Continuous Assessment, 50% of the overall grade). The student may decide, during the first weeks of the course, to replace the Continuous Assessment with taking a Final Exam.

-The completion of a Final Project for the subject, chosen by the student from among different proposals (50% of the overall grade).

BIBLIOGRAPHY

Basic:

- Fulton, William. Curvas algebraicas : introducción a la geometría algebraica. Barcelona: Reverté, 1971. ISBN 8429150757.
- Griffiths, Phillip A. Introduction to algebraic curves. Providence: American Mathematical Society, cop. 1989. ISBN 0821845306.
- Kirwan, Frances Clare. Complex algebraic curves. Cambridge: Cambridge University Press, 1992. ISBN 0521423538.
- Gibson, Christopher G. Elementary geometry of algebraic curves : an undergraduate introduction. Cambridge: Cambridge University Press, 1998. ISBN 0521646413.
- Casas-Alvero, Eduardo. Algebraic curves, the Brill and Noether way. Springer Verlag, 2019. ISBN 9783030290153.

Complementary:

- Miranda, Rick. Algebraic curves and Riemann surfaces. Providence: American Mathematical Society, 1995. ISBN 0821802682.
- Ghys, Étienne. A Singular mathematical promenade. Lyon: ENS Éditions, 2017. ISBN 9782847889390.

Course guide

200112 - EALG - Algebraic Structures

Last modified: 22/06/2025

Unit in charge: School of Mathematics and Statistics
Teaching unit: 749 - MAT - Department of Mathematics.

Degree: BACHELOR'S DEGREE IN MATHEMATICS (Syllabus 2009). (Compulsory subject).

Academic year: 2025 **ECTS Credits:** 7.5 **Languages:** Catalan

LECTURER

Coordinating lecturer: Jordi Guàrdia

Others:

PRIOR SKILLS

Contents of Foundations of Mathematics: sets and maps; equivalence relations and order relations; permutations; arithmetic of integers and of polynomials; Euclidean algorithm and Bézout's identity; congruences (modular arithmetic); ...
Contents of Linear Algebra: vector space, subspace and quotient vector space; bases; matrices and matrix calculus; ...

REQUIREMENTS

The first year courses Foundations of Mathematics and Linear Algebra

DEGREE COMPETENCES TO WHICH THE SUBJECT CONTRIBUTES

Specific:

1. CE-2. Solve problems in Mathematics, through basic calculation skills, taking in account tools availability and the constraints of time and resources.
2. CE-3. Have the knowledge of specific programming languages and software.
3. CE-4. Have the ability to use computational tools as an aid to mathematical processes.

Generical:

5. CB-1. Demonstrate knowledge and understanding in Mathematics that is founded upon and extends that typically associated with Bachelor's level, and that provides a basis for originality in developing and applying ideas, often within a research context.
6. CB-2. Know how to apply their mathematical knowledge and understanding, and problem solving abilities in new or unfamiliar environments within broader or multidisciplinary contexts related to Mathematics.
7. CB-3. Have the ability to integrate knowledge and handle complexity, and formulate judgements with incomplete or limited information, but that include reflecting on social and ethical responsibilities linked to the application of their knowledge and judgements.
8. CG-1. Show knowledge and proficiency in the use of mathematical language.
9. CG-2. Construct rigorous proofs of some classical theorems in a variety of fields of Mathematics.
10. CG-3. Have the ability to define new mathematical objects in terms of others already know and ability to use these objects in different contexts.
11. CG-4. Translate into mathematical terms problems stated in non-mathematical language, and take advantage of this translation to solve them.

Transversal:

4. SELF-DIRECTED LEARNING. Detecting gaps in one's knowledge and overcoming them through critical self-appraisal. Choosing the best path for broadening one's knowledge.

TEACHING METHODOLOGY

During the theory sessions, the teacher presents the contents of the course. In the laboratory sessions, with fewer students, some problems and practical activities will be worked out.

LEARNING OBJECTIVES OF THE SUBJECT

In this course the student gets exposed to and learns some of the main results about the most common algebraic structures: groups, rings, fields and modules.

STUDY LOAD

Type	Hours	Percentage
Hours large group	45,0	24.00
Hours small group	30,0	16.00
Self study	112,5	60.00

Total learning time: 187.5 h

CONTENTS

Rings

Description:

Basic notions on rings. Ideals. Integral domains. Field of fractions. Factorial, principal and euclidean rings. Polynomial rings. Modular rings. Quadratic rings.

Full-or-part-time: 62h 30m

Theory classes: 15h

Practical classes: 10h

Self study : 37h 30m

Fields

Description:

Basic notions on fields. Elementary examples. Algebraic and transcendental extensions. Number fields. Primitive element theorem. Algebraic closure of a field. Rings of integers. Finite fields and their applications.

Full-or-part-time: 62h 30m

Theory classes: 15h

Practical classes: 10h

Self study : 37h 30m

Groups

Description:

Basic concepts on groups. Classical examples of groups. Action of a group on a set. Sylow subgroups. Representations of groups. Discrete logarithm

Full-or-part-time: 37h 30m

Theory classes: 9h

Practical classes: 6h

Self study : 22h 30m



Modules

Description:

Elementary concepts on modules. Finitely generated modules over principal ideal domains. Applications.

Full-or-part-time: 25h

Theory classes: 6h

Practical classes: 4h

Self study : 15h

GRADING SYSTEM

Along the course we will make some assessed activities, representing the 10% of the final grade of the course. A midterm exam (30%) and a final exam (60%) will complement these activities to yield the final grade. If the final exam grade is higher than this weighted mean, the final grade will be that of the exam.

Students failing the course have an extraordinary exam at the end of the academic year.

BIBLIOGRAPHY

Basic:

- Garrett, P.B. Abstract algebra [on line]. Boca Raton: Chapman & Hall/CRC, 2008 [Consultation: 16/06/2025]. Available on: http://www.math.umn.edu/~garrett/m/algebra/Whole_with_TOC.pdf. ISBN 9781584886891.
- Lee, Gregory T. Abstract algebra : an introductory course. Springer, 2018. ISBN 9783319776484.
- Fraleigh, John B. A First course in abstract algebra. 7th ed. Essex: Pearson Education, 2014. ISBN 9781292024967.
- Paulsen, W. Abstract algebra : an interactive approach [on line]. CRC Press, 2016 [Consultation: 16/06/2025]. Available on: <https://www.taylorfrancis-com.recursos.biblioteca.upc.edu/books/mono/10.1201/9781315370972/abstract-algebra-william-paulsen>. ISBN 9781498719773.

Complementary:

- Artin, Michael. Algebra. 2nd. Boston: Prentice-Hall, 2011. ISBN 9780132413770.
- Lang, Serge. Algebra. 3rd ed. New York: Springer, 2002. ISBN 038795385X.
- Hungerford, T.W. Algebra. New York: Springer-Verlag, 1974. ISBN 0387905189.
- Allenby, R. B. J. T. Rings, fields and groups : an introduction to abstract algebra. London: Edward Arnold, 1983. ISBN 0713134763.

RESOURCES

Computer material:

- Sage Math. Software for experimentation in algebra and geometry

Hyperlink:

- Expository papers by K. Conrad: <https://kconrad.math.uconn.edu/blurbs/>. Collection of notes by K. Conrad
- Magma Calculator. Resource

Course guide

200202 - TOPA - Algebraic Topology

Last modified: 29/05/2025

Unit in charge: School of Mathematics and Statistics
Teaching unit: 749 - MAT - Department of Mathematics.

Degree: BACHELOR'S DEGREE IN MATHEMATICS (Syllabus 2009). (Optional subject).

Academic year: 2025 **ECTS Credits:** 6.0 **Languages:** Catalan

LECTURER

Coordinating lecturer: JOSEP ALVAREZ MONTANER

Others:

PRIOR SKILLS

The abilities acquired in the Topology module.
The abilities acquired in the Affine and Euclidean Geometry module.
The abilities acquired in the Algebraic Structures module.
The user and programmer abilities with diverse software platforms used in several modules for symbolic and numerical calculus and graphical representation will be useful.

DEGREE COMPETENCES TO WHICH THE SUBJECT CONTRIBUTES

Specific:

3. CE-2. Solve problems in Mathematics, through basic calculation skills, taking in account tools availability and the constraints of time and resources.
4. CE-4. Have the ability to use computational tools as an aid to mathematical processes.
5. Ability to solve problems from academic, technical, financial and social fields through mathematical methods.

Generical:

1. CB-4. Have the ability to communicate their conclusions, and the knowledge and rationale underpinning these to specialist and non-specialist audiences clearly and unambiguously.
2. To have developed those learning skills necessary to undertake further interdisciplinary studies with a high degree of autonomy in scientific disciplines in which Mathematics have a significant role.
6. CG-1. Show knowledge and proficiency in the use of mathematical language.
7. CG-2. Construct rigorous proofs of some classical theorems in a variety of fields of Mathematics.
8. CG-3. Have the ability to define new mathematical objects in terms of others already know and ability to use these objects in different contexts.
9. CG-4. Translate into mathematical terms problems stated in non-mathematical language, and take advantage of this translation to solve them.
10. CG-6 Detect deficiencies in their own knowledge and pass them through critical reflection and choice of the best action to extend this knowledge.

Transversal:

11. EFFICIENT ORAL AND WRITTEN COMMUNICATION. Communicating verbally and in writing about learning outcomes, thought-building and decision-making. Taking part in debates about issues related to the own field of specialization.
12. SELF-DIRECTED LEARNING. Detecting gaps in one's knowledge and overcoming them through critical self-appraisal. Choosing the best path for broadening one's knowledge.

TEACHING METHODOLOGY

Half of the class time will be devoted to lectures about the theoretical contents of the module, delivered by the lecturer. The other half will be devoted to the discussion and solution of problems related to these contents by the lecturer and the students, and also to the presentation of specific enhancement tasks chosen and developed by the students among the offer made available by the lecturer subject to agreement with her.

LEARNING OBJECTIVES OF THE SUBJECT

- * To be acquainted with the most basic homology theories (simplicial and singular) and computing them for a wide range of topological spaces and variants of the theory.
- * To be acquainted with several geometrical applications of singular homology.
- * To be acquainted with the concept of topological manifold for a general finite dimension, and in this context, with those of local homology, orientations, and with the dimension theorem.
- * To be acquainted with the fundamental group as an essential tool to study topological spaces, also by understanding its relation with the first homology group.
- * To be acquainted with the computation of the fundamental group for a wide range of topological spaces and versions.
- * To understand the intertwining between different areas of mathematics and , in particular, to understand how topological problems can be solved by algebraic means and viceversa.

STUDY LOAD

Type	Hours	Percentage
Hours large group	30,0	20.00
Self study	90,0	60.00
Hours small group	30,0	20.00

Total learning time: 150 h

CONTENTS

Algebraic Preliminaries

Description:

Finitely generated abelian groups and the classification algorithm.

Abelian groups: complexes.

Homology of complexes.

Homotopies between morphisms of complexes.

Homology long exact sequence.

Full-or-part-time: 10h

Practical classes: 4h

Self study : 6h

Simplicial Homology

Description:

Polyhedra and triangulable spaces.
Simplicial homology of triangulable spaces.
Interpretation of H_0 .

Full-or-part-time: 14h

Theory classes: 4h
Practical classes: 4h
Self study : 6h

Singular Homology

Description:

Singular chain complex of a topological space. Singular homology of a topological space.
Continuous maps homotopies.
Homotopical invariance.
Small chains theorem.
Mayer-Vietoris long exact sequence.
The singular homology of the spheres.

Full-or-part-time: 41h

Theory classes: 10h
Practical classes: 9h
Self study : 22h

Topological manifolds

Description:

Local homology.
Dimension invariance.
Orientation.

Full-or-part-time: 17h

Theory classes: 5h
Practical classes: 4h
Self study : 8h

The Fundamental Group and covering spaces

Description:

The fundamental group of a topological space.
Homotopical invariance.
The fundamental group of the circle.
The Seifert-Van Kampen theorem.
The Hurewicz isomorphism.
The covering space of a topological space.
The fundamental group of a covering space
Universal covering and the classification problem

Full-or-part-time: 40h 40m

Theory classes: 10h
Practical classes: 9h
Self study : 21h 40m

GRADING SYSTEM

Work in Problem classes, projects during the term and a final work or exam. The student can request a final exam. The qualification of the course will be based on the work done by the student in the class of problems, the elaboration of some small project during the course (continuous assessment , up to 60% of the overall mark) , and a final test , which will consist of an exam or the preparation of a project. Students may decide to perform only a final exam.

BIBLIOGRAPHY

Basic:

- Massey, William S. A Basic course in algebraic topology. New York: Springer-Verlag, cop. 1991. ISBN 038797430X.
- Navarro, V.; Pascual, P. Topologia algebraica. Barcelona: Edicions Universitat de Barcelona, 1999. ISBN 8483381230.
- Vick, James W. Homology theory : an introduction to algebraic topology. 2nd ed. New York [etc.]: Springer-Verlag, cop. 1994. ISBN 0387941266.
- Kosniowski, Czes. Topología algebraica. Barcelona: Reverté, cop. 1986. ISBN 8429150986.
- Bott, R.; Tu, L. Differential forms in algebraic topology. ISBN 978144197400.

Complementary:

- Munkres, James R. Elements of algebraic topology. The Benjamin/Cummings Publishing Company, 1984. ISBN 0201045869.
- Hatcher, Allen. Algebraic topology. Cambridge ; New York: Cambridge University Press, 2002. ISBN 0521795400.
- Maunder, Charles Richard Francis. Algebraic topology. Mineola, New York: Dover, 1996. ISBN 0486691314.
- Bredon, Glen E. Topology and geometry. New York [etc.]: Springer-Verlag, cop. 1993. ISBN 0387979263.
- Castellet, Manuel. Introducció a la topologia algebraica. Bellaterra: Universitat Autònoma de Barcelona, Servei de Publicacions, 1994. ISBN 8449002060.
- Brown, Ronald. Topology and groupoids. Deganwy: [s.n.], 2006. ISBN 1419627228.
- Sato, Hajime. Algebraic topology : an intuitive approach. Providence: American Mathematical Society, 1999. ISBN 0821810464.
- Dieck, Tammo Tom. Algebraic topology [on line]. Zürich: European Mathematical Society Publ. House, 2008 [Consultation: 27/06/2023]. Available on : <https://web-s-ebshost-com.recursos.biblioteca.upc.edu/ehost/ebookviewer/ebook?sid=d11bb5e6-67c1-4762-94ab-a5cc53cb95ee%40redis&vid=0&format=EB>. ISBN 9783037190487.
- Fomenko, A.T.; Fuchs, Dmitry. Homotopical topology [on line]. 2nd ed. Cham: Springer, 2016 [Consultation: 27/06/2023]. Available on : <https://ebookcentral-proquest-com.recursos.biblioteca.upc.edu/lib/upcatalunya-ebooks/detail.action?pq-origsite=primo&docID=5595981>. ISBN 9783319234878.

Course guide

200162 - ALGO - Algorithmics

Last modified: 29/05/2025

Unit in charge: School of Mathematics and Statistics
Teaching unit: 723 - CS - Department of Computer Science.
Degree: BACHELOR'S DEGREE IN MATHEMATICS (Syllabus 2009). (Compulsory subject).
Academic year: 2025 **ECTS Credits:** 7.5 **Languages:** Catalan

LECTURER

Coordinating lecturer: SALVADOR ROURA FERRET

Others:

DEGREE COMPETENCES TO WHICH THE SUBJECT CONTRIBUTES

Specific:

1. CE-2. Solve problems in Mathematics, through basic calculation skills, taking in account tools availability and the constraints of time and resources.
2. CE-3. Have the knowledge of specific programming languages and software.
3. CE-4. Have the ability to use computational tools as an aid to mathematical processes.

Generical:

4. CB-1. Demonstrate knowledge and understanding in Mathematics that is founded upon and extends that typically associated with Bachelor's level, and that provides a basis for originality in developing and applying ideas, often within a research context.
5. CB-2. Know how to apply their mathematical knowledge and understanding, and problem solving abilities in new or unfamiliar environments within broader or multidisciplinary contexts related to Mathematics.
6. CB-3. Have the ability to integrate knowledge and handle complexity, and formulate judgements with incomplete or limited information, but that include reflecting on social and ethical responsibilities linked to the application of their knowledge and judgements.
7. CG-1. Show knowledge and proficiency in the use of mathematical language.
8. CG-2. Construct rigorous proofs of some classical theorems in a variety of fields of Mathematics.
9. CG-3. Have the ability to define new mathematical objects in terms of others already know and ability to use these objects in different contexts.
10. CG-4. Translate into mathematical terms problems stated in non-mathematical language, and take advantage of this translation to solve them.
12. CG-6 Detect deficiencies in their own knowledge and pass them through critical reflection and choice of the best action to extend this knowledge.

Transversal:

11. SELF-DIRECTED LEARNING. Detecting gaps in one's knowledge and overcoming them through critical self-appraisal. Choosing the best path for broadening one's knowledge.

TEACHING METHODOLOGY

(Section not available)

LEARNING OBJECTIVES OF THE SUBJECT

(Section not available)



STUDY LOAD

Type	Hours	Percentage
Self study	112,5	60.00
Hours large group	45,0	24.00
Hours small group	30,0	16.00

Total learning time: 187.5 h

CONTENTS

COST OF ALGORITHMS

Description:

Asymptotic Notation. Analysis of the cost of recursive and iterative algorithms. Recurrences.

ALGORITHMIC TECHNIQUES

Description:

Brute force. Divide-and-conquer. Greedy algorithms. Dynamic programming.

USE OF BASIC DATA STRUCTURES

Description:

Stacks and queues. Priority queues. Sets and maps.

IMPLEMENTATION OF BASIC DATA STRUCTURES

Description:

Heaps. Hash tables. Balanced search trees. MF-sets.

ALGORITHMS ON GRAPHS

Description:

Representation. Breadth-first search and depth-first search, connectivity. Optimal paths. Minimum spanning trees.

GRADING SYSTEM

The final subject mark will be worked out as $2T/5 + 2L/5 + P/5$, where T is the theory mark, L is the laboratory mark and P is the mark of the projects. The three marks are obtained independently.

To calculate the theory mark, two conventional exams on paper will be done, a midterm and a final exam, assessing the student knowledge on the subject as well as his problem solving skills. Be PT and FT their respective marks. Then, $T = \text{Maximum}(PT/3 + 2FT/3, FT)$.

For the laboratory mark, the students will be asked to do two exams on the computer, in which they will have to program the solution to some diverse algorithmical problems. It will be especially taken into account that the proposed program is correct, efficient, clear and that it uses the proper algorithmic schemes and data structures. Be PL the midterm laboratory exam mark and FL the final laboratory exam mark. Then, $L = \text{Maximum}(PL/3 + 2FL/3, FL)$.

Additionally, there will be a projects mark, worked out from the average of the marks of the projects handed over during the term.

An extra exam will take place on July for students that failed during the regular semester.

BIBLIOGRAPHY

Basic:

- Cormen, T.H. [et al.]. Introduction to algorithms [on line]. 3rd ed. Cambridge: MIT Press, 2009 [Consultation: 21/06/2023]. Available on: <https://ebookcentral-proquest-com.recursos.biblioteca.upc.edu/lib/upcatalunya-ebooks/detail.action?pq-origsite=primo&docID=3339142>. ISBN 9780262033848.
- Dasgupta S.; Papadimitriou C.; Vazirani U. Algorithms. Boston: Mc Graw Hill Higher Education, 2006. ISBN 9780073523408.
- Josuttis, Nicolai M. The C++ standard library : a tutorial and reference [on line]. 2a ed. Upper Saddle River, NJ: Addison-Wesley, 2012 [Consultation: 14/06/2024]. Available on: <https://ebookcentral-proquest-com.recursos.biblioteca.upc.edu/lib/upcatalunya-ebooks/detail.action?pq-origsite=primo&docID=7115780>. ISBN 9780321623218.
- Sedgewick, R. Algorithms in C++. Parts 1-5: fundamentals, data structures, sorting, searching, and graph algorithms. 3rd ed. Reading, Massachusetts: Addison-Wesley, 2002. ISBN 9780201726848.
- Skiena, Steven S. The Algorithm design manual [on line]. 2nd ed. London: Springer, 2012 [Consultation: 21/06/2023]. Available on: <http://link.springer.com/book/10.1007/978-1-84800-070-4>. ISBN 9781848000698.

Complementary:

- Knuth, Donald E. The Art of computer programming. Vol. 1. 3rd ed. Reading, Massachusetts: Addison-Wesley, 1998. ISBN 0201896834.
- Knuth, Donald E. The Art of computer programming. Vol. 3. 3rd ed. Reading (Mass.): Addison-Wesley, 1998. ISBN 0201038218.
- Meyers, Scott. Effective C++ : 55 specific ways to improve your programs and designs. 3rd ed. Upper Saddle River, NJ: Addison-Wesley, 2005. ISBN 0321334876.
- Meyers, Scott. More effective C++ : 35 new ways to improve your programs and designs. Reading, Massachusetts: Addison-Wesley, 1996. ISBN 020163371X.
- Skiena, S.S.; Revilla, M. Programming challenges : the programming contest training manual [on line]. New York: Springer, 2003 [Consultation: 21/06/2023]. Available on: <https://link.springer-com.recursos.biblioteca.upc.edu/book/10.1007/b97559>. ISBN 0387001638.
- Stroustrup, Bjarne. Programming : principles and practice using C++. Upper Saddle River, NJ: Addison-Wesley, 2009. ISBN 9780321543721.
- Weiss, Mark Allen. Data structures and algorithm analysis in C++. 4th ed. Upper Saddle River: Pearson Education, 2014. ISBN 9780273769385.

Course guide

200231 - AIC - Algorithmics and Compelxity

Last modified: 05/06/2025

Unit in charge: School of Mathematics and Statistics
Teaching unit: 723 - CS - Department of Computer Science.
Degree: BACHELOR'S DEGREE IN MATHEMATICS (Syllabus 2009). (Optional subject).
Academic year: 2025 **ECTS Credits:** 6.0 **Languages:** English

LECTURER

Coordinating lecturer: MARIA JOSE SERNA IGLESIAS

Others:

PRIOR SKILLS

This is an advanced course in algorithmics and complexity. Students are expected to have prior knowledge, at the second year level, of algorithmic techniques, programming and mathematical methods, particularly discrete mathematics and probability.

REQUIREMENTS

The students are expected to have some knowledge of the basic algorithmic techniques, divide and conquer, greedy, linear programming and dynamic programming. Also they are expected to have a mathematical maturity at the level of second year in the FME.

DEGREE COMPETENCES TO WHICH THE SUBJECT CONTRIBUTES

Specific:

- 3. CE-2. Solve problems in Mathematics, through basic calculation skills, taking in account tools availability and the constraints of time and resources.
- 5. Ability to solve problems from academic, technical, financial and social fields through mathematical methods.
- GM-CE1. CE-1. Propose, analyze, validate and interpret simple models of real situations, using the mathematical tools most appropriate to the goals to be achieved.
- GM-CE3. CE-3. Have the knowledge of specific programming languages and software.

Generical:

- GM-CB1. CB-1. Demonstrate knowledge and understanding in Mathematics that is founded upon and extends that typically associated with Bachelor's level, and that provides a basis for originality in developing and applying ideas, often within a research context.
- GM-CB2. CB-2. Know how to apply their mathematical knowledge and understanding, and problem solving abilities in new or unfamiliar environments within broader or multidisciplinary contexts related to Mathematics.
- 8. CG-3. Have the ability to define new mathematical objects in terms of others already know and ability to use these objects in different contexts.
- GM-CB3. CB-3. Have the ability to integrate knowledge and handle complexity, and formulate judgements with incomplete or limited information, but that include reflecting on social and ethical responsibilities linked to the application of their knowledge and judgements.
- 9. CG-4. Translate into mathematical terms problems stated in non-mathematical language, and take advantage of this translation to solve them.

TEACHING METHODOLOGY

Two hours of theory class and two hours of presentation and discussion of problems by the students.
Students are expected to dedicate a certain number of hours per week to solving the problems proposed in class.

LEARNING OBJECTIVES OF THE SUBJECT

Provide a solid algorithmic basis to address the resolution of computational problems, both in a future professional job in industry or in the academy in the field of discrete mathematics or theoretical computer science.

Revise the basic techniques and data structures used to solve algorithmic problems: divide and conquer, voracious, dynamic programming, heaps, hashing, linear programming. Introduce new topics such as computational complexity, random techniques, approximate algorithms and parameterization.

STUDY LOAD

Type	Hours	Percentage
Hours small group	30,0	20.00
Hours large group	30,0	20.00
Self study	90,0	60.00

Total learning time: 150 h

CONTENTS

Introduction

Description:

Asymptotic notation, algorithms cost analysis. Review and consolidation of the algorithmic technique.

Specific objectives:

Examples of applications of the basic algorithmic techniques.

Related activities:

Problem solving.

Full-or-part-time: 13h

Theory classes: 4h

Practical classes: 4h

Self study : 5h

Computational complexity

Description:

Decidability and undecidability. The classes P, NP and NP-complete. Reductions. Examples of NP-complete problems .

Specific objectives:

Turing Machines, the Halting problem, The word problem. The classes P, NP and EXP. Clique, SAT and variants, Independent set, Vertex cover.

Full-or-part-time: 32h

Theory classes: 6h

Practical classes: 6h

Self study : 20h



Randomized algorithms. Modular arithmetic and primality

Description:

Introduction to randomized algorithms. Primality testing and applications.

Specific objectives:

Examples of random algorithms. Modular arithmetic, MCD, Random generation of prime numbers, Random algorithm for primality testing, Cryptography and RSA.

Related activities:

Problem solving.

Full-or-part-time: 23h

Theory classes: 4h

Practical classes: 4h

Self study : 15h

Approximation algorithms

Description:

Introduction to basic algorithmic techniques in approximation algorithms. Complexity classes and approximability limits.

Specific objectives:

Load balancing, Max cut, Knapsack, Traveling salesman problem. Integer and linear Programming, relax and round technique. Duality and approximation.

Related activities:

Problem solving.

Full-or-part-time: 41h

Theory classes: 8h

Practical classes: 8h

Self study : 25h

Parameterization

Description:

Introduction to the basic techniques to design parameterized algorithms. Parameterized complexity.

Specific objectives:

Parameters and complexity. Bounded search algorithms and kernelization. Graph parameters, treewidth.

Related activities:

Problem solving.

Full-or-part-time: 41h

Theory classes: 8h

Practical classes: 8h

Self study : 25h

GRADING SYSTEM

Two partial exams (P1, P2)

A final exam covering all the course (F).

Problem solving and presentation, participation (C)

The exam mark (E) is $E = F$, if you opt for doing the final exam, or $(P1+P2)/2$ otherwise.

Course mark: $E*0.80+C*0.2$



EXAMINATION RULES.

During the exams you will not be able to access any support material.

BIBLIOGRAPHY

Basic:

- Cormen, Thomas H., Leiserson, Charles Eric, Rivest, Ronald L., Stein, Clifford. Introduction to algorithms [on line]. 4th ed. Cambridge: MIT Press, cop. 2022 [Consultation: 24/05/2024]. Available on: <https://web-p-ebshost-com.recursos.biblioteca.upc.edu/ehost/ebookviewer/ebook?sid=5c0f1538-dfb6-47bd-8ecb-78fb365150f3%40redis&vid=0&format=EK>. ISBN 0262367505.
- Sipser, Michael. Introduction to the theory of computation. 2nd ed. Boston: Thomson Course Technology, cop. 2006. ISBN 0534950973.
- Kleinberg, Jon; Tardos, Éva. Algorithm design. Boston: Pearson, 2014. ISBN 9781292023946.

Complementary:

- Moore, Cristopher; Mertens, Stephan. The Nature of computation. New York: Oxford University Press, cop. 2011. ISBN 9780199233212.
- Cygan, Marek; Saurabh, Saket; Pilipczuk, Marcin; Pilipczuk, Michal; Marx, Dániel; Lokshtanov, Daniel; Kowalik, Lukasz; Fomin, Fedor V. Parameterized algorithms. New York: Springer, 2015. ISBN 9783319212746.
- Vazirani, Vijay V. Approximation algorithms. Berlin: Springer, 2001. ISBN 9783540653677.
- Mitzenmacher, Michael; Upfal, Eli. Probability and computing: randomized algorithms and probabilistic analysis. Cambridge: Cambridge University Press, cop. 2005. ISBN 0521835402.

Course guide

200232 - CITG - Combinatorics and Graph Theory

Last modified: 12/06/2025

Unit in charge: School of Mathematics and Statistics
Teaching unit: 749 - MAT - Department of Mathematics.

Degree: BACHELOR'S DEGREE IN MATHEMATICS (Syllabus 2009). (Optional subject).

Academic year: 2025 **ECTS Credits:** 6.0 **Languages:** English

LECTURER

Coordinating lecturer: Patrick Morris

Others:

REQUIREMENTS

Have taken the discrete mathematics course.

DEGREE COMPETENCES TO WHICH THE SUBJECT CONTRIBUTES

Specific:

3. CE-2. Solve problems in Mathematics, through basic calculation skills, taking in account tools availability and the constraints of time and resources.
4. CE-4. Have the ability to use computational tools as an aid to mathematical processes.
5. Ability to solve problems from academic, technical, financial and social fields through mathematical methods.

Generical:

1. CB-4. Have the ability to communicate their conclusions, and the knowledge and rationale underpinning these to specialist and non-specialist audiences clearly and unambiguously.
2. To have developed those learning skills necessary to undertake further interdisciplinary studies with a high degree of autonomy in scientific disciplines in which Mathematics have a significant role.
6. CG-1. Show knowledge and proficiency in the use of mathematical language.
7. CG-2. Construct rigorous proofs of some classical theorems in a variety of fields of Mathematics.
8. CG-3. Have the ability to define new mathematical objects in terms of others already know and ability to use these objects in different contexts.
9. CG-4. Translate into mathematical terms problems stated in non-mathematical language, and take advantage of this translation to solve them.
10. CG-6 Detect deficiencies in their own knowledge and pass them through critical reflection and choice of the best action to extend this knowledge.

Transversal:

11. EFFICIENT ORAL AND WRITTEN COMMUNICATION. Communicating verbally and in writing about learning outcomes, thought-building and decision-making. Taking part in debates about issues related to the own field of specialization.
12. SELF-DIRECTED LEARNING. Detecting gaps in one's knowledge and overcoming them through critical self-appraisal. Choosing the best path for broadening one's knowledge.

TEACHING METHODOLOGY

There will be theory and problem classes. Emphasis will be placed on student work during the course through problem solving.

LEARNING OBJECTIVES OF THE SUBJECT

The main objective is to complete the student's training in discrete mathematics. For this reason, topics considered fundamental and that illustrate the various combinatorial and modern graph theory techniques have been chosen. This subject is a good preparation for taking more specialized discrete mathematics subjects in master's studies.

STUDY LOAD

Type	Hours	Percentage
Hours small group	30,0	20.00
Hours large group	30,0	20.00
Self study	90,0	60.00

Total learning time: 150 h

CONTENTS

1. The symbolic method

Full-or-part-time: 25h

Theory classes: 5h

Laboratory classes: 5h

Self study : 15h

2. Enumeration with symmetries

Full-or-part-time: 15h

Theory classes: 3h

Laboratory classes: 3h

Self study : 9h

3. Finite geometry

Full-or-part-time: 30h

Theory classes: 6h

Laboratory classes: 6h

Self study : 18h

4. Graph connectivity

Full-or-part-time: 20h

Theory classes: 4h

Laboratory classes: 4h

Self study : 12h

5. Matching

Full-or-part-time: 20h

Theory classes: 4h

Laboratory classes: 4h

Self study : 12h

6. Graph coloring

Full-or-part-time: 20h

Theory classes: 4h

Laboratory classes: 4h

Self study : 12h

7. Extremal graph theory

Full-or-part-time: 20h

Theory classes: 4h

Laboratory classes: 4h

Self study : 12h

GRADING SYSTEM

- Midterm exam (contents 1, 2 and 3) (P)
- Final exam (either contents 4, 5, 6 and 7, or all the contents) (F)
- Final score: $\text{Max} \{(P+F) / 2, F\}$

BIBLIOGRAPHY

Basic:

- Flajolet, Philippe; Sedgewick, Robert. Analytic combinatorics [on line]. Cambridge: Cambridge University Press, 2009 [Consultation: 27/06/2023]. Available on : <https://ebookcentral-proquest-com.recursos.biblioteca.upc.edu/lib/upccatalunya-ebooks/detail.action?pq-origsite=primo&docID=412737>. ISBN 9780521898065.
- Cameron, Peter J. (Peter Jephson). Combinatorics : topics, techniques, algorithms. Cambridge: Cambridge University Press, 1994. ISBN 0521457610.
- West, Douglas Brent. Introduction to graph theory. 2nd ed. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, cop. 2001. ISBN 0130144002.
- Diestel, Reinhard. Graph theory. 3rd ed. Berlin [etc.]: Springer, 2005. ISBN 3540261826.

Complementary:

- Bollobás, Béla. Extremal graph theory. Mineola, N.Y: Dover Publications, cop. 2004. ISBN 0486435962.
- Bondy, J. A. ; Murty U.S.R. Graph theory. New York: Springer, 2008. ISBN 9781846289699.
- Lint, Jacobus Hendricus van; Wilson R.M. A Course in combinatorics. 2nd ed. Cambridge: Cambridge University Press, 2001. ISBN 0521803403.
- Lovász, László. Combinatorial problems and exercises. 2nd ed. Providence: AMS Chelsea Publishing, 2007. ISBN 9780821842621.
- Wilson, Robin J. Introduction to graph theory. 5th ed. Harlow: Prentice-Hall, 2010. ISBN 9780273728894.

Course guide

200101 - FVC - Complex Variable Functions

Last modified: 26/06/2025

Unit in charge: School of Mathematics and Statistics
Teaching unit: 749 - MAT - Department of Mathematics.

Degree: BACHELOR'S DEGREE IN MATHEMATICS (Syllabus 2009). (Compulsory subject).

Academic year: 2025 **ECTS Credits:** 7.5 **Languages:** Catalan, Spanish

LECTURER

Coordinating lecturer: Odí Soler i Gibert

Others:

DEGREE COMPETENCES TO WHICH THE SUBJECT CONTRIBUTES

Specific:

1. CE-2. Solve problems in Mathematics, through basic calculation skills, taking in account tools availability and the constraints of time and resources.
2. CE-3. Have the knowledge of specific programming languages and software.
3. CE-4. Have the ability to use computational tools as an aid to mathematical processes.

Generical:

4. CB-1. Demonstrate knowledge and understanding in Mathematics that is founded upon and extends that typically associated with Bachelor's level, and that provides a basis for originality in developing and applying ideas, often within a research context.
5. CB-2. Know how to apply their mathematical knowledge and understanding, and problem solving abilities in new or unfamiliar environments within broader or multidisciplinary contexts related to Mathematics.
6. CB-3. Have the ability to integrate knowledge and handle complexity, and formulate judgements with incomplete or limited information, but that include reflecting on social and ethical responsibilities linked to the application of their knowledge and judgements.
7. CG-1. Show knowledge and proficiency in the use of mathematical language.
8. CG-2. Construct rigorous proofs of some classical theorems in a variety of fields of Mathematics.
9. CG-3. Have the ability to define new mathematical objects in terms of others already know and ability to use these objects in different contexts.
10. CG-4. Translate into mathematical terms problems stated in non-mathematical language, and take advantage of this translation to solve them.
12. CG-6 Detect deficiencies in their own knowledge and pass them through critical reflection and choice of the best action to extend this knowledge.

Transversal:

11. SELF-DIRECTED LEARNING. Detecting gaps in one's knowledge and overcoming them through critical self-appraisal. Choosing the best path for broadening one's knowledge.

TEACHING METHODOLOGY

There are three one hour lectures and two one hour problem sessions per week.

In the theory lectures, the central concepts and results will be covered. In the problem sessions, the most representative problems in the syllabus will be solved. Some problems will be left to solve by the students

LEARNING OBJECTIVES OF THE SUBJECT

Introduce the holomorphic functions of one complex variable.

Apply the theorem of Cauchy and the winding number to the computation of integrals by residues.

Operate with power series, discuss the radius of convergence and the behaviour on the boundary.

Discuss applications of holomorphic functions.

STUDY LOAD

Type	Hours	Percentage
Hours large group	45,0	24.00
Self study	112,5	60.00
Hours small group	30,0	16.00

Total learning time: 187.5 h

CONTENTS

The Complex Plane

Description:

Complex numbers (representation, basic properties, successions, series). The complex plane and its topology.

Full-or-part-time: 19h 30m

Theory classes: 3h

Practical classes: 4h

Self study : 12h 30m

Holomorphic functions

Description:

Complex variable functions. Derivative. Complex derivative. Cauchy-Riemann conditions. Power series. Holomorphic functions. Examples

Full-or-part-time: 41h 30m

Theory classes: 10h

Practical classes: 6h

Self study : 25h 30m

Integration. Cauchy Theorem

Description:

Line integrals. Local Cauchy's theorem. Cauchy's integral formula. Zeros of analytic functions. Consequences.

Full-or-part-time: 41h 30m

Theory classes: 10h

Practical classes: 6h

Self study : 25h 30m

Meromorphic functions. Residue Theorem

Description:

Index of a curve with respect to a point. Homology. Global Cauchy's theorem. Isolated singularities. Laurent series. Residue theorem and applications.

Full-or-part-time: 43h 30m

Theory classes: 11h

Practical classes: 8h

Self study : 24h 30m

Additional topics: Conformal applications, harmonic functions, z-roieman function, approximation of meromorphic functions, analytic prolongation.

Description:

Conformal transformations. Riemann's theorem. Schwarz's reflection principle. Harmonic functions. Dirichlet's problem. The z-roieman function. Theorem of Runge. Analytic prolongation

Full-or-part-time: 41h 30m

Theory classes: 11h

Practical classes: 6h

Self study : 24h 30m

GRADING SYSTEM

There will be a mid-term exam (EP) and a final exam (EF). There will also be an assignment during the lecture period (AC). The final grade (NF) will be given by the formula $NF = \max(EF; 0,30*EP + 0,10*AC + 0,60*EF)$.

An extra exam will take place on July for students that failed during the regular semester

BIBLIOGRAPHY

Basic:

- Stein, E. M. ; Shakarchi, R. Complex analysis. Princeton University Press, 2003. ISBN 0691113858.
- Ahlfors, L. V. Complex analysis : an introduction to the theory of analytic functions of one complex variable. 3rd. McGraw Hill, 1979. ISBN 0070006571.
- Bruna, J. ; Cufí, J. Anàlisi complexa. Publicacions UAB, 2008. ISBN 9788449025594.
- Ortega Cerdà, J. Anàlisi complexa [on line]. Barcelona: Universitat Politècnica de Catalunya. Departament de Matemàtica Aplicada I, 1997 [Consultation: 21/06/2023]. Available on: <http://hdl.handle.net/2117/189905>.

Complementary:

- Beck, M.; Marchesi, G.; Pixton, D.; Sabalka, L. A First course in complex analysis [on line]. San Francisco State University, 2009 [Consultation: 21/06/2023]. Available on: <https://matthbeck.github.io/complex.html>.
- Gamelin, T.W. Complex analysis. Springer, 2001. ISBN 0387950931.
- Conway, J. B. Functions of one complex variable. 2nd. Springer, 1978. ISBN 0387944605.
- Lang, S. Complex analysis. 4th. Springer, 1999. ISBN 0387985921.
- Rudin, W. Real and complex analysis. 3a ed. McGraw Hill, 1974. ISBN 0070542341.

Course guide

200011 - INF - Computer Science

Last modified: 13/06/2025

Unit in charge: School of Mathematics and Statistics
Teaching unit: 723 - CS - Department of Computer Science.

Degree: BACHELOR'S DEGREE IN MATHEMATICS (Syllabus 2009). (Compulsory subject).

Academic year: 2025 **ECTS Credits:** 7.5 **Languages:** Catalan

LECTURER

Coordinating lecturer: MARIA JOSE BLESÀ AGUILERA

Others:

PRIOR SKILLS

Capability for abstract reasoning.

REQUIREMENTS

Knowledge of basic informatics tools at user level.

DEGREE COMPETENCES TO WHICH THE SUBJECT CONTRIBUTES

Specific:

1. CE-2. Solve problems in Mathematics, through basic calculation skills, taking in account tools availability and the constraints of time and resources.
3. CE-4. Have the ability to use computational tools as an aid to mathematical processes.

Generical:

4. CB-1. Demonstrate knowledge and understanding in Mathematics that is founded upon and extends that typically associated with Bachelor's level, and that provides a basis for originality in developing and applying ideas, often within a research context.
5. CB-2. Know how to apply their mathematical knowledge and understanding, and problem solving abilities in new or unfamiliar environments within broader or multidisciplinary contexts related to Mathematics.
6. CB-3. Have the ability to integrate knowledge and handle complexity, and formulate judgements with incomplete or limited information, but that include reflecting on social and ethical responsibilities linked to the application of their knowledge and judgements.
7. CG-1. Show knowledge and proficiency in the use of mathematical language.
9. CG-3. Have the ability to define new mathematical objects in terms of others already know and ability to use these objects in different contexts.
10. CG-4. Translate into mathematical terms problems stated in non-mathematical language, and take advantage of this translation to solve them.
12. CG-6 Detect deficiencies in their own knowledge and pass them through critical reflection and choice of the best action to extend this knowledge.

Transversal:

2. SELF-DIRECTED LEARNING. Detecting gaps in one's knowledge and overcoming them through critical self-appraisal. Choosing the best path for broadening one's knowledge.

TEACHING METHODOLOGY

In the theory classes, the basic theoretical framework necessary for program construction is presented.

These classes also include practical exercises aimed at consolidating theoretical knowledge and designing the algorithms required to solve problems where they can be applied. They are conceived as a series of participatory sessions in which students contribute their ideas and present their solutions.

In the lab sessions, students individually (with support from the instructors) carry out practical programming exercises that demonstrate the use of the concepts taught in theory. These exercises are implemented using the programming languages covered in the course and are executed and stored on the online platform jutge.org.

Throughout the course, theoretical components are introduced that students are expected to assimilate. In this context, we consider that the most appropriate method is problem-solving that requires the newly introduced tool or concept. In this regard, personal work by the student in designing and implementing programs is essential. This effort will be supported by self-learning tools.

As a complement, self-learning tools will be provided so that students can strengthen their programming knowledge during study hours outside the classroom. Specifically, an adapted version of jutge.org, aligned with the course content, will be made available to students. [Jutge.org](https://jutge.org) is a programming self-learning tool developed within the Department of Computer Science at UPC by a team of professors led by Jordi Petit and Salvador Roura.

The course will be taught preferably and mostly in Catalan, although some groups may be offered in Spanish depending on the assigned teaching staff.

LEARNING OBJECTIVES OF THE SUBJECT

The overall objective of the course is that the student be able to write fluently and legibly correct programs to solve problems of medium difficulty, based on processing sequences, and basic difficulty in other areas, in particular problems with mathematical formulation. Another aim is to familiarize students with a computing environment and a current programming language, in this case C++ . Students must learn, first, to design and implement algorithms and, second, to use other tools such as editors and compilers.

Specific objectives:

- Making students feel comfortable and reliable in the design of programs written in an imperative language.
- Learn the basic algorithms with elementary and structured data (prime numbers, gcd, traversals, searching, sorting, matrices ...).
- To apply the inductive method for solving complex problems.
- To use editing, compilation and execution tools to code and run programs.

STUDY LOAD

Type	Hours	Percentage
Self study	105,0	56.00
Hours large group	30,0	16.00
Hours small group	45,0	24.00
Guided activities	7,5	4.00

Total learning time: 187.5 h

CONTENTS

1. The structure of a computer. Procedures and instructions.

Description:

Processes and instructions. Hardware and software. Basic structure of a computer. Computing environment. Programming languages. Compilers and interpreters. Programming and troubleshooting. Programs and algorithms. The software life cycle.

Basic orders in Linux. Text editors.

Full-or-part-time: 15h

Theory classes: 2h 30m

Practical classes: 3h

Self study : 9h 30m

2. Variables and basic instructions.

Description:

Data Types: domain and operations. Kinds of expressions. Assignment. Alternative composition. Iterative composition. Basic algorithms.

Completion and correction.

Basic syntax of the C + +. Writing, compiling and running a program in C + +.

Full-or-part-time: 31h 30m

Theory classes: 5h 30m

Practical classes: 6h

Self study : 20h

3. Treatment sequences.

Description:

The concept of sequence. Traversing and searching. Examples. Traversing and searching schemes.

Full-or-part-time: 41h

Theory classes: 7h

Practical classes: 10h

Self study : 24h

4. Actions and functions.

Description:

Parameter concept. Implementation of mechanisms for parameter passing. Actions and functions. Examples.

Introduction to recursion.

Methods and functions in C + +. Side effects.

Full-or-part-time: 29h 30m

Theory classes: 5h 30m

Practical classes: 5h

Self study : 19h

5. Data not elementary.

Description:

Arrays. Matrix representation. Algorithms for matrix algebra (addition, symmetric matrix, matrix transpose, matrix multiplication). Sorting algorithms (insertion, selection, bubble, radix).

Down design. Efficiency.

The vector class. C ++ syntax.

Full-or-part-time: 41h

Theory classes: 7h

Practical classes: 10h

Self study : 24h

6. Structs.

Description:

Non-homogeneous data. Basic notions of objects. Examples of use.

Full-or-part-time: 28h

Theory classes: 5h

Practical classes: 5h

Self study : 18h

7. Fundamental algorithms.

Description:

Study of well-known fundamental algorithms in Computer Science.

Classification of problems in relation to the existence of algorithmic solutions and their efficiency.

Full-or-part-time: 11h 30m

Theory classes: 3h 30m

Self study : 8h

GRADING SYSTEM

The assessment takes into account the following components:

- Knowledge and use of algorithms and techniques introduced in the course
- Algorithmic problem-resolution.
- Ability to program in C++ and Python simple programs.
- Ability to problem-solving mid-level programming.

There will be a programming partial test (PAR) and a final test (FIN), to take place in the laboratory rooms.

The final grade is calculated according to the formula:

$\max\{ (0.4 \text{ PAR} + 0.6 \text{ FIN}), \text{FIN} \}$

An extra exam will take place on July for students that failed during the regular semester.

EXAMINATION RULES.

The online platform judge.org will also be used for the laboratory exams (midterm and final), thus providing the same programming development environment during the exams as in the weekly lab sessions.

No books and/or notes will be allowed during any of the exams.

BIBLIOGRAPHY

Basic:

- Franch Gutiérrez, Xavier [et al.]. Informàtica bàsica [on line]. 3a ed. Barcelona: Edicions UPC, 2002 [Consultation: 21/05/2020]. Available on: <http://hdl.handle.net/2099.3/36244>. ISBN 8483016605.
- Beekman, George. Introducción a la informática. 6ª ed. Madrid: Pearson Educación, 2005. ISBN 8420543454.
- Savitch, Walter J. Problem solving with C++ [on line]. 8th ed. Boston: Addison Wesley, 2012 Available on: https://discovery.upc.edu/discovery/fulldisplay?docid=alma991004158189706711&context=L&vid=34CSUC_UPC:VU1&lang=ca. ISBN 9780321412690.
- Oualline, Steve. Practical C++ programming [on line]. O'Reilly, 2003 [Consultation: 15/06/2023]. Available on: <https://ebookcentral-proquest-com.recursos.biblioteca.upc.edu/lib/upcatalunya-ebooks/detail.action?pq-origsite=primo&docID=540759>. ISBN 9780596523145.
- Lutz, Mark. Learning Python [on line]. O'Reilly, 2009 [Consultation: 26/06/2023]. Available on: <https://ebookcentral-proquest-com.recursos.biblioteca.upc.edu/lib/upcatalunya-ebooks/detail.action?pq-origsite=primo&docID=1224732>. ISBN 9780596158064.

Complementary:

- Cohen, Edward. Programming in the 1990s : an introduction to the calculation of programs [on line]. Study ed. New York: Springer-Verlag, 1990 Available on: https://discovery.upc.edu/discovery/fulldisplay?docid=alma991000428229706711&context=L&vid=34CSUC_UPC:VU1&lang=ca. ISBN 0387973826.
- Vancells, Joan; López i Ruestes, Enric. Programació: introducció a l'algorítmica. Barcelona: Eumo, 1992. ISBN 8476025610.
- Sipser, Michael. Introduction to the theory of computation [on line]. 3rd ed. Boston: Thomson Course Technology, 2012 [Consultation: 26/06/2023]. Available on: <https://fuuu.be/polytech/INFOF408/Introduction-To-The-Theory-Of-Computation-Michael-Sipser.pdf>. ISBN 0619217642.
- Hromkovic, Juraj. Algorithmic adventures : from knowledge to magic [on line]. Berlin: Springer, 2009 [Consultation: 26/06/2023]. Available on: <https://ebookcentral-proquest-com.recursos.biblioteca.upc.edu/lib/upcatalunya-ebooks/detail.action?pq-origsite=primo&docID=450685>. ISBN 9783540859857.

Course guide

200212 - TCL - Control Theory

Last modified: 03/06/2025

Unit in charge:	School of Mathematics and Statistics		
Teaching unit:	749 - MAT - Department of Mathematics.		
Degree:	BACHELOR'S DEGREE IN MATHEMATICS (Syllabus 2009). (Optional subject).		
Academic year: 2025	ECTS Credits: 6.0	Languages: English	

LECTURER

Coordinating lecturer: JOSEP MARIA OLM MIRAS

Others:

PRIOR SKILLS

Linear algebra, elementary calculus in one and multiple variables, differential equations. It is advisable but not compulsory to have some knowledge on differential geometry.

DEGREE COMPETENCES TO WHICH THE SUBJECT CONTRIBUTES

Specific:

3. CE-2. Solve problems in Mathematics, through basic calculation skills, taking in account tools availability and the constraints of time and resources.
4. CE-4. Have the ability to use computational tools as an aid to mathematical processes.
5. Ability to solve problems from academic, technical, financial and social fields through mathematical methods.
13. CE-1. Propose, analyze, validate and interpret simple models of real situations, using the mathematical tools most appropriate to the goals to be achieved.
14. CE-3. Have the knowledge of specific programming languages and software.

Generical:

1. CB-4. Have the ability to communicate their conclusions, and the knowledge and rationale underpinning these to specialist and non-specialist audiences clearly and unambiguously.
2. To have developed those learning skills necessary to undertake further interdisciplinary studies with a high degree of autonomy in scientific disciplines in which Mathematics have a significant role.
6. CG-1. Show knowledge and proficiency in the use of mathematical language.
7. CG-2. Construct rigorous proofs of some classical theorems in a variety of fields of Mathematics.
8. CG-3. Have the ability to define new mathematical objects in terms of others already know and ability to use these objects in different contexts.
9. CG-4. Translate into mathematical terms problems stated in non-mathematical language, and take advantage of this translation to solve them.
10. CG-6 Detect deficiencies in their own knowledge and pass them through critical reflection and choice of the best action to extend this knowledge.

Transversal:

11. EFFICIENT ORAL AND WRITTEN COMMUNICATION. Communicating verbally and in writing about learning outcomes, thought-building and decision-making. Taking part in debates about issues related to the own field of specialization.
12. SELF-DIRECTED LEARNING. Detecting gaps in one's knowledge and overcoming them through critical self-appraisal. Choosing the best path for broadening one's knowledge.

TEACHING METHODOLOGY

We distinguish between lectures and problem solving sessions.

- In lectures, using a minimum number of basic concepts, the theory of linear systems will be presented. Of course, we will resort to examples both to motivate and to illustrate the theoretical results.
- At problem solving sessions, students will apply theoretical results to solve problems, eventually having to resort to their knowledge.

LEARNING OBJECTIVES OF THE SUBJECT

1. To identify a control system and to distinguish among state variables, inputs and outputs.
2. To apply to control systems the existence and uniqueness theorems of differential equations.
3. To compute controllability and observability matrices, and to decide the controllability and observability of a system.
4. To compute different canonical forms and to use them in controllers design.
5. To compute transfer functions and matrices, and to use them in controllers design.
6. To understand and to use frequency methods in order to find the responses to different inputs.
7. To design PID controllers.
8. To decide on the controllability and observability of nonlinear systems.
9. To linearize nonlinear systems and use it for controller design.
10. To know the basic concepts of sliding mode control and adaptive control.

STUDY LOAD

Type	Hours	Percentage
Hours large group	30,0	20.00
Hours small group	30,0	20.00
Self study	90,0	60.00

Total learning time: 150 h

CONTENTS

Introduction to control theory

Description:

Basic facts and terminology. Brief history. Representation of systems. Linearization of nonlinear systems on an equilibrium point.

Full-or-part-time: 2h

Theory classes: 2h

Linear systems: state-space representation

Description:

Bad behavior due to lack of controllability or lack of observability. Definitions of controllability and observability. Theorems. Duality. Controllability canonical forms and observability canonical form. Impulse response. Convolution.

Full-or-part-time: 6h

Theory classes: 6h

Linear systems: input-output representation

Description:

Laplace and Fourier transforms. Transfer functions. Transfer functions as a Laplace transform of an impulse response. Interconnection and feedback. From state-space representation to input-output representation and vice versa. Controllability and observability. Frequency response for SISO systems. Polar and Bode plots. Properties of the frequency response.

Full-or-part-time: 6h

Theory classes: 6h

Stability

Description:

Internal stability. Input-output stability. Identifying polynomial roots in $\mathbb{C}^-$. Frequency domain methods: the Nyquist criterion. The nonlinear systems case: Lyapunov stability. Linearization and local stability. Lyapunov's direct method. Invariant set theorems. Lyapunov analysis of LTI systems.

Full-or-part-time: 8h

Theory classes: 8h

Controller design

Description:

Step response of first-order and second-order system. Steady-state error. Algebraic design. PID controllers.

Full-or-part-time: 4h

Theory classes: 4h

Nonlinear systems: controllability and observability

Description:

Introduction to nonlinear systems: affine form, vector fields, Lie derivatives. Differential geometric tools: Lie bracket, distributions and codistributions, Frobenius theorem. Local decomposition of control systems. Controllability and accessibility. Characterizations. Observability.

Full-or-part-time: 6h

Theory classes: 6h

Linearization. Flatness. Controller design

Description:

Static feedback linearization: definition and main result. Differential flatness: some results and open problems. Usefulness of feedback linearization for controller design.

Full-or-part-time: 10h

Theory classes: 10h

Sliding mode control

Description:

Hybrid systems. Variable structure systems. Sliding mode control. Geometric methods. System stabilization.

Full-or-part-time: 6h

Theory classes: 6h

Adaptive control

Description:

Adaptive control basics. Model reference adaptive control. Advanced stability analysis: Barbalat's Lemma. The minimal controller synthesis adaptive algorithm.

Full-or-part-time: 5h

Theory classes: 5h

Presentation and defense of student projects

Full-or-part-time: 7h

Theory classes: 7h

GRADING SYSTEM

- Students must deliver exercises on a periodic basis.
- Project presentation of a work chosen from a list proposed by the initiative of the student or faculty, and accepted by the instructor.

BIBLIOGRAPHY

Basic:

- Lewis, Andrew. A Mathematical approach to classical control [on line]. Preprint. [Consultation: 23/11/2012]. Available on: <https://mast.queensu.ca/~andrew/teaching/pdf/332-notes.pdf>.
- Isidori, Alberto. Nonlinear control systems. 3rd ed. Springer-Verlag, 1995. ISBN 3540199160.
- Slotine, Jean-Jacques; Li, Weiping. Applied nonlinear control. Prentice-Hall, 1991. ISBN 0130408905.
- Khalil, Hassan. Nonlinear systems. 3rd. Prentice-Hall, 2002. ISBN 0130673897.

Complementary:

- Kailath, Thomas. Linear systems. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1980. ISBN 0135369614.



Course guide

200251 - DEB - Data Engineering and Blockchain

Last modified: 22/06/2025

Unit in charge: School of Mathematics and Statistics
Teaching unit: 744 - ENTEL - Department of Network Engineering.

Degree: BACHELOR'S DEGREE IN MATHEMATICS (Syllabus 2009). (Optional subject).

Academic year: 2025 **ECTS Credits:** 3.0 **Languages:** English

LECTURER

Coordinating lecturer: MARTA BELLÉS MUÑOZ

Others:

PRIOR SKILLS

Basic programming skills.

REQUIREMENTS

There are no pre-requisites.

DEGREE COMPETENCES TO WHICH THE SUBJECT CONTRIBUTES

Specific:

GM-CE1. CE-1. Propose, analyze, validate and interpret simple models of real situations, using the mathematical tools most appropriate to the goals to be achieved.

Generical:

GM-CB4. CB-4. Have the ability to communicate their conclusions, and the knowledge and rationale underpinning these to specialist and non-specialist audiences clearly and unambiguously.

Transversal:

06 URI. EFFECTIVE USE OF INFORMATION RESOURCES. Managing the acquisition, structure, analysis and display of information from the own field of specialization. Taking a critical stance with regard to the results obtained.

TEACHING METHODOLOGY

Master classes mixed with practices.

LEARNING OBJECTIVES OF THE SUBJECT

.



STUDY LOAD

Type	Hours	Percentage
Hours small group	15,0	20.00
Hours large group	15,0	20.00
Self study	45,0	60.00

Total learning time: 75 h

CONTENTS

Introduction to cryptography

Description:

Introduction to basic cryptography

Specific objectives:

Introduction to cryptographic algorithms

Symmetric cryptography

Asymmetric cryptography

Hash functions

Full-or-part-time: 5h

Theory classes: 1h

Practical classes: 1h

Self study : 3h

Centralized digital currencies

Description:

Centralized digital currencies

Specific objectives:

The problem of double spending.

Blind signatures.

Anonymous payment systems with centralized ledger.

Full-or-part-time: 5h

Theory classes: 1h

Practical classes: 1h

Self study : 3h

Decentralization

Description:

Decentralization

Specific objectives:

Introduction and decentralization motivation.

State replication versus state machine replication.

Consensus protocols.

Fail-stop and Byzantine systems.

Synchronous and asynchronous networks.

The Reliable, Replicated, Redundant, And Fault-Tolerant (RAFT) algorithm.

The Practical Byzantine Fault Tolerant (PBFT) algorithm.

Full-or-part-time: 12h 30m

Theory classes: 2h 30m

Practical classes: 2h 30m

Self study : 7h 30m

Blockchain and Proof of Work (PoW)

Description:

Blockchain and Proof of Work (PoW)

Specific objectives:

Sybil attacks and consensus with Proof of Work (PoW).

The blockchain.

Verifying transactions.

Attacks to PoW.

Mining pools.

Mining with Application-Specific Integrated Circuits (ASICs).

Governance and forks.

Full-or-part-time: 12h 30m

Theory classes: 2h 30m

Practical classes: 2h 30m

Self study : 7h 30m

Coin-based Ledgers

Description:

Coin-based Ledgers

Specific objectives:

Unspent Transaction Outputs (UTXOs).

Introduction to Bitcoin.

Bitcoin's script.

Wallets and Hierarchical Deterministic (HD) wallets.

Full-or-part-time: 12h 30m

Theory classes: 2h 30m

Practical classes: 2h 30m

Self study : 7h 30m



Balance-based ledgers

Description:

Balance-based ledgers

Specific objectives:

Basic principles of balance-based ledgers.

Attacks and countermeasures to balance-based ledgers.

Introduction to Ethereum.

Simulation of an Ethereum blockchain.

Full-or-part-time: 12h 30m

Theory classes: 2h 30m

Practical classes: 2h 30m

Self study : 7h 30m

Smart contracts

Description:

Smart contracts

Specific objectives:

Introduction to programming smart contracts.

Basic game theory applied to smart contracts.

Study of use cases: remote purchase, tokenization, Initial Coin Offerings (ICOs).

Full-or-part-time: 15h

Theory classes: 3h

Practical classes: 3h

Self study : 9h

GRADING SYSTEM

35% partial test and questions.

35% Laboratory.

30% Final work (this is a work that will be delivered as a small research paper and that will be presented by students in the class).

BIBLIOGRAPHY

Basic:

- Antonopoulos, Andreas M. Mastering Bitcoin : programming the open blockchain [on line]. 2nd edition. Beijing: O'Reilly Media, 2017 [Consultation : 27/06/2023]. Available on :

<https://ebookcentral-proquest-com.recursos.biblioteca.upc.edu/lib/upcatalunya-ebooks/detail.action?pq-origsite=primo&docID=4875878>. ISBN 9781491954362.

- Narayanan, Arvind; Bonneau, Joseph; Felten, Edward. Bitcoin and cryptocurrency technologies : a comprehensive introduction. Princeton: Princeton University Press, 2016. ISBN 9780691171692.

- Solorio, Kevin; Kanna, Randall; Hoover, David H. Hands-on smart contract development with solidity and ethereum : from fundamentals to deployment [on line]. O'Reilly Media, 2020 [Consultation: 27/06/2023]. Available on: <https://ebookcentral-proquest-com.recursos.biblioteca.upc.edu/lib/upcatalunya-ebooks/detail.action?pq-origsite=primo&docID=5984595>. ISBN 9781492045236.

- Rosenbaum, Kalle. Grokking bitcoin [on line]. Manning, 2019 [Consultation: 27/06/2023]. Available on: <https://ebookcentral-proquest-com.recursos.biblioteca.upc.edu/lib/upcatalunya-ebooks/detail.action?pq-origsite=primo&docID=6642506>. ISBN 9781638355977.

Course guide

200004 - CD - Differential Calculus

Last modified: 15/06/2025

Unit in charge: School of Mathematics and Statistics
Teaching unit: 749 - MAT - Department of Mathematics.

Degree: BACHELOR'S DEGREE IN MATHEMATICS (Syllabus 2009). (Compulsory subject).

Academic year: 2025 **ECTS Credits:** 7.5 **Languages:** Catalan, Spanish

LECTURER

Coordinating lecturer: ANTONI GUILLAMON GRABOLOSÀ

Others:

PRIOR SKILLS

Having completed the courses "Càlcul en una variable" and "Àlgebra lineal".

DEGREE COMPETENCES TO WHICH THE SUBJECT CONTRIBUTES

Specific:

1. CE-2. Solve problems in Mathematics, through basic calculation skills, taking in account tools availability and the constraints of time and resources.
2. CE-3. Have the knowledge of specific programming languages and software.
3. CE-4. Have the ability to use computational tools as an aid to mathematical processes.

Generical:

4. CB-1. Demonstrate knowledge and understanding in Mathematics that is founded upon and extends that typically associated with Bachelor's level, and that provides a basis for originality in developing and applying ideas, often within a research context.
5. CB-2. Know how to apply their mathematical knowledge and understanding, and problem solving abilities in new or unfamiliar environments within broader or multidisciplinary contexts related to Mathematics.
6. CB-3. Have the ability to integrate knowledge and handle complexity, and formulate judgements with incomplete or limited information, but that include reflecting on social and ethical responsibilities linked to the application of their knowledge and judgements.
7. CG-1. Show knowledge and proficiency in the use of mathematical language.
8. CG-2. Construct rigorous proofs of some classical theorems in a variety of fields of Mathematics.
9. CG-3. Have the ability to define new mathematical objects in terms of others already know and ability to use these objects in different contexts.
10. CG-4. Translate into mathematical terms problems stated in non-mathematical language, and take advantage of this translation to solve them.
12. CG-6 Detect deficiencies in their own knowledge and pass them through critical reflection and choice of the best action to extend this knowledge.

Transversal:

11. SELF-DIRECTED LEARNING. Detecting gaps in one's knowledge and overcoming them through critical self-appraisal. Choosing the best path for broadening one's knowledge.

TEACHING METHODOLOGY

Students will have course notes and various lists of exercises and problems, prepared by the course instructors:

1. List of proposed exercises and problems (with solutions, but without detailed explanations), some of which will be solved in class.
2. List of solved exercises and problems (some of which will come from previous exams).
3. Periodic list of basic calculation-type exercises, as support for continuous study. The goal is for students who have attended class to be able to solve these exercises (which will not be graded) independently and quickly.

LEARNING OBJECTIVES OF THE SUBJECT

The fundamental objective of the subject is the study of the continuity and differentiability of the functions of various variables and their applications.

It is based on the knowledge about real functions of a real variable, studied in the subject "Calculus of one variable". The transition from one variable to several is not trivial. Understanding this generalization in detail should increase the student's mathematical maturity and allow them to reach a higher level of abstraction, which is essential in their progress throughout their studies in mathematics.

Understand the fundamental theorems of the course, know their scope, demonstration techniques and applications.

Encourage students' geometric intuition.

Acquire skill in all types of calculations, related to the functions of various variables.

STUDY LOAD

Type	Hours	Percentage
Hours small group	30,0	16.00
Guided activities	7,5	4.00
Self study	105,0	56.00
Hours large group	45,0	24.00

Total learning time: 187.5 h

CONTENTS

1. Topology of $\mathbb{R}^n$. Sequences of vectors.

Description:

- Euclidean, normed and metric spaces. Case study: $\mathbb{R}^n$.
- Open and closed sets. Interior, exterior and boundary of a set.
- Sequences in $\mathbb{R}^n$. Limit. Cauchy sequences and completeness. Characterization of closed sets by sequences.
- Bounded sets. Compactness. Equivalent definitions. Case study: $\mathbb{R}^n$. Bolzano-Weierstrass theorem.
- Connected sets.

Full-or-part-time: 25h

Theory classes: 6h

Practical classes: 4h

Self study : 15h

2. Limits and continuity of functions.

Description:

- Functions of several variables. Level sets and graphics of real functions
- Limit of a function at a point (special emphasis on the case of two variables).
- Continuity at a point and a set. Properties of continuous functions.
- Continuity and compactness. Weierstrass theorem.
- Uniform continuity. Heine-Cantor theorem.
- Equivalence norms and equivalence metrics. Fixed point theorem.

Full-or-part-time: 25h

Theory classes: 6h

Practical classes: 4h

Self study : 15h

3. Differentiability.

Description:

- Differentiability at a point. Hyperplane tangent to the graph of a real function.
- Partial and directional derivatives. Jacobian matrix. Gradient of a function.
- Differentiability and operations. Chain rule. relationship between differentiability, continuity and partial derivatives.
- Differentiability in an open set. Mean Value Theorem. Functions of class C^1 .
- Differentiable curves. Tangent vector.

Full-or-part-time: 34h

Theory classes: 8h

Practical classes: 6h

Self study : 20h

4. Theorems of differentiable functions.

Description:

- Higher-order partial derivatives. Schwarz theorem. C^n -class functions. Examples of mathematical physics equations. Change of variables in equations containing partial derivatives.
- The inverse function theorem. Diffeomorphisms.
- The implicit function theorem. Derivatives of implicit functions.
- Rank theorems.

Full-or-part-time: 41h

Theory classes: 10h

Practical classes: 6h

Self study : 25h

5. Taylor's formula. Local extrema.

Description:

- Taylor formula. Expressions of the rest.
- Local extrema. Critical points.
- Classification of critical points: quadratic forms, Hessian matrix.
- Sylvester's criterion and the eigenvalue criterion of the Hessian matrix.

Full-or-part-time: 33h

Theory classes: 8h

Practical classes: 5h

Self study : 20h

6. Submanifolds of $\mathbb{R}^n$ and constrained extrema.

Description:

- Submanifolds of $\mathbb{R}^n$. Tangent vectors. Tangent and normal spaces at a point.
- Parameterized and implicit submanifolds. Regular curves and surfaces.
- Constrained extrema and Lagrange multipliers.
- Absolute extrema.

Full-or-part-time: 32h

Theory classes: 7h

Practical classes: 5h

Self study : 20h

GRADING SYSTEM

Final Mark= $\max\{70\% \text{ final exam grade} + 25\% \text{ midterm exam grade} + 5\% \text{ continuous assessment}; 90\% \text{ final exam} + 10\% \text{ continuous assessment}; 80\% \text{ final exam} + 20\% \text{ midterm exam}\}$.

Additionally, an extraordinary final exam will be held in July for those who have not passed the course in the ordinary evaluation. Previous grades will not be taken into account in the revaluation grade.

BIBLIOGRAPHY

Basic:

- Mazón Ruiz, José M. Cálculo diferencial : teoría y problemas. Valencia: Universidad de Valencia, 2008. ISBN 9788437071886.
- Marsden, Jerrold E.; Hoffman, Michael J. Elementary classical analysis. 2nd ed. New York: Freeman and Co, 1993. ISBN 0716721058.
- Castillo, Florencio del. Análisis matemático II. 2a ed. Madrid: Alhambra, cop. 1987. ISBN 8420515795.

Complementary:

- Chamizo, F. Cálculo III (notes d'un curs a la Universidad Autónoma de Madrid) [on line]. [Consultation: 19/06/2023]. Available on: <https://matematicas.uam.es/~fernando.chamizo/asignaturas/to2009/calculoIII0002/calculoIII0002.html>.- Bombal Gordon, Fernando ; Marín, R. ; Vera. Problemas de análisis matemático. 2 ed. Madrid, 1988. ISBN 8472881008.
- Apostol, Tom M; Vélez Cantarell, Francisco. Calculus II : Cálculo con funciones de varias variables y álgebra lineal, con aplicaciones a las ecuaciones diferenciales y a las probabilidades [on line]. 2nd ed. Barcelona: Editorial Reverté, 1984 [Consultation: 19/06/2025]. Available on : https://www-ingebook-com.recursos.biblioteca.upc.edu/ib/NPcd/IB_BooksVis?cod_primaria=1000187&codigo_libro=8020. ISBN 8429194827.
- Bruna, Joaquim. Analysis in Euclidean space. New Jersey: World Scientific, 2023. ISBN 9781800611719.
- Dieudonné, Jean. Elementos de análisis. Barcelona [etc.]: Reverté, 1977-1983. ISBN 8429150596.

Course guide

200122 - GD - Differential Geometry

Last modified: 29/05/2025

Unit in charge: School of Mathematics and Statistics
Teaching unit: 749 - MAT - Department of Mathematics.

Degree: BACHELOR'S DEGREE IN MATHEMATICS (Syllabus 2009). (Compulsory subject).

Academic year: 2025 **ECTS Credits:** 7.5 **Languages:** Catalan

LECTURER

Coordinating lecturer: JAUME AMOROS TORRENT

Others:

DEGREE COMPETENCES TO WHICH THE SUBJECT CONTRIBUTES

Specific:

1. CE-2. Solve problems in Mathematics, through basic calculation skills, taking in account tools availability and the constraints of time and resources.
2. CE-3. Have the knowledge of specific programming languages and software.
3. CE-4. Have the ability to use computational tools as an aid to mathematical processes.

Generical:

5. CB-1. Demonstrate knowledge and understanding in Mathematics that is founded upon and extends that typically associated with Bachelor's level, and that provides a basis for originality in developing and applying ideas, often within a research context.
6. CB-2. Know how to apply their mathematical knowledge and understanding, and problem solving abilities in new or unfamiliar environments within broader or multidisciplinary contexts related to Mathematics.
7. CB-3. Have the ability to integrate knowledge and handle complexity, and formulate judgements with incomplete or limited information, but that include reflecting on social and ethical responsibilities linked to the application of their knowledge and judgements.
8. CG-1. Show knowledge and proficiency in the use of mathematical language.
9. CG-2. Construct rigorous proofs of some classical theorems in a variety of fields of Mathematics.
10. CG-3. Have the ability to define new mathematical objects in terms of others already know and ability to use these objects in different contexts.
11. CG-4. Translate into mathematical terms problems stated in non-mathematical language, and take advantage of this translation to solve them.
12. CG-6 Detect deficiencies in their own knowledge and pass them through critical reflection and choice of the best action to extend this knowledge.

Transversal:

4. SELF-DIRECTED LEARNING. Detecting gaps in one's knowledge and overcoming them through critical self-appraisal. Choosing the best path for broadening one's knowledge.

TEACHING METHODOLOGY

(Section not available)

LEARNING OBJECTIVES OF THE SUBJECT

(Section not available)

STUDY LOAD

Type	Hours	Percentage
Hours small group	30,0	16.00
Self study	112,5	60.00
Hours large group	45,0	24.00

Total learning time: 187.5 h

CONTENTS

1. Plane and space curves

Description:

Parametrized curves. Tangent line. Examples. Regular curves, arc length. Curvature, normal vector, binormal vector, torsion, Fermat formulae and Frenet-Serret apparatus. The Fundamental theorem of the theory of curves.

Full-or-part-time: 37h 30m

Theory classes: 9h

Laboratory classes: 6h

Self study : 22h 30m

2. Surfaces

Description:

Regular surfaces and parametrizations. Differentiable functions on surfaces. Critical points. Tangent plane, normal line. Differential of a map, diffeomorphisms. Geometry in the tangent plane. First fundamental form. Geometry in surfaces. Measure of length, angles and area.

Full-or-part-time: 37h 30m

Theory classes: 9h

Laboratory classes: 6h

Self study : 22h 30m

3. Gauss Curvature

Description:

The Gauss map. Differential of the Gauss map and second fundamental form. Normal curvature and second fundamental form. Normal curvature: Meusnier Theorem. Principal curvatures, curvature lines. Principal curvatures. Lines of curvature. Rodrigues and Euler theorems. Gauss and mean curvature. Classification of points on a surface. Asymptotic curves and direction. Dupin's indicatrix.

Full-or-part-time: 37h 30m

Theory classes: 9h

Laboratory classes: 6h

Self study : 22h 30m

4. Examples of surfaces

Description:

Basic formulas: Weingarten's equations. Flat surfaces. Ruled surfaces. Quadrics. Surfaces of revolution. Minimal surfaces.

Full-or-part-time: 12h 30m

Theory classes: 3h

Laboratory classes: 2h

Self study : 7h 30m

5. Fundamental equations of surface theory

Description:

Isometries and local isometries. Christoffel's symbols. Gauss' Formula and the Theorema Egregium. Codazzi-Mainardi's compatibility equations. Bonnet's theorem.

Full-or-part-time: 25h

Theory classes: 6h

Laboratory classes: 4h

Self study : 15h

6. Geometry on a surface

Description:

Covariant derivative and parallel transport. Geodesics, geodesic curvature, Liouville's formula. The exponential map, minimality properties of geodesics. Sums of the angles of a spherical triangle; Gauss-Bonnet's theorem and applications.

Full-or-part-time: 22h 30m

Theory classes: 5h

Laboratory classes: 4h

Self study : 13h 30m

7. Introduction to differential manifolds

Description:

Differential manifolds, differentiable functions. Tangent space and differential of a function. Regular values, subvarieties. Examples.

Full-or-part-time: 15h

Theory classes: 4h

Laboratory classes: 2h

Self study : 9h

GRADING SYSTEM

The subject mark will be obtained from:

ME: Midterm Exam
PA: Programming Assignment
FE: Final Exam

by the following formula:

Final Mark = $\max(0.1 \text{ PA} + 0.9 \text{ FE}, 0.3 \text{ ME} + 0.1 \text{ PA} + 0.6 \text{ FE})$.

An extra exam will take place on July for students that failed during the regular semester.

EXAMINATION RULES.

The exams (ME and FE) will contain theoretical and practical questions.

Only a formulary will be allowed.

BIBLIOGRAPHY

Basic:

- Pascual Gainza, Pere. Geometria diferencial de corbes i superfícies [on line]. Barcelona: Iniciativa Digital Politècnica, 2017 [Consultation: 19/06/2023]. Available on: <http://hdl.handle.net/2117/104841>. ISBN 9788498806441.
- Shifrin, Theodore. Differential geometry: A First Course in curves and surfaces [on line]. University of Georgia, 2016 [Consultation: 21/06/2023]. Available on: <http://alpha.math.uga.edu/~shifrin/ShifrinDiffGeo.pdf>.

Complementary:

- Carmo, Manfredo Perdigão do. Differential geometry of curves and surfaces. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1976. ISBN 0132125897.
- Hitchin, Nigel. Geometry of surfaces [on line]. 2013. University of Oxford, [Consultation: 19/06/2023]. Available on: <https://www.e-booksdirectory.com/details.php?ebook=256>.
- Bär, Christian. Elementary differential geometry [on line]. Cambridge University Press, 2010 [Consultation: 19/06/2023]. Available on: <https://ebookcentral-proquest-com.recursos.biblioteca.upc.edu/lib/upcatalunya-ebooks/detail.action?pq-origsite=primo&docID=803056>. ISBN 9780521721493.
- Palais, Richard S. A Modern course on curves and surfaces [on line]. Apunts, Brandeis University, 2003 [Consultation: 19/06/2023]. Available on: https://virtualmathmuseum.org/Surface/a/bk/curves_surfaces_palais.pdf.
- Topogonov, Victor Andreevich. Differential geometry of curves and surfaces: A Concise Guide [on line]. Birkhäuser, 2006 [Consultation: 19/06/2023]. Available on: <https://link-springer-com.recursos.biblioteca.upc.edu/book/10.1007/b137116>. ISBN 0817643842.
- Milnor, John. Morse theory. Princeton, 1969. ISBN 0691080089.

RESOURCES

Other resources:

- *Famous Curves Applet Index <http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/Java/> />*3D-XplorMath, de Richard Palais: <http://3d-xplormath.org/>
- *Wolfram mathworld curves <http://mathworld.wolfram.com/topics/Curves>
- *National Curve bank <http://curvebank.calstatela.edu/home/home.htm> />*Open Geometry Gallery http://www1.uni-ak.ac.at/geom/opengeometry_gallery
- *Virtual Math museum http://virtualmathmuseum.org/Surface/gallery_o
- *Wolfram mathworld surfaces <http://mathworld.wolfram.com/topics/Surfaces>
- *Other galleries: <http://faculty.evansville.edu/ck6/GalleryTwo/Introduction2>

Course guide

200161 - MD - Discrete Mathematics

Last modified: 22/06/2025

Unit in charge: School of Mathematics and Statistics
Teaching unit: 749 - MAT - Department of Mathematics.

Degree: BACHELOR'S DEGREE IN MATHEMATICS (Syllabus 2009). (Compulsory subject).

Academic year: 2025 **ECTS Credits:** 7.5 **Languages:** Catalan

LECTURER

Coordinating lecturer: Perarnau Llobet, Guillem

Others:

PRIOR SKILLS

The student must have acquired the contents of the first term of the degree in mathematics.

DEGREE COMPETENCES TO WHICH THE SUBJECT CONTRIBUTES

Specific:

1. CE-2. Solve problems in Mathematics, through basic calculation skills, taking in account tools availability and the constraints of time and resources.
2. CE-3. Have the knowledge of specific programming languages and software.
3. CE-4. Have the ability to use computational tools as an aid to mathematical processes.

Generical:

4. CB-1. Demonstrate knowledge and understanding in Mathematics that is founded upon and extends that typically associated with Bachelor's level, and that provides a basis for originality in developing and applying ideas, often within a research context.
5. CB-2. Know how to apply their mathematical knowledge and understanding, and problem solving abilities in new or unfamiliar environments within broader or multidisciplinary contexts related to Mathematics.
6. CB-3. Have the ability to integrate knowledge and handle complexity, and formulate judgements with incomplete or limited information, but that include reflecting on social and ethical responsibilities linked to the application of their knowledge and judgements.
7. CG-1. Show knowledge and proficiency in the use of mathematical language.
8. CG-2. Construct rigorous proofs of some classical theorems in a variety of fields of Mathematics.
9. CG-3. Have the ability to define new mathematical objects in terms of others already know and ability to use these objects in different contexts.
10. CG-4. Translate into mathematical terms problems stated in non-mathematical language, and take advantage of this translation to solve them.
12. CG-6 Detect deficiencies in their own knowledge and pass them through critical reflection and choice of the best action to extend this knowledge.

Transversal:

11. SELF-DIRECTED LEARNING. Detecting gaps in one's knowledge and overcoming them through critical self-appraisal. Choosing the best path for broadening one's knowledge.

TEACHING METHODOLOGY

The lectures will be mainly traditional blackboard lectures.

The exercise sessions will consist of solving pre-assigned problems interactively on the blackboard between the teacher and the students.

LEARNING OBJECTIVES OF THE SUBJECT

(Section not available)

STUDY LOAD

Type	Hours	Percentage
Guided activities	7,5	4.00
Hours large group	45,0	24.00
Self study	105,0	56.00
Hours small group	30,0	16.00

Total learning time: 187.5 h

CONTENTS

1. Enumerative Combinatorics

Description:

Basic counting. Counting selections, words and distributions. Binomial numbers. Multinomial numbers. Pigeonhole principle, doubling counting, Principle of inclusion-exclusion. Set partitions. Integer partitions. Asymptotic estimation.

Full-or-part-time: 72h

Theory classes: 15h

Practical classes: 11h

Self study : 46h

2. Recurrence and Generating functions

Description:

Solving recursions by induction and expansion. Sequences, formal power series and generating functions. Linear recurrence relations. Partitions and generating functions. Catalan numbers and bijections.

Full-or-part-time: 25h

Theory classes: 6h

Practical classes: 4h

Self study : 15h

3. Discrete Probability

Description:

Discrete probability spaces. Conditional probability and independent events. Discrete random variables. Discrete Random models. Expectation and variance. Markov and Chebyshev's and inequalities. Introduction to the probabilistic method.

Full-or-part-time: 25h

Theory classes: 6h

Practical classes: 4h

Self study : 15h

4. Graph Theory

Description:

Definitions and examples. Isomorphism of graphs. Walks, trails and paths. Connected graphs. Distance in graphs. Characterisation of trees. Spanning trees. Enumeration of trees. Eulerian circuits. Eulerian graphs. Characterisation of Eulerian graphs. Hamiltonian cycles. Hamiltonian graphs. Some necessary and sufficient conditions for Hamiltonicity. Matchings. Matchings in bipartite graphs. Graph colouring. Chromatic number.

Full-or-part-time: 64h

Theory classes: 16h

Practical classes: 10h

Self study : 38h

GRADING SYSTEM

Problem assignment/activities (PR, 10%), exam midterm (EP, 30%) and final exam (EF, 60%). The grade of the final exam will be considered if it is larger than the average of the course (see the following formula). The maximum of all possibilities will be considered:

$$\text{MAX} (EF, 0.7*EF+0.3*EP, 0.9*EF+0.1*PR, 0.6*EF+0.3*EP+0.1*PR)$$

Additionally, there will be an extraordinary exam during july for students who fail the course. In this case the continous evaluation will be not considered.

BIBLIOGRAPHY

Basic:

- Comellas Padró, Francesc [et al.]. Matemàtica discreta [on line]. Barcelona: Edicions UPC, 2001 [Consultation: 22/05/2020]. Available on: <http://hdl.handle.net/2099.3/36194>. ISBN 8483014564.
- Durrett, Rick. Elementary probability for applications [on line]. Cambridge: Cambridge University Press, 2009 [Consultation: 21/06/2023]. Available on: <https://ebookcentral-proquest-com.recursos.biblioteca.upc.edu/lib/upcatalunya-ebooks/detail.action?pq-origsite=primo&docID=461127>. ISBN 9780521867566.
- Matousek, J.; Nešetřil, J. Invitación a la matemática discreta. Barcelona: Reverté, 2008. ISBN 9788429151800.
- West, Douglas Brent. Introduction to graph theory. 2nd ed. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 2001. ISBN 0130144002.
- Cameron, Peter J. Combinatorics : topics, techniques, algorithms. Cambridge: Cambridge University Press, 1994. ISBN 9780521457613.

Complementary:

- Biggs, Norman L. Matemática discreta. Barcelona: Vicens-Vives, 1994. ISBN 8431633115.
- Aigner, M.; Ziegler, G. M. El Libro de las demostraciones. Tres Cantos: Nivola, 2005. ISBN 8495599953.
- Brunat, Josep M. Combinatòria i teoria de grafs. 3a ed. Barcelona: Edicions UPC, 1997. ISBN 8483012162.
- Diestel, Reinhard. Graph theory. 3rd ed. Berlin: Springer, 2005. ISBN 3540261826.
- Gimbert, Joan [et al.]. Apropament a la teoria de grafs i als seus algorismes. Lleida: Edicions de la Universitat de Lleida, 1998. ISBN 8489727651.
- Graham, Ronald L.; Knuth, D. E.; Patashnik, O. Concrete mathematics : a foundation for computer science. 2nd ed. Reading, MA: Addison-Wesley, 1994. ISBN 0201558025.
- Lovász, L.; Pelikán, J.; Vesztergombi, K. Discrete mathematics: elementary and beyond [on line]. New York: Springer, 2003 [Consultation: 21/06/2023]. Available on: <https://link-springer-com.recursos.biblioteca.upc.edu/book/10.1007/b97469>. ISBN 0387955844.
- Mitzenmacher, M.; Upfal, E. Probability and computing: randomized algorithms and probabilistic analysis. Cambridge: Cambridge University Press, 2005. ISBN 0521835402.
- Loehr, Nicholas A. Bijective combinatorics. Boca Raton, FL: Chapman & Hall, 2011. ISBN 9781439848845.
- Bondy, J. A; Murty, U. S. R. Graph theory. New York: Springer, cop. 2008. ISBN 9781846289699.

Course guide

200213 - SD - Dynamical Systems

Last modified: 22/06/2025

Unit in charge: School of Mathematics and Statistics
Teaching unit: 749 - MAT - Department of Mathematics.

Degree: BACHELOR'S DEGREE IN MATHEMATICS (Syllabus 2009). (Optional subject).

Academic year: 2025 **ECTS Credits:** 6.0 **Languages:** Catalan

LECTURER

Coordinating lecturer: M.TERESA MARTÍNEZ-SEARA

Others:

PRIOR SKILLS

Basic knowledge about the theory of ordinary differential equations (developed in the course of Differential Equations).
Basic knowledge about real analysis

DEGREE COMPETENCES TO WHICH THE SUBJECT CONTRIBUTES

Specific:

3. CE-2. Solve problems in Mathematics, through basic calculation skills, taking in account tools availability and the constraints of time and resources.
4. CE-4. Have the ability to use computational tools as an aid to mathematical processes.
5. Ability to solve problems from academic, technical, financial and social fields through mathematical methods.
13. CE-1. Propose, analyze, validate and interpret simple models of real situations, using the mathematical tools most appropriate to the goals to be achieved.
14. CE-3. Have the knowledge of specific programming languages and software.

Generical:

1. CB-4. Have the ability to communicate their conclusions, and the knowledge and rationale underpinning these to specialist and non-specialist audiences clearly and unambiguously.
2. To have developed those learning skills necessary to undertake further interdisciplinary studies with a high degree of autonomy in scientific disciplines in which Mathematics have a significant role.
6. CG-1. Show knowledge and proficiency in the use of mathematical language.
7. CG-2. Construct rigorous proofs of some classical theorems in a variety of fields of Mathematics.
8. CG-3. Have the ability to define new mathematical objects in terms of others already know and ability to use these objects in different contexts.
9. CG-4. Translate into mathematical terms problems stated in non-mathematical language, and take advantage of this translation to solve them.
10. CG-6 Detect deficiencies in their own knowledge and pass them through critical reflection and choice of the best action to extend this knowledge.

Transversal:

11. EFFICIENT ORAL AND WRITTEN COMMUNICATION. Communicating verbally and in writing about learning outcomes, thought-building and decision-making. Taking part in debates about issues related to the own field of specialization.
12. SELF-DIRECTED LEARNING. Detecting gaps in one's knowledge and overcoming them through critical self-appraisal. Choosing the best path for broadening one's knowledge.

TEACHING METHODOLOGY

The course consists of four hours a week that will include the theoretical and practical aspects of dynamical systems, as well as problem solving/elaboration of individual or group projects.

To encourage the students to learn independently, they will be assigned, during the course, selected problems from the list of problems, small projects during the course and a final research initiation project. Problems and projects should be presented to other students.

There will be a content review exam at the end of the course where it can appear both theoretical questions and problems similar to those performed in class.

LEARNING OBJECTIVES OF THE SUBJECT

One aims that at the end of the course the student has a set of techniques and results that allow him/her to address the basic aspects of the description and analysis of dynamical systems, whether they are discrete or modeled through differential equations. Additionally, the student is expected to have a broad understanding of open problems within the field of dynamical systems and to have acquired the tools to begin research, both in abstract dynamical systems problems and in applications to physics models as, for instance, celestial mechanics.

STUDY LOAD

Type	Hours	Percentage
Hours small group	30,0	20.00
Hours large group	30,0	20.00
Self study	90,0	60.00

Total learning time: 150 h

CONTENTS

Some open problems in Dynamical Systems

Description:

To begin the course we will explain some dynamic systems problems whose solution is not known despite their importance. The idea is to motivate the tools that we will explain the rest of the course.

Specific objectives:

Know some important problems of dynamic systems, understand the equations that model them.

Related activities:

These classes will be solely theoretical.

Full-or-part-time: 4h

Theory classes: 4h

Low-dimensional Dynamics

Description:

Interval maps Types of orbits. Study of the quadratic family. Symbolic dynamics. Bernoulli shift. Chaos.

Full-or-part-time: 17h

Theory classes: 4h

Laboratory classes: 4h

Self study : 9h

Lineal Systems

Description:

Linear systems. Classification of linear systems. Non-autonomous linear systems. Stability and conjugation of periodical systems.

Full-or-part-time: 17h

Theory classes: 4h

Laboratory classes: 4h

Self study : 9h

Invariant objects of Flows and Diffeomorphisms

Description:

Critical points of vector fields and fixed points of diffeomorphisms. Periodic orbits of fields. Poincaré map. Hyperbolic points. Stable and unstable manifolds. Conjugation and equivalence. Hartman theorem. Non-hyperbolic points. Center manifold theorem

Full-or-part-time: 59h

Theory classes: 10h

Laboratory classes: 10h

Self study : 39h

Planar Flows

Description:

Planar systems. Poincaré-Bendixson theorem. Liénard Systems. Introduction to bifurcation theory

Full-or-part-time: 13h

Theory classes: 2h

Laboratory classes: 2h

Self study : 9h

Global Dynamics

Description:

Global invariant manifolds. Homoclinic and heteroclinic points. Smale's Horseshoe. Smale homoclinic theorem. Splitting of separatrices. Method of Poincaré-Melnikov-Arnol'd.

Full-or-part-time: 36h

Theory classes: 6h

Laboratory classes: 6h

Self study : 24h

GRADING SYSTEM

There will be an exam at the end of the course. The grade of the exam will correspond to 25% of the final grade.

The oral presentation and the written resolution of the problems and projects assigned during the course will be evaluated, as well as the participation in classes. This grade will correspond to 65% of the final grade.

The final project execution, the written report and its oral presentation will be evaluated. This grade will correspond to 25% of the final grade.

EXAMINATION RULES.

The assigned problems and projects will be done individually. The final project can be done in groups of up to two people.

BIBLIOGRAPHY

Basic:

- Devaney, Robert L. An Introduction to chaotic dynamical systems. 2nd ed. Reading, MA [etc.]: Westview, 2003. ISBN 813340853.
- Sotomayor Tello, Jorge Manuel. Lições de equações diferenciais ordinárias. Rio de Janeiro: Instituto de Matemática Pura e Aplicada (IMPA), 1979. ISBN 9216050624.
- Arrowsmith, D.K. ; Place, C.M. An Introduction to dynamical systems. Cambridge: Cambridge University Press, 1990. ISBN 0521303621.
- Guckenheimer, J. ; Holmes, P. Nonlinear oscillations, dynamical systems, and bifurcations of vector fields. New York, NY: Springer-Verlag, 1983. ISBN 0387908196.
- Pollard, Harry. Mathematical introduction to celestial mechanics. Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1966.
- Meyer, Kenneth R.; Hall, G.R.; Offin, D. Introduction to Hamiltonian dynamical systems and the n-body problem [on line]. New York: Springer-Verlag, 2009 [Consultation: 20/06/2023]. Available on: <https://link-springer-com.recursos.biblioteca.upc.edu/book/10.1007/978-0-387-09724-4>. ISBN 9780387097237.
- Strogatz, Steven H. Nonlinear dynamics and chaos : with applications to physics, biology, chemistry and engineering [on line]. Boulder: Westview Press, 2015 [Consultation: 23/06/2022]. Available on: <https://ebookcentral-proquest-com.recursos.biblioteca.upc.edu/lib/upcatalunya-ebooks/detail.action?pq-origsite=primo&docID=1181622>. ISBN 0429972199.
- Meiss, J. D. Differential dynamical systems [on line]. Philadelphia: Society for Industrial & Applied Mathematics, 2007 [Consultation: 20/06/2023]. Available on: <http://epubs.siam.org/doi/book/10.1137/1.9780898718232>. ISBN 9780898716351.
- Robinson, Clark. Dynamical systems : stability, symbolic dynamics, and chaos. 2nd ed. CRC Press, 1999. ISBN 0849384958.
- Wiggins, Stephen. Introduction to applied nonlinear dynamical systems and chaos [on line]. 2nd ed. New York [etc.]: Springer-Verlag, cop. 2003 [Consultation: 20/06/2023]. Available on: <https://link-springer-com.recursos.biblioteca.upc.edu/book/10.1007/b97481>. ISBN 9786610188161.
- Brauer, Fred; Castillo-Chávez, Carlos. Mathematical models in population biology and epidemiology [on line]. 2nd ed. New York: Springer, cop. 2012 [Consultation: 16/06/2025]. Available on: <https://ebookcentral-proquest-com.recursos.biblioteca.upc.edu/lib/upcatalunya-ebooks/detail.action?pq-origsite=primo&docID=3070377>. ISBN 0387989021.
- Baldomá, Imma; Martín, Pau. Introducció als Sistemes Dinàmics. Apunts [on line]. UPCcomons, 2018 [Consultation: 16/06/2025]. Available on: <https://upcommons.upc.edu/handle/2117/385892>.

Course guide

200223 - MF - Financial Mathematics

Last modified: 29/05/2025

Unit in charge: School of Mathematics and Statistics
Teaching unit: 749 - MAT - Department of Mathematics.

Degree: BACHELOR'S DEGREE IN MATHEMATICS (Syllabus 2009). (Optional subject).

Academic year: 2025 **ECTS Credits:** 6.0 **Languages:** Catalan

LECTURER

Coordinating lecturer: JOSEP JOAQUIM MASDEMONT SOLER

Others:

DEGREE COMPETENCES TO WHICH THE SUBJECT CONTRIBUTES

Specific:

3. CE-2. Solve problems in Mathematics, through basic calculation skills, taking in account tools availability and the constraints of time and resources.
4. CE-4. Have the ability to use computational tools as an aid to mathematical processes.
5. Ability to solve problems from academic, technical, financial and social fields through mathematical methods.

Generical:

1. CB-4. Have the ability to communicate their conclusions, and the knowledge and rationale underpinning these to specialist and non-specialist audiences clearly and unambiguously.
2. To have developed those learning skills necessary to undertake further interdisciplinary studies with a high degree of autonomy in scientific disciplines in which Mathematics have a significant role.
6. CG-1. Show knowledge and proficiency in the use of mathematical language.
7. CG-2. Construct rigorous proofs of some classical theorems in a variety of fields of Mathematics.
8. CG-3. Have the ability to define new mathematical objects in terms of others already know and ability to use these objects in different contexts.
9. CG-4. Translate into mathematical terms problems stated in non-mathematical language, and take advantage of this translation to solve them.
10. CG-6 Detect deficiencies in their own knowledge and pass them through critical reflection and choice of the best action to extend this knowledge.

Transversal:

11. EFFICIENT ORAL AND WRITTEN COMMUNICATION. Communicating verbally and in writing about learning outcomes, thought-building and decision-making. Taking part in debates about issues related to the own field of specialization.
12. SELF-DIRECTED LEARNING. Detecting gaps in one's knowledge and overcoming them through critical self-appraisal. Choosing the best path for broadening one's knowledge.

TEACHING METHODOLOGY

(Section not available)

LEARNING OBJECTIVES OF THE SUBJECT

The aim of this course is to introduce students to mathematical methods for evaluating modern financial products. The course is composed of three parts: the first one is devoted to describing financial products and their evaluation using arbitrage, the second one provides the mathematical foundations for discrete processes, and finally the third part is devoted to continuous processes and concludes with an introduction to the Black-Scholes model.

STUDY LOAD

Type	Hours	Percentage
Hours small group	30,0	20.00
Hours large group	30,0	20.00
Self study	90,0	60.00

Total learning time: 150 h

CONTENTS

Financial Products and arbitrage

Description:

Introduction to futures and options. The concept of arbitrage and its use. Hedging with futures and options. Forward and future prices. Futures on interest rates. Swaps. Price properties of option prices on shares.

Discrete Models

Description:

The binomial tree model. The risk-neutral probability. Formalism for discrete markets. Information, measurability and filtrations. Portfolio strategy and self financing. Conditional expectation. Kolmogorov's theorem. Martingales.

Continuous Models

Description:

Random walk and opening towards continuous markets. Brownian motion. Itô's integral and calculus. Stochastic differential equations. Measure change theorems. Continuous self-financing strategies. The Black-Scholes model and formula.

GRADING SYSTEM

There will be a partial exam, that will not carry exemption for the final exam. The final mark will be obtained by means of $\max(0.4 \times (\text{partial exam}) + 0.6 \times (\text{final exam}), \text{final exam})$.

BIBLIOGRAPHY

Basic:

- Baxter, M.; Rennie, A. Financial calculus : an introduction to derivative pricing. Cambridge [etc.]: Cambridge University Press, 1996. ISBN 0521552893.
- Dotham, N. Prices in financial markets. New York (N.Y.) [etc.]: Oxford University Press, 1990. ISBN 0195053125.
- Hull, John C. Options, futures and other derivatives. 8th ed. Prentice Hall, 2011. ISBN 9780132777421.
- Wilmott, Paul. Paul Wilmott introduces quantitative finance [on line]. Chichester [etc.]: John Wiley & Sons, 2001 [Consultation: 28/06/2023]. Available on : <https://ebookcentral-proquest-com.recursos.biblioteca.upc.edu/lib/upcatalunya-ebooks/detail.action?pq-origsite=primo&docID=309819>.
- Lamberton, D; Lapeyre, B. Introduction to stochastic calculus applied to finance. 2a ed. London [etc.]: Chapman and Hall, 2008. ISBN 9781584886266.

Complementary:

- Ikeda, N; Watanabe, S. Stochastic differential equations and diffusion processes. 2nd ed. Amsterdam ; New York: North Holland,

1989. ISBN 0444873783.

- Rogers, L.C.G.; Williams, D. Diffusions, Markov processes, and martingales. 2nd ed. Cambridge: Cambridge University Press, cop. 2000. ISBN 0521775949.

- Wilmott, P.; Howison, S.; Dewyne, J. The Mathematics of financial derivatives : a student introduction. Cambridge: Cambridge University Press, 2007. ISBN 0521497892.

- Williams, David. Probability with martingales. Cambridge [etc.]: Cambridge University Press, 2000. ISBN 0521406056.

Course guide

200211 - AF - Functional Analysis

Last modified: 22/06/2025

Unit in charge: School of Mathematics and Statistics
Teaching unit: 749 - MAT - Department of Mathematics.

Degree: BACHELOR'S DEGREE IN MATHEMATICS (Syllabus 2009). (Optional subject).

Academic year: 2025 **ECTS Credits:** 6.0 **Languages:** Catalan

LECTURER

Coordinating lecturer: XAVIER CABRÉ VILAGUT

Others:

DEGREE COMPETENCES TO WHICH THE SUBJECT CONTRIBUTES

Specific:

8. Ability to solve problems from academic, technical, financial and social fields through mathematical methods.
9. CE-4. Have the ability to use computational tools as an aid to mathematical processes.
10. CE-3. Have the knowledge of specific programming languages and software.
11. CE-2. Solve problems in Mathematics, through basic calculation skills, taking in account tools availability and the constraints of time and resources.
12. CE-1. Propose, analyze, validate and interpret simple models of real situations, using the mathematical tools most appropriate to the goals to be achieved.

Generical:

3. CG-6 Detect deficiencies in their own knowledge and pass them through critical reflection and choice of the best action to extend this knowledge.
4. CG-4. Translate into mathematical terms problems stated in non-mathematical language, and take advantage of this translation to solve them.
5. CG-3. Have the ability to define new mathematical objects in terms of others already know and ability to use these objects in different contexts.
6. CG-2. Construct rigorous proofs of some classical theorems in a variety of fields of Mathematics.
7. CG-1. Show knowledge and proficiency in the use of mathematical language.
13. CB-4. Have the ability to communicate their conclusions, and the knowledge and rationale underpinning these to specialist and non-specialist audiences clearly and unambiguously.
14. To have developed those learning skills necessary to undertake further interdisciplinary studies with a high degree of autonomy in scientific disciplines in which Mathematics have a significant role.

Transversal:

1. SELF-DIRECTED LEARNING. Detecting gaps in one's knowledge and overcoming them through critical self-appraisal. Choosing the best path for broadening one's knowledge.
2. EFFICIENT ORAL AND WRITTEN COMMUNICATION. Communicating verbally and in writing about learning outcomes, thought-building and decision-making. Taking part in debates about issues related to the own field of specialization.

TEACHING METHODOLOGY

Theory: the classes will consist of presentations by the professor of definitions, statements, demonstrations and examples. Emphasis on relationships between concepts apparently different for the student will be made.

Problems: Presentation of solutions to a collection previously proposed to the student. Also, resolution of some problems by the students themselves.

Among the objectives of the course, more importance will be given to problem solving and to the ability to relate with other areas of mathematics than the mere acquisition of theoretical knowledge.

LEARNING OBJECTIVES OF THE SUBJECT

Section not available.

STUDY LOAD

Type	Hours	Percentage
Self study	90,0	60.00
Hours large group	30,0	20.00
Hours small group	30,0	20.00

Total learning time: 150 h

CONTENTS

Banach Spaces

Description:

- Banach spaces
- Examples
- Linear operators and norm
- Fundamental theorems on linear bounded operators (open mapping, closed graph, uniform boundedness)

Full-or-part-time: 30h

Theory classes: 6h

Laboratory classes: 6h

Self study : 18h

Hilbert spaces

Description:

- Scalar product
- Projections
- Representation theorems: Riesz-Frechet, Lax-Milgram
- Adjoints in Hilbert spaces
- Orthonormal bases

Full-or-part-time: 45h

Theory classes: 9h

Laboratory classes: 9h

Self study : 27h

Applications

Description:

- Motivation; boundary value problems in dimension 1
- Sobolev spaces
- Weak/classical solutions in dimension 1
- Existence/uniqueness and regularity issues

Full-or-part-time: 45h

Theory classes: 9h

Laboratory classes: 9h

Self study : 27h

Compact operators

Description:

- Properties
- Spectrum
- Fredholm alternative
- Self-adjoint compact operators

Full-or-part-time: 30h

Theory classes: 6h

Laboratory classes: 6h

Self study : 18h

GRADING SYSTEM

Students will take a partial exam, which will represent 30% of the grade, and a final exam representing 50%; the remaining 20% is evaluated from the hand-outs and presentations of problems carried out during the course. The final grade will be the maximum of the final exam grade and the weighted grade calculated as indicated in the previous sentence.

BIBLIOGRAPHY

Basic:

- Brézis, H. (Haim). Análisis funcional : teoría y aplicaciones. Madrid: Alianza, 1984. ISBN 8420680885.
- Lax, Peter D. Functional Analysis. New York: Wiley-Interscience [John Wiley & Sons], 2002. ISBN 0471556041.

Complementary:

- Salsa, Sandro. Partial differential equations in action. From modelling to theory. Second edition. ISBN 8847007518.
- Rakotoson, Jean-Emile; Rakotoson, Jean-Michel. Analyse fonctionnelle appliquée aux équations aux dérivées partielles. 1999. ISBN 1130498388.
- Salsa, Sandro; Verzini, Gianmaria. Partial differential equations in action. Complements and exercises. 2015. ISBN 331915415X.
- Dieudonné, Jean. History of functional analysis. 1983. ISBN 0444861483.

Course guide

200003 - FM - Fundamentals of Mathematics

Last modified: 29/05/2025

Unit in charge: School of Mathematics and Statistics
Teaching unit: 749 - MAT - Department of Mathematics.
751 - DECA - Department of Civil and Environmental Engineering.

Degree: BACHELOR'S DEGREE IN MATHEMATICS (Syllabus 2009). (Compulsory subject).

Academic year: 2025 **ECTS Credits:** 7.5 **Languages:** Catalan, Spanish

LECTURER

Coordinating lecturer: JOSÉ LUIS RUIZ MUÑOZ

Others:

DEGREE COMPETENCES TO WHICH THE SUBJECT CONTRIBUTES

Specific:

1. CE-2. Solve problems in Mathematics, through basic calculation skills, taking in account tools availability and the constraints of time and resources.
2. CE-3. Have the knowledge of specific programming languages and software.
3. CE-4. Have the ability to use computational tools as an aid to mathematical processes.

Generical:

4. CB-1. Demonstrate knowledge and understanding in Mathematics that is founded upon and extends that typically associated with Bachelor's level, and that provides a basis for originality in developing and applying ideas, often within a research context.
5. CB-2. Know how to apply their mathematical knowledge and understanding, and problem solving abilities in new or unfamiliar environments within broader or multidisciplinary contexts related to Mathematics.
6. CB-3. Have the ability to integrate knowledge and handle complexity, and formulate judgements with incomplete or limited information, but that include reflecting on social and ethical responsibilities linked to the application of their knowledge and judgements.
7. CG-1. Show knowledge and proficiency in the use of mathematical language.
8. CG-2. Construct rigorous proofs of some classical theorems in a variety of fields of Mathematics.
9. CG-3. Have the ability to define new mathematical objects in terms of others already know and ability to use these objects in different contexts.
10. CG-4. Translate into mathematical terms problems stated in non-mathematical language, and take advantage of this translation to solve them.
12. CG-6 Detect deficiencies in their own knowledge and pass them through critical reflection and choice of the best action to extend this knowledge.

Transversal:

11. SELF-DIRECTED LEARNING. Detecting gaps in one's knowledge and overcoming them through critical self-appraisal. Choosing the best path for broadening one's knowledge.

TEACHING METHODOLOGY

Theoretical classes essentially consist in instructor presentations, including detailed examples. In practical sessions, some problems are solved by the instructors as a model, and some others by the students.

LEARNING OBJECTIVES OF THE SUBJECT

The main objective of the course is to help saving the bridge between secondary school mathematics and university mathematics by providing students the necessary foundation for developing their undergraduate studies.

This objective involves two intertwined lines. One is to make students aware of the essential role of the concept of proof in mathematics. The other one is to securely establish the basic contents related to language, numerical sets, and elements of algebra.

STUDY LOAD

Type	Hours	Percentage
Guided activities	7,5	4.00
Self study	105,0	56.00
Hours small group	30,0	16.00
Hours large group	45,0	24.00

Total learning time: 187.5 h

CONTENTS

Mathematical formalism: statements and proofs

Description:

Logical propositions. Truth tables. Tautologies and contradictions. Logical equivalence. Expressions with quantifiers. Predicates and variables. Statements and proofs. Proof techniques: implication, equivalences, statements with quantifiers. Induction. Summations and products. Arithmetic and geometric progressions.

Full-or-part-time: 28h 45m

Theory classes: 7h

Practical classes: 5h

Self study : 16h 45m

Sets and mappings

Description:

Set and subset. Inclusion and equality. Power set. Operations: union, intersection, difference, complementary, cartesian product. Correspondence and mapping. Images and antiimages by a mapping. Injective, exhaustive and bijective mappings. Mapping composition. Identity mapping. Mapping inverse.

Full-or-part-time: 28h 45m

Theory classes: 7h

Practical classes: 5h

Self study : 16h 45m

Relations, operations and structures

Description:

Binary relations on a set. Equivalence relations. Equivalence class. Quotient set. Partitions. Canonical decomposition of a mapping. Order relations. Notable elements in a partially ordered set. Algebraic structures: group, ring and field. Ordered field. Boole algebra. The symmetric group. Permutations, cycles and transpositions. Decomposition in cycles and in transpositions. Order and sign of a permutation.

Full-or-part-time: 31h 30m

Theory classes: 9h

Practical classes: 4h

Self study : 18h 30m

Number sets. Numerability

Description:

Equipotent sets. Finite and infinite sets. Cardinal. Number sets: naturals, integers, rational and real numbers. Numerable and enumerable sets.

Full-or-part-time: 16h 45m

Theory classes: 4h

Practical classes: 3h

Self study : 9h 45m

The field of complex numbers

Description:

The field of complex numbers. Real and imaginary parts. The imaginary unit. Ordered pair and binomial form. The conjugate. Module and argument. Trigonometric expression and polar expression. Powers and roots. Exponential of a complex number. Exponential expression of a complex number. Matrix expression of a complex number.

Full-or-part-time: 16h 45m

Theory classes: 4h

Practical classes: 3h

Self study : 9h 45m

Arithmetic

Description:

The ring of integer numbers. Invertible elements. Divisors. The divisibility relation. Theorem of the Euclidean division. Prime numbers. Fundamental Theorem of Arithmetic. Greatest common divisor and lowest common multiple. Bézout identity and Euclid's algorithm. Diophantine equations. Congruences. Congruence relation. The ring of modular integers. Invertible elements and zero divisors. Equations with congruences.

Full-or-part-time: 28h 45m

Theory classes: 7h

Practical classes: 5h

Self study : 16h 45m

Polynomials

Description:

Polynomial with an indeterminate. Equality of polynomials. Algebraic structure. Euclidean division and factorization. Divisors of a polynomial. Prime polynomials. Theorem of factorial decomposition. Greatest common divisor. Euclid's algorithm and Bézout identity. Polynomial functions. Roots of a polynomial. Multiplicity of a root. Fundamental Theorem of Algebra. Prime polynomials with complex, real or rational coefficients. Polynomials with coefficients in $\mathbb{Z}_p$. Rational fractions. Algebraic structure. Simple fractions (complex and real). Decomposition of rational fractions into simple fractions.

Full-or-part-time: 28h 45m

Theory classes: 7h

Practical classes: 5h

Self study : 16h 45m

GRADING SYSTEM

The subject is assessed by means of the continuous assessment and a final exam. The continuous assessment mark will be obtained from a not eliminatory midterm exam (similar to the final exam), and from qualifying some other activities carried out during the term.

The final mark of the subject will be worked out according to the formula:

Mark = max{final exam mark; 70% final exam mark + 25% midterm exam mark + 5% other activities}.

An extra exam will take place on July for students that failed the regular semester.

BIBLIOGRAPHY

Basic:

- Bloch, Ethan D. Proofs and fundamentals [on line]. 2nd ed. Boston: Springer Science + Business Media, 2011 [Consultation: 26/06/2023]. Available on: <https://link-springer-com.recursos.biblioteca.upc.edu/book/10.1007/978-1-4419-7127-2>. ISBN 0817641114.
- Rosen, Kenneth H. Matemática discreta y sus aplicaciones [on line]. 5a ed. Madrid: McGraw-Hill Interamericana, 2004 [Consultation: 26/06/2023]. Available on: https://www-ingebook-com.recursos.biblioteca.upc.edu/ib/NPcd/IB_BooksVis?cod_primaria=1000187&codigo_libro=4143. ISBN 9788448140731.

Complementary:

- Pla, Josep. Introducció a la metodologia de la matemàtica. 1ª edició. Barcelona: Publicacions de la Universitat de Barcelona, 2006. ISBN 9788447530656.
- Cunningham, D. W. A Logical introduction to proof. 2013. Springer, ISBN 9781489990990.
- Houston, Kevin. How to think like a mathematician. 1a edició. Cambridge University Press, 2009. ISBN 9780521719780.

Course guide

200201 - TG - Galois Theory

Last modified: 22/06/2025

Unit in charge:	School of Mathematics and Statistics		
Teaching unit:	749 - MAT - Department of Mathematics.		
Degree:	BACHELOR'S DEGREE IN MATHEMATICS (Syllabus 2009). (Optional subject).		
Academic year: 2025	ECTS Credits: 6.0	Languages: Catalan	

LECTURER

Coordinating lecturer: BERNAT PLANS BERENGUER

Others:

PRIOR SKILLS

Contents of Algebraic Structures: permutation groups, polynomial rings, fields.

REQUIREMENTS

The course Algebraic Structures of 3rd year.

DEGREE COMPETENCES TO WHICH THE SUBJECT CONTRIBUTES

Specific:

3. CE-2. Solve problems in Mathematics, through basic calculation skills, taking in account tools availability and the constraints of time and resources.
4. CE-4. Have the ability to use computational tools as an aid to mathematical processes.
5. Ability to solve problems from academic, technical, financial and social fields through mathematical methods.

Generical:

1. CB-4. Have the ability to communicate their conclusions, and the knowledge and rationale underpinning these to specialist and non-specialist audiences clearly and unambiguously.
2. To have developed those learning skills necessary to undertake further interdisciplinary studies with a high degree of autonomy in scientific disciplines in which Mathematics have a significant role.
6. CG-1. Show knowledge and proficiency in the use of mathematical language.
7. CG-2. Construct rigorous proofs of some classical theorems in a variety of fields of Mathematics.
8. CG-3. Have the ability to define new mathematical objects in terms of others already know and ability to use these objects in different contexts.
9. CG-4. Translate into mathematical terms problems stated in non-mathematical language, and take advantage of this translation to solve them.
10. CG-6 Detect deficiencies in their own knowledge and pass them through critical reflection and choice of the best action to extend this knowledge.

Transversal:

11. EFFICIENT ORAL AND WRITTEN COMMUNICATION. Communicating verbally and in writing about learning outcomes, thought-building and decision-making. Taking part in debates about issues related to the own field of specialization.
12. SELF-DIRECTED LEARNING. Detecting gaps in one's knowledge and overcoming them through critical self-appraisal. Choosing the best path for broadening one's knowledge.

TEACHING METHODOLOGY

Theory sessions where the teacher presents the contents of the course and problems sessions where the students and the professor solve the proposed problems..

LEARNING OBJECTIVES OF THE SUBJECT

Basic concepts and results of Galois theory and its applications to the resolution by radicals of polynomial equations and to the geometric constructions with ruler and compass.

STUDY LOAD

Type	Hours	Percentage
Hours large group	30,0	20.00
Hours small group	30,0	20.00
Self study	90,0	60.00

Total learning time: 150 h

CONTENTS

Field extensions. Automorphisms.

Description:

Normal extensions. Separability. Automorphisms group.

Full-or-part-time: 42h

Theory classes: 6h

Laboratory classes: 6h

Self study : 30h

Galois Theory

Description:

Galois extensions. Fundamental theorem of Galois theory. Galois group of a polynomial. Finite fields.

Full-or-part-time: 45h

Theory classes: 9h

Laboratory classes: 9h

Self study : 27h

Applications

Description:

The Fundamental Theorem of Algebra. Discriminants. Polynomials of degree 3 and 4. Solvability by radicals.

Full-or-part-time: 45h

Theory classes: 9h

Laboratory classes: 9h

Self study : 27h

Infinite algebraic extensions

Description:

Infinite Galois extensions. Krull topology.

Full-or-part-time: 30h

Theory classes: 6h

Laboratory classes: 6h

Self study : 18h

GRADING SYSTEM

Along the course we will make some assessed activities, representing the 40% of the final grade of the course. A final exam (60%) will complement these activities to yield the final grade. If the final exam grade is higher than this weighted mean, the final grade will be that of the exam.

BIBLIOGRAPHY

Basic:

- Milne, J.S. Fields and Galois Theory [on line]. Ann Arbor, MI: Kea Books, 2022 [Consultation: 16/06/2025]. Available on: <https://www.jmilne.org/math/Books/>.
- Morandi, P. Field and Galois Theory. New York: Springer-Verlag, 2011. ISBN 9781461284758.
- Stewart, Ian. Galois theory. 3rd ed. London [etc.]: Chapman and Hall, 2004. ISBN 1584883936.

Complementary:

- Artin, Emil. Galois theory. Publicación Mineola, Nueva York: Dover Publications, 1998. ISBN 0486623424.
- Fraleigh, John B. A First course in abstract algebra. 7th ed. Pearson Education, 2014. ISBN 9781292024967.
- Dummit, David Steven; Foote, Richard M. Abstract algebra. 3rd ed.. Hoboken: John Wiley & Sons, cop. 2004. ISBN 9780471433347.
- Cox, D. Galois theory [on line]. 2a. Wiley, 2012 [Consultation: 16/06/2025]. Available on: <https://onlinelibrary-wiley-com.recursos.biblioteca.upc.edu/doi/book/10.1002/9781118218457>. ISBN 9781118218457.

Course guide

200241 - HM - History of Mathematics

Last modified: 29/05/2025

Unit in charge: School of Mathematics and Statistics
Teaching unit: 749 - MAT - Department of Mathematics.

Degree: BACHELOR'S DEGREE IN MATHEMATICS (Syllabus 2009). (Optional subject).

Academic year: 2025 **ECTS Credits:** 6.0 **Languages:** Catalan

LECTURER

Coordinating lecturer: MONICA BLANCO ABELLAN

Others:

DEGREE COMPETENCES TO WHICH THE SUBJECT CONTRIBUTES

Specific:

3. CE-2. Solve problems in Mathematics, through basic calculation skills, taking in account tools availability and the constraints of time and resources.
4. CE-4. Have the ability to use computational tools as an aid to mathematical processes.
5. Ability to solve problems from academic, technical, financial and social fields through mathematical methods.

Generical:

1. CB-4. Have the ability to communicate their conclusions, and the knowledge and rationale underpinning these to specialist and non-specialist audiences clearly and unambiguously.
2. To have developed those learning skills necessary to undertake further interdisciplinary studies with a high degree of autonomy in scientific disciplines in which Mathematics have a significant role.
6. CG-1. Show knowledge and proficiency in the use of mathematical language.
7. CG-2. Construct rigorous proofs of some classical theorems in a variety of fields of Mathematics.
8. CG-3. Have the ability to define new mathematical objects in terms of others already know and ability to use these objects in different contexts.
9. CG-4. Translate into mathematical terms problems stated in non-mathematical language, and take advantage of this translation to solve them.
10. CG-6 Detect deficiencies in their own knowledge and pass them through critical reflection and choice of the best action to extend this knowledge.

Transversal:

11. EFFICIENT ORAL AND WRITTEN COMMUNICATION. Communicating verbally and in writing about learning outcomes, thought-building and decision-making. Taking part in debates about issues related to the own field of specialization.
12. SELF-DIRECTED LEARNING. Detecting gaps in one's knowledge and overcoming them through critical self-appraisal. Choosing the best path for broadening one's knowledge.

TEACHING METHODOLOGY

In the course we will try to work whenever possible with primary or secondary historical sources specialist. The course is located within the line of historical research that attempts to understand the formation processes of mathematical concepts in their own context, in terms of mathematical knowledge and intent with which they worked more in terms of what will happen then. The relationship between the contributions show the path.

The themes are usually developed as part of a presentation and discussion of the topic of the session and one of explanation and introduction to the next topic. The exhibition, at times, for some students following a script of questions on the topic, in attempts to clarify the comments after the doubts and problems that may have emerged in the readings. We present the major periods of history (six are considered) and the rest of the sessions are structured based on monographic presentations, some, by students, the rest by the teacher. Most activities are related to any mathematical text of the period treated. A significant part of the course is final projects that must be submitted in writing and orally defend the final session. These works, on an author or a text chosen by the students, allow them to practice certain procedures and learn mathematical concepts from a different perspective.

LEARNING OBJECTIVES OF THE SUBJECT

The aim of the course is to explore the past of mathematics showing how they emerged and how they developed over time concepts, theorems, and axiomatic methods that are exposed today in the texts under a pragmatic conception, logic and teaching often does not match the historical order in which they were invented or discovered. Through the course, students should develop an overview of the development of the mathematics. This aim is broken down into four specific objectives, which lay with different facets of this development:

1. Knowing the sources on which knowledge of mathematics in the past. This involves read and interpret a selection of classic texts in mathematics, and learn to locate and use the historical literature.
2. Recognize significant changes in the Mathematics discipline, which have affected the structure and classification, their methods, their concepts and their relationship to other sciences.
3. To reveal the cultural relations of mathematics (with politics, religion, philosophy, or culture, among other areas).
4. Get pupils to reflect on the development of mathematical thinking and transformation of natural philosophy.

The capabilities to acquire are deducted from these goals.

STUDY LOAD

Type	Hours	Percentage
Self study	90,0	60.00
Hours large group	30,0	20.00
Hours small group	30,0	20.00

Total learning time: 150 h

CONTENTS

Mathematics in the Antiquity

Description:

Cuneiform tablets. The Egyptian papyrus. Greek Science. The Rhind papyrus. The Pitagoric. The incommensurability problem. Euclid's Elements (300 BC). The measurement of the universe in Aristarchus of Samos (ca. 210-230 BC). The quadrature of the circle in Archimedes (287 BC-212 BC). The Arithmetic by Diophantus of Alexandria (250-350).

Full-or-part-time: 25h

Theory classes: 5h

Laboratory classes: 5h

Self study : 15h

From Arab science to the Renaissance

Description:

The beginnings of algebra. Mohamed Ben Musa al-Khwarizmi (850 AD). The beginnings of plane trigonometry and first trigonometric developments. Calculus and merchandise in medieval mathematics. Geometry and art. Leon Battista Alberti (1404-1472) and Leonardo da Vinci (1452-1519). Arte Mayor in the Iberian Peninsula. The resolution of the third and fourth degree polynomial equations in Girolamo Cardano (1501-1576) and Rafael Bombelli (1526-1572).

Full-or-part-time: 25h

Theory classes: 5h

Laboratory classes: 5h

Self study : 15h

The birth of Modern Mathematics.

Description:

François Viète (1540-1603) and the Analytic Art. The symbolic language and the first mathematical courses: Pierre Hérigone (1580-1643). The algebrization of mathematics René Descartes (1596-1650) and analytical geometry. The arithmetical triangle by Blaise Pascal (1623-1662). The birth of the logarithms. Harmonic series and the harmonic triangle by Pietro Mengoli (1627-1686).

Full-or-part-time: 25h

Theory classes: 5h

Laboratory classes: 5h

Self study : 15h

Contributions preceding calculus.

Description:

Quadratures of Archimedes (about 250 BC). The theory of the indivisibles of Cavalieri (1635). Methods for tangents: Fermat (1629) and Descartes (1637).

Full-or-part-time: 25h

Theory classes: 5h

Laboratory classes: 5h

Self study : 15h

Conceptual development of calculus in the eighteenth century

Description:

The Newton and Leibniz calculus. Debates on the calculus foundation. Series of powers: Newton and the general binomial theorem (1664-1665). Gregory and the expansion of the binomial (1670). The method of Taylor's increase (1715). The Kerala School: Non-Western Roots of Development in series. First definitions of function: Johan Bernoulli (1718) and Leonhard Euler (1748, 1755). Euler and the logarithmic and circular functions (1748).

Full-or-part-time: 25h

Theory classes: 5h

Laboratory classes: 5h

Self study : 15h

Aritmetization and rigorous formulation of calculus

Description:

Limit definitions in D'Alembert (1765) and Cauchy (1821). Definitions of continuity: Euler (1748), Bolzano (1817), Cauchy (1821). The mean value theorem. The functions derived from Lagrange (1797) and Cauchy (1823). The notation epsilon-delta. Introduction to the integration of reals functions of Euler (1768). Cauchy (1823) and the fundamental theorem of calculus.

Full-or-part-time: 25h

Theory classes: 5h

Laboratory classes: 5h

Self study : 15h

GRADING SYSTEM

The final grade is obtained, with the activities done in class and the final project of the year, broken down as follows.

Coursework: 40% from written or oral practice made each week. Each week, students develop an activity. The activity consists of playing a demo of some text, a dossier prepared to fill (from a text) or a short summary of a text prepared with questions. Can answer them in writing or orally, can be completed, reviewed, or annotating the text in class, during practice. It assesses the clarity of explanations and our understanding of mathematical activity.

Essay: analysis of a significant demonstration of the text or history of mathematics. In the essay, they should clearly exhibit the main ideas of selected text and its significance for the history of mathematics. In the evaluation (written and oral presentation) will assess the clarity in the exposition of the ideas of the author chose, as well as the ability to connect with the text reviewed the history of mathematics that have been developed. In case of any demonstration will also analyze the level of mathematical understanding. It is divided in two parts: mid-term submission (20%) and final submission + oral presentation (40%).

BIBLIOGRAPHY

Basic:

- Rommevaux, S.; Spiesser, Maryvonne. Pluralité de l'algèbre à la Renaissance. Paris: Honoré Champion, 2012. ISBN 9782745323989.
- Fauvel, John; Gray, Jeremy. The History of mathematics : a reader. London: Macmillan Press, 1987. ISBN 0333427904.
- Katz, Victor; Hunger Parshall, Karen. Taming the unknown: a history of algebra from antiquity to the early twentieth century. Princeton: Princeton University Press, 2014. ISBN 9780691149059.
- Katz, Victor. The Mathematics of Egypt, Mesopotamia, China, India and Islam: a sourcebook. Princeton: Princeton University Press, 2007. ISBN 9780691114859.
- Stedall, Jacqueline. The History of mathematics : a very short introduction. Oxford: Oxford University Press, 2012. ISBN 9780199599684.
- Barrow-Green, June; Gray, Jeremy; Wilson, Robin J. The History of mathematics: a source-based approach (vol. 1, vol. 2). American Mathematical Society, ISBN 9781470443528.

Complementary:

- Stedall, Jacqueline. Mathematics emerging : a sourcebook 1540 -1900 [on line]. Oxford: Oxford University Press, 2008 [Consultation : 27/06/2023]. Available on : <https://ebookcentral-proquest-com.recursos.biblioteca.upc.edu/lib/upccatalunya-ebooks/detail.action?pq-origsite=primo&docID=415528>. ISBN 9780191527715.
- Serres, Michel; Bensaude-Vincent, Bernadette. Historia de las ciencias. 2a ed. Madrid: Cátedra, cop. 1991. ISBN 8437609887.
- Grattan-Guinness, I. The Norton history of the mathematical sciences : the rainbow of mathematics. New York: W. W. Norton & Company, 1998. ISBN 0393046508.
- Chemla, Karine. The History of mathematical proof in ancient traditions [on line]. Cambridge: Cambridge University Press, 2012 [Consultation : 27/06/2023]. Available on : <https://web-p-ebshost-com.recursos.biblioteca.upc.edu/ehost/ebookviewer/ebook?sid=da92e3ea-25e3-40da-922c-74b538feb9e0%40redis&vid=0&format=EB>. ISBN 9781107012219.
- Stedall, Jacqueline A. From Cardano's great art to Lagrange's reflections : filling a gap in the history of algebra. Zürich: European Mathematical Society, 2011. ISBN 9783037190920.

- Baron, Margaret E. The Origins of infinitesimal calculus. Dover Publications, 2003. ISBN 9780486495446.
- Grattan-Guinness, I. Companion encyclopedia of the history and philosophy of the mathematical sciences. London: Routledge, 1994. ISBN 9780415037853.

Course guide

200006 - CI - Integral Calculus

Last modified: 15/06/2025

Unit in charge: School of Mathematics and Statistics
Teaching unit: 749 - MAT - Department of Mathematics.

Degree: BACHELOR'S DEGREE IN MATHEMATICS (Syllabus 2009). (Compulsory subject).

Academic year: 2025 **ECTS Credits:** 7.5 **Languages:** Catalan, Spanish

LECTURER

Coordinating lecturer: ODÍ SOLER I GIBERT

Others:

DEGREE COMPETENCES TO WHICH THE SUBJECT CONTRIBUTES

Specific:

1. CE-2. Solve problems in Mathematics, through basic calculation skills, taking in account tools availability and the constraints of time and resources.
2. CE-3. Have the knowledge of specific programming languages and software.
3. CE-4. Have the ability to use computational tools as an aid to mathematical processes.

Generical:

4. CB-1. Demonstrate knowledge and understanding in Mathematics that is founded upon and extends that typically associated with Bachelor's level, and that provides a basis for originality in developing and applying ideas, often within a research context.
5. CB-2. Know how to apply their mathematical knowledge and understanding, and problem solving abilities in new or unfamiliar environments within broader or multidisciplinary contexts related to Mathematics.
6. CB-3. Have the ability to integrate knowledge and handle complexity, and formulate judgements with incomplete or limited information, but that include reflecting on social and ethical responsibilities linked to the application of their knowledge and judgements.
7. CG-1. Show knowledge and proficiency in the use of mathematical language.
8. CG-2. Construct rigorous proofs of some classical theorems in a variety of fields of Mathematics.
9. CG-3. Have the ability to define new mathematical objects in terms of others already know and ability to use these objects in different contexts.
10. CG-4. Translate into mathematical terms problems stated in non-mathematical language, and take advantage of this translation to solve them.
12. CG-6 Detect deficiencies in their own knowledge and pass them through critical reflection and choice of the best action to extend this knowledge.

Transversal:

11. SELF-DIRECTED LEARNING. Detecting gaps in one's knowledge and overcoming them through critical self-appraisal. Choosing the best path for broadening one's knowledge.

TEACHING METHODOLOGY

During lectures, the students will be introduced and guided through the contents of the course.

There will be a problem list with many problems. Some of these will be solved during problem sessions, while others will be left for the students to solve autonomously.

LEARNING OBJECTIVES OF THE SUBJECT

(Section not available)

STUDY LOAD

Type	Hours	Percentage
Hours small group	30,0	16.00
Hours large group	45,0	24.00
Self study	112,5	60.00

Total learning time: 187.5 h

CONTENTS

1. Improper Integrals and Numerical Series

Description:

Basic Definitions. Convergence Criteria for Numerical Series and Improper Integrals. Relationship between Improper Integrals and Series. Improper Integrals depending on a Parameter.

Full-or-part-time: 39h

Theory classes: 10h

Practical classes: 7h

Self study : 22h

2. Multiple Integrals

Description:

The Riemann Integral of Several Variables Functions. The Lebesgue Criterion for Riemannian Integrability. Fubini's Theorem. Change of Variable Theorem. Applications. Improper Integrals.

Full-or-part-time: 51h 30m

Theory classes: 14h

Practical classes: 8h

Self study : 29h 30m

3. Line and Surface Integrals

Description:

Parametrized Curves. Line Integrals of Functions and Vector Fields. Integration and Equivalent Curves. Parametrized Surfaces. Surface Integrals of Functions and Vector Fields. Integration and Equivalent Surfaces.

Full-or-part-time: 29h

Theory classes: 7h

Practical classes: 6h

Self study : 16h

4. Integral Theorems

Description:

Gradient, Divergence and Curl. Green's Theorem, Stokes' Theorem and Gauss' Theorem. Applications: conservative and solenoidal vector fields.

Full-or-part-time: 39h

Theory classes: 8h

Practical classes: 6h

Guided activities: 25h

5. Differential Forms

Description:

Review of Multilinear Algebra. Differential Forms in $\mathbb{R}^n$ and in submanifolds. Exterior Derivative. Integration of Forms. Green, Stokes and Gauss' Theorems.

Full-or-part-time: 29h

Theory classes: 6h

Practical classes: 3h

Self study : 20h

GRADING SYSTEM

There will be a midterm exam (P), a final exam (F) and continuous assessment activities (AC). Both the exams calendar and the continuous assessment activities will be announced during the beginning of the course.

The final course grade (NF) will be computed as

$$NF = \text{Max} \{0,30 \cdot P + 0,10 \cdot AC + 0,60 \cdot F; F\}.$$

An extra exam will take place on July for students that failed during the regular semester.

BIBLIOGRAPHY

Basic:

- Cerdà Martín, J. L. Càlcul integral. Barcelona: Edicions de la Universitat de Barcelona, 2001. ISBN 848338261X.
- Marsden, Jerrold E.; Hoffman, Michael J. Elementary classical analysis. 2nd ed. New York: W.H. Freeman and Company, 1993. ISBN 0716721058.
- Pascual Gainza, Pere (ed.). Càlcul integral per a enginyers [on line]. Barcelona: Universitat Politècnica de Catalunya, 2002 [Consultation: 24/05/2024]. Available on: <http://hdl.handle.net/2099.3/36742>. ISBN 8483016273.
- Zorich, Vladimir A. Mathematical analysis II. Berlin: Springer, 2004. ISBN 3540406336.
- Spivak, Michael. Cálculo en variedades. Barcelona: Reverté, 1970. ISBN 8429151427.

Complementary:

- Bombal Gordon, F.; Rodríguez Marín, L.; Vera Botí, G. Problemas de análisis matemático. Vol. 3. 2a ed. Madrid: AC, 1987. ISBN 8472881024.
- Marsden, Jerrold E.; Tromba, Anthony J. Cálculo vectorial [on line]. 5a ed. Madrid: Addison Wesley, 2004 [Consultation: 26/06/2023]. Available on: https://www-ingebook-com.recursos.biblioteca.upc.edu/ib/NPcd/IB_BooksVis?cod_primaria=1000187&codigo_libro=7634. ISBN 8478290699.
- Bressoud, David M. Second year calculus : from celestial mechanics to special relativity. New York: Springer-Verlag, 1991. ISBN 038797606X.
- Greenberg, Michael D. Foundations of applied mathematics. Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1978. ISBN 0133296237.
- Wade, William R. An Introduction to analysis. 4th ed. Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 2010. ISBN 0321656849.

- Bruna, Joaquim. Analysis in Euclidean space. World Scientific, 2023. ISBN 9781800611719.

Course guide

200002 - AL - Linear Algebra

Last modified: 29/05/2025

Unit in charge:	School of Mathematics and Statistics		
Teaching unit:	749 - MAT - Department of Mathematics.		
Degree:	BACHELOR'S DEGREE IN MATHEMATICS (Syllabus 2009). (Compulsory subject).		
Academic year: 2025	ECTS Credits: 7.5	Languages: Catalan	

LECTURER

Coordinating lecturer: JOSEP ALVAREZ MONTANER

Others:

PRIOR SKILLS

This student must master the knowledge of high school mathematics and be able to solve related exercises.

DEGREE COMPETENCES TO WHICH THE SUBJECT CONTRIBUTES

Specific:

1. CE-2. Solve problems in Mathematics, through basic calculation skills, taking in account tools availability and the constraints of time and resources.
2. CE-3. Have the knowledge of specific programming languages and software.
3. CE-4. Have the ability to use computational tools as an aid to mathematical processes.

Generical:

4. CB-1. Demonstrate knowledge and understanding in Mathematics that is founded upon and extends that typically associated with Bachelor's level, and that provides a basis for originality in developing and applying ideas, often within a research context.
5. CB-2. Know how to apply their mathematical knowledge and understanding, and problem solving abilities in new or unfamiliar environments within broader or multidisciplinary contexts related to Mathematics.
6. CB-3. Have the ability to integrate knowledge and handle complexity, and formulate judgements with incomplete or limited information, but that include reflecting on social and ethical responsibilities linked to the application of their knowledge and judgements.
7. CG-1. Show knowledge and proficiency in the use of mathematical language.
8. CG-2. Construct rigorous proofs of some classical theorems in a variety of fields of Mathematics.
9. CG-3. Have the ability to define new mathematical objects in terms of others already known and ability to use these objects in different contexts.
10. CG-4. Translate into mathematical terms problems stated in non-mathematical language, and take advantage of this translation to solve them.
12. CG-6. Detect deficiencies in their own knowledge and pass them through critical reflection and choice of the best action to extend this knowledge.

Transversal:

11. SELF-DIRECTED LEARNING. Detecting gaps in one's knowledge and overcoming them through critical self-appraisal. Choosing the best path for broadening one's knowledge.

TEACHING METHODOLOGY

Theory classes will be used to present and develop the program.

In the problem sessions will be solved, among the exercises and problems proposed, those that are considered more illustrative. We will insist on the conceptual aspects of the subject without neglecting the most mechanical parts. During these sessions, the different strategies available to address the problems will be considered and the choice of the one that is most appropriate will be justified. In this sense, efforts will be made to encourage the active participation of students.

LEARNING OBJECTIVES OF THE SUBJECT

The general objective of the subject is to introduce students to different aspects of standard linear algebra and matrix analysis. The specific objectives of this subject are the acquisition of basic knowledge of linear algebra (matrices, systems of linear equations, vector spaces and their transformations). Specifically:

- manipulation and operations with matrices; discussion and solution of systems of linear equations;
- vector spaces; linear dependence; subspaces; bases and coordinates.
- study of linear applications; base changes; invariant subspaces; diagonalization of endomorphisms.
- introduction to the basic geometric notions related to the Euclidean space

Besides the asignatura has to be foundation and reference in back courses and, for this, the course also has like aims:

- enhance the student's capacity for abstraction;
- familiarize students with the development of abstract language and mathematical formalism;
- to introduce students to interdisciplinary problems that are solved with linear algebra.
- and introduce the student to the use of linear algebra as a tool to model and solve problems.

At the end of the course, the knowledge, skills and abilities that the student must acquire are as follows:

- Know how to operate with matrices. Calculate ranges and determinants. Know how to interpret matrices, operations and results in different contexts. Discuss and solve systems of linear equations. Know how to propose systems and know how to interpret their solutions.
- Recognize vector spaces, vector subspaces and linear applications.
- Know how to calculate linear dependence relations. Understand the notions of bases and dimension. Know how to calculate and change coordinates. Understand the different operations between subspaces and between vector spaces. Get acquainted with the dual space and the quotient and know how to work on it.
- Determine the kernel and image of a linear application. Calculate images and anti-images of elements and subspaces. Know how to represent matrix linear applications. Understand the relationship with systems of equations and know how to change the basis. Understand the concept of vector subspace and constraint. Understand the need to transform an array to a predetermined shape. Discuss and find the diagonal shape of an array, both in the real case and in the complex case. Know how to work with specific types of matrices.
- Know applications of the diagonalization of an endomorphism.
- Understand the concept of scalar product and derived concepts. Know how to work in Euclidean spaces. Understand the notion of orthogonality and orthogonal projection. Know the real Spectral Theorem.

STUDY LOAD

Type	Hours	Percentage
Guided activities	7,5	4.00
Hours large group	45,0	24.00
Self study	105,0	56.00
Hours small group	30,0	16.00

Total learning time: 187.5 h

CONTENTS

Matrices, determinant and linear systems

Description:

Operations with matrices. Elementary matrices and transformations. Rank. Echelon forms. Linear systems. Rouché-Frobenius Theorem. Determinant. Properties. Adjoint. Laplace Rule. Computation of the inverse matrix.

Full-or-part-time: 18h

Practical classes: 8h

Self study : 10h

Vector spaces

Description:

Vector space. Linear combination. Independence and generators. Bases. Steinitz Theorem. Dimension. Coordinates. Change of basis. Subspaces. Intersection, sum and direct sum. Grassmann formula. Quotient space.

Full-or-part-time: 44h

Theory classes: 12h

Practical classes: 7h

Self study : 25h

Linear maps

Description:

Linear maps. Kernel and image. Matrix of a linear map. Change of basis. Endomorphisms. Operations with linear maps and matrices. Dual space. Dual basis. Dual map. Quotient space and isomorphism theorem.

Full-or-part-time: 35h

Theory classes: 10h

Practical classes: 5h

Self study : 20h

Reduction of endomorphisms

Description:

Eigenvectors and eigenvalues, characteristic polynomial, algebraic and geometric multiplicity. First decomposition theorem, diagonalization criteria. Annihilator polynomials, Cayley-Hamilton theorem, minimal polynomial. Jordan form of an endomorphism. Applications

Full-or-part-time: 36h

Theory classes: 11h

Practical classes: 5h

Self study : 20h

Euclidean Vector Space

Description:

Scalar products and Euclidean space; norm, distance, angles, orthogonal subspace, orthogonal projection. Orthonormal bases and Gram-Schmidt. Spectral theorem. Applications.

Full-or-part-time: 37h

Theory classes: 12h

Practical classes: 5h

Self study : 20h

GRADING SYSTEM

The evaluation of the subject will be carried out by means of a Partial Examination in the middle of the semester, a continuous evaluation and a final examination. The continuous assessment mark will be obtained from the assessment of problems solved and delivered periodically by the students.

The grade of the subject is obtained according to the formula:

Grade = max {final exam mark; 70% final exam mark + 20% partial exam mark + 10% continuous assessment; 90% final exam + 10% continuous assessment; 80% final exam + 20% partial exam}.

Additionally, there will be an extraordinary final exam in July for those who have failed. This will provide:

Grade = max {extraordinary final exam mark; 70% extraordinary final exam mark + 20% partial exam mark + 10% continuous assessment; 90% extraordinary final exam + 10% continuous assessment; 80% extraordinary final exam + 20% partial exam}.

BIBLIOGRAPHY

Basic:

- Castellet, M. ; Llerena, I. Àlgebra lineal i geometria. 4a ed. Bellaterra: Universitat Autònoma de Barcelona. Servei de Publicacions, 2000. ISBN 847488943X.
- Strang, Gilbert. Introduction to linear algebra. 5th ed. Wellesley: Cambridge Press, cop. 2016. ISBN 9780980232776.
- Jeronimo, G.; Sabia, J.; Tesauri, S. Àlgebra lineal (recopilació de notes de l'autor) [on line]. Available on: http://mate.dm.uba.ar/~jeronimo/algebra_lineal/.

Complementary:

- Friedberg, Stephen H; Insel, Arnold J; Spence, Lawrence E. Linear algebra. 4th ed. Upper Saddle River: Pearson Education, cop. 2003. ISBN 0131202669.
- Poole, David. Álgebra lineal: una introducción moderna. 2004. ISBN 9706862722.
- Lay, David C; Murrieta Murrieta, Jesús Elmer; Alfaro Pastor, Javier. Álgebra lineal y sus aplicaciones [on line]. 3a ed. México: Pearson Educación, 2007 [Consultation: 21/06/2023]. Available on: https://www-ingebook-com.recursos.biblioteca.upc.edu/ib/NPcd/IB_BooksVis?cod_primaria=1000187&codigo_libro=1275. ISBN 9789702609063.
- Puerta Sales, Ferran. Àlgebra Lineal. Barcelona: Edicions UPC, 2005. ISBN 9788483018033.

Course guide

200171 - MMF - Mathematical Models in Physics

Last modified: 29/05/2025

Unit in charge: School of Mathematics and Statistics
Teaching unit: 748 - FIS - Department of Physics.
749 - MAT - Department of Mathematics.

Degree: BACHELOR'S DEGREE IN MATHEMATICS (Syllabus 2009). (Compulsory subject).

Academic year: 2025 **ECTS Credits:** 7.5 **Languages:** Catalan, Spanish

LECTURER

Coordinating lecturer: PEDRO TALAVERA SANCHEZ

Others:

PRIOR SKILLS

The course "Mathematical Models of Physics" is the second general physical content and the first block of matter "modeling" Math Grade FME . This subject is based on the knowledge of the subject of Physics in Q4 and expands its own theoretical formulations of classical mathematical physics using mathematical tools, mainly from multivariable calculus, that the student knows at this point. The course should also provide a base to discuss real systems such as in "Mathematical models of technology" and in different subjects as "Dynamical systems and analysis" and "Numerical methods and engineering."

DEGREE COMPETENCES TO WHICH THE SUBJECT CONTRIBUTES

Specific:

1. CE-1. Propose, analyze, validate and interpret simple models of real situations, using the mathematical tools most appropriate to the goals to be achieved.
2. CE-2. Solve problems in Mathematics, through basic calculation skills, taking in account tools availability and the constraints of time and resources.

Generical:

5. CB-1. Demonstrate knowledge and understanding in Mathematics that is founded upon and extends that typically associated with Bachelor's level, and that provides a basis for originality in developing and applying ideas, often within a research context.
6. CB-2. Know how to apply their mathematical knowledge and understanding, and problem solving abilities in new or unfamiliar environments within broader or multidisciplinary contexts related to Mathematics.
7. CB-3. Have the ability to integrate knowledge and handle complexity, and formulate judgements with incomplete or limited information, but that include reflecting on social and ethical responsibilities linked to the application of their knowledge and judgements.
8. CB-4. Have the ability to communicate their conclusions, and the knowledge and rationale underpinning these to specialist and non-specialist audiences clearly and unambiguously.
9. CG-1. Show knowledge and proficiency in the use of mathematical language.
10. CG-2. Construct rigorous proofs of some classical theorems in a variety of fields of Mathematics.
11. CG-3. Have the ability to define new mathematical objects in terms of others already know and ability to use these objects in different contexts.
12. CG-4. Translate into mathematical terms problems stated in non-mathematical language, and take advantage of this translation to solve them.
13. CG-6 Detect deficiencies in their own knowledge and pass them through critical reflection and choice of the best action to extend this knowledge.

Transversal:

14. EFFICIENT ORAL AND WRITTEN COMMUNICATION. Communicating verbally and in writing about learning outcomes, thought-building and decision-making. Taking part in debates about issues related to the own field of specialization.
15. SUSTAINABILITY AND SOCIAL COMMITMENT. Being aware of and understanding the complexity of social and economic phenomena that characterize the welfare society. Having the ability to relate welfare to globalization and sustainability. Being able to make a balanced use of techniques, technology, the economy and sustainability.
17. EFFECTIVE USE OF INFORMATION RESOURCES. Managing the acquisition, structure, analysis and display of information from the own field of specialization. Taking a critical stance with regard to the results obtained.
18. SELF-DIRECTED LEARNING. Detecting gaps in one's knowledge and overcoming them through critical self-appraisal. Choosing the best path for broadening one's knowledge.

TEACHING METHODOLOGY

The course is designed for a total of 65 teaching hours (13 weeks) in 39 hours of theory sessions and 26 hours of practical sessions (problems). Both in the theoretical and, above all, in the practice sessions, we try to involve the students in their development, inviting them to solve the problems proposed and even to develop a theoretical section.

In the sessions of problems, besides the exercises to be discussed in class, other ones will be delivered to the students. Some of them will be required, and the others could be delivered voluntarily. These exercises would be discussed in the tutorial hours or, exceptionally, in class.

Another objective is to habituate the students to use English bibliography.
Catalan and spanish will be both used in the courses.

LEARNING OBJECTIVES OF THE SUBJECT

The main goal of the course is the familiarization with the core ideas of three fields of classical physics and of quantum mechanics, and their mathematical formulations. The student will acquire the conceptual tools that will allow him to progress in these fields in an autonomous way, and to interact with physicists and engineers.

The detailed learning objectives are:

- To understand the Lagrangian and Hamiltonian formulations of mechanics.
- To use the calculus of variations in order to state the variational principles of mechanics, and their connection with symmetries and conservation laws via Noether's theorem.
- To apply the Lagrangian and Hamiltonian frameworks to discuss complex mechanical problems.
- To describe the Minkowskian formulation of special relativity and the transformations of Lorentz and Poincaré.
- To understand the Lorentz covariance of Maxwell equations.
- To apply the equations of special relativity to solve simple kinematical problems.
- To understand the basic formulation of relativistic dynamics and their application to simple collision problems.
- To understand the several conservation laws of fluids mechanics, both in integral and differential forms.
- To describe Euler and Navier-Stokes equations, and their dominions of validity.
- To understand the historical evolution of quantum mechanics.
- To describe the basic principles of quantum mechanics, and the main differences with respect to classical mechanics.
- To solve simple problems in the framework of quantum mechanics, both with a finite and infinite number of degrees of freedom, mainly in one space dimension.

STUDY LOAD

Type	Hours	Percentage
Self study	112,5	60.00
Hours large group	45,0	24.00
Hours small group	30,0	16.00

Total learning time: 187.5 h

CONTENTS

Classic mechanics

Description:

- 1) Foundations of mechanics. Dynamical systems. Fundamental principles. Galilean invariance. Dynamical systems: configuration and state spaces.
Constraints. Generalized coordinates and velocities.
- 2) Variational calculus. Three basic problems of the calculus of variations. Hamilton's variational principle. Euler-lagrange equations. Some applications.
- 3) Lagrangian formalism. Lagrangian systems. Mechanical lagrangians and conservative systems. Constants of motion, symmetries and Noether's theorem.
- 4) Hamiltonian formalism. Legendre transformation. Generalized moments. Hamiltonian function and Hamilton's equations. Hamilton-Jacobi variational principle.
Hamiltonian systems. Poisson brackets. Constants of motion and conservation laws.

Full-or-part-time: 16h

Theory classes: 10h

Practical classes: 6h

Special relativity

Description:

- 1) Foundations of special relativity. pre-relativistic classical mechanics and Maxwell equations. Postulates of special relativity. Space-time and Minkowski metrics.
- 2) Relativistic kinematics and dynamics and electromagnetism. Lorentz and Poincaré transformations.
Relativistic kinematics: time dilatation, length contraction and velocity addition. Relativistic dynamics: quadrimoment. Covariant form of Maxwell equations: quadripotentials and electromagnetic tensor. Some ideas on general relativity.

Full-or-part-time: 15h

Theory classes: 9h

Practical classes: 6h

The equations of fluid mechanics

Description:

- 1) Mathematical description of fluid mechanics. Lagrangian and Eulerian coordinates. Material derivative. Transport theorem. Continuity equation. Incompressible fluids. Local deformation of a fluid.
- 2) The equations of fluid mechanics. Balance of mechanical momentum. Newtonian fluids. Navier-Stokes equations. Balance of mechanical energy. First principle of thermodynamics. Bernoulli's theorem. Balance of entropy.
- 3) Reynolds' number. Irrotational flow.

Full-or-part-time: 10h

Theory classes: 6h

Practical classes: 4h

Quantum mechanics

Description:

- 1) Historical and conceptual introduction. Short journey through theoretical physics. The experimental foundations of quantum physics.
- 2) Quantum mechanics I: wave function. Rules of quantum mechanics in one space dimension. Time-independent Schrödinger equation. Heisenberg's uncertainty principle. Stern-Gerlach experiment. Spin. Harmonic oscillator.
- 3) Quantum mechanics II: formal postulates. Dirac's notation. Completeness relation. Pure states. Observables. Results of measurements. State reduction. Time evolution. Unitary transformations.

Full-or-part-time: 24h

Theory classes: 15h

Practical classes: 9h

GRADING SYSTEM

At the end of the first two parts of the course there is a first partial exam, with a 45% weight in the final qualification of the subject. After finishing the course, students can choose to perform a second partial exam of the two remaining parts, weighting 45% of the final grade, or a final exam of the entire course, whose value would be, in this case, 90% of the final grade. The remaining 10% will come from the correction of the problems submitted by the students during the course. An extra exam will take place on July for students that failed during the regular semester.

BIBLIOGRAPHY

Basic:

- Kundu, Pijush K; Cohen, Ira M; Dowling, David R. Fluid mechanics [on line]. 5th ed. Amsterdam: Elsevier, cop. 2012 [Consultation: 01/06/2022]. Available on: <https://www.sciencedirect.com/recursos.biblioteca.upc.edu/book/9780123821003/fluid-mechanics>. ISBN 0123821010.
- José, Jorge V; Saletan, Eugene J. Classical dynamics : a contemporary approach. Cambridge: Cambridge University Press, 1998. ISBN 0521636361.
- Carroll, Sean M. Spacetime and geometry : an introduction to general relativity. San Francisco: Addison Wesley, cop. 2004. ISBN 0805387323.
- Galindo, Alberto; Pascual, Pedro. Quantum mechanics I. Springer-Verlag, 1990. ISBN 9783642838569.

Complementary:

- Jackson, John David. Classical electrodynamics. 3rd ed. New York: John Wiley & Sons, cop. 1999. ISBN 047143132X.
- Garrido Beltrán, Lluís; Pons Ràfols, Josep Maria. Mecànica quàntica. 2a ed. Barcelona: Universitat de Barcelona, 2007. ISBN 9788447532353.
- Feynman, Richard P; Leighton, Robert B; Sands, Matthew L. The Feynman lectures on physics [on line]. New millennium ed. New York: Basic Books, cop. 2010 [Consultation: 26/06/2023]. Available on: https://www.feynmanlectures.caltech.edu/I_toc.html. ISBN 9780465024940.
- Woodhouse, N. M. J. Special relativity. Berlin: Springer-Verlag, cop. 2003. ISBN 9781852334260.
- Goldstein, Herbert; Safko, Joh; Poole, Charles P. Classical mechanics. 3rd ed. San Francisco: Addison-Wesley, cop. 2002. ISBN 0201657023.



RESOURCES

Hyperlink:

- Aaronson, S.. Resource

Other resources:

- 1) S. Aaronson, Introduction to quantum information science, UT course (Austin), 2017. Course materials can be found here:
[https://www.scottaaronson.com/cs378/esource />](https://www.scottaaronson.com/cs378/esource/)
- 2) Additional resources that will be available in ATENEA.

Course guide

200172 - MMT - Mathematical Models in Technology

Last modified: 26/06/2025

Unit in charge: School of Mathematics and Statistics
Teaching unit: 749 - MAT - Department of Mathematics.

Degree: BACHELOR'S DEGREE IN MATHEMATICS (Syllabus 2009). (Compulsory subject).

Academic year: 2025 **ECTS Credits:** 9.0 **Languages:** English

LECTURER

Coordinating lecturer: JAIME FRANCH BULLICH

Others:

DEGREE COMPETENCES TO WHICH THE SUBJECT CONTRIBUTES

Specific:

5. CE-1. Propose, analyze, validate and interpret simple models of real situations, using the mathematical tools most appropriate to the goals to be achieved.
6. CE-2. Solve problems in Mathematics, through basic calculation skills, taking in account tools availability and the constraints of time and resources.
7. CE-3. Have the knowledge of specific programming languages and software.
8. CE-4. Have the ability to use computational tools as an aid to mathematical processes.

Generical:

1. CB-1. Demonstrate knowledge and understanding in Mathematics that is founded upon and extends that typically associated with Bachelor's level, and that provides a basis for originality in developing and applying ideas, often within a research context.
2. CB-2. Know how to apply their mathematical knowledge and understanding, and problem solving abilities in new or unfamiliar environments within broader or multidisciplinary contexts related to Mathematics.
3. CB-3. Have the ability to integrate knowledge and handle complexity, and formulate judgements with incomplete or limited information, but that include reflecting on social and ethical responsibilities linked to the application of their knowledge and judgements.
4. CB-4. Have the ability to communicate their conclusions, and the knowledge and rationale underpinning these to specialist and non-specialist audiences clearly and unambiguously.
9. CG-1. Show knowledge and proficiency in the use of mathematical language.
10. CG-2. Construct rigorous proofs of some classical theorems in a variety of fields of Mathematics.
11. CG-3. Have the ability to define new mathematical objects in terms of others already know and ability to use these objects in different contexts.
12. CG-4. Translate into mathematical terms problems stated in non-mathematical language, and take advantage of this translation to solve them.
13. CG-6 Detect deficiencies in their own knowledge and pass them through critical reflection and choice of the best action to extend this knowledge.

Transversal:

14. ENTREPRENEURSHIP AND INNOVATION: Knowing about and understanding how businesses are run and the sciences that govern their activity. Having the ability to understand labor laws and how planning, industrial and marketing strategies, quality and profits relate to each other.
15. SUSTAINABILITY AND SOCIAL COMMITMENT. Being aware of and understanding the complexity of social and economic phenomena that characterize the welfare society. Having the ability to relate welfare to globalization and sustainability. Being able to make a balanced use of techniques, technology, the economy and sustainability.
16. EFFICIENT ORAL AND WRITTEN COMMUNICATION. Communicating verbally and in writing about learning outcomes, thought-building and decision-making. Taking part in debates about issues related to the own field of specialization.
17. TEAMWORK. Being able to work as a team player, either as a member or as a leader. Contributing to projects pragmatically and responsibly, by reaching commitments in accordance to the resources that are available.
18. EFFECTIVE USE OF INFORMATION RESOURCES. Managing the acquisition, structure, analysis and display of information from the own field of specialization. Taking a critical stance with regard to the results obtained.
19. SELF-DIRECTED LEARNING. Detecting gaps in one's knowledge and overcoming them through critical self-appraisal. Choosing the best path for broadening one's knowledge.

TEACHING METHODOLOGY

The course is divided in two main activities: Lab sessions and Technology Topics.

In the laboratory sessions, the students divide into groups of 3-4 people and study a different problem each group. The problems are realistic technological problems. About each problem partial presentations along the semester and a final presentation, together with a final report, have to be done.

The Technology topics part is devoted to the introduction of several technologies like digital images, 3D scene models, Computer graphics and Virtual Reality applications.

In the topics sessions the students have to master the different technologies and develop several projects and practices. At the end of the course one exam will evaluate the level of course achievement.

LEARNING OBJECTIVES OF THE SUBJECT

(Section not available)

STUDY LOAD

Type	Hours	Percentage
Hours large group	34,5	15.33
Hours small group	28,5	12.67
Self study	162,0	72.00

Total learning time: 225 h

CONTENTS

Modelling Laboratory

Description:

In the laboratory sessions, the students divide into groups of 3-4 people and study a different problem each group. The problems are realistic technological problems. About each problem partial presentations along the semester and a final presentation, together with a final report, have to be done.

Full-or-part-time: 112h 30m

Laboratory classes: 30h

Self study : 82h 30m

Technology Topics

Description:

This part of the course is devoted to the introduction of several technologies like digital images, 3D scene models, Computer graphics and Virtual Reality applications.

In the topics sessions the students have to master the different technologies and develop several projects and practices. At the end of the course one exam will evaluate the level of course achievement.

Full-or-part-time: 112h 30m

Laboratory classes: 30h

Self study : 82h 30m

GRADING SYSTEM

Completion of the corresponding unit of the subject "Ús solvent de la informació" will be required for the assesment of the course giving a 10% of the total mark.

The remaining 90% of the total mark is distributed equally: 45% from attending and participating in the seminar and from the project made at the lab, and the technology topics part will give the other 45%.

BIBLIOGRAPHY

Basic:

- Howison, Sam. Practical applied mathematics : modelling, analysis, approximation. New York: Cambridge University Press, 2005. ISBN 0521603692.
- Fowler, A.C. Mathematical models in the applied sciences. New York: Cambridge University Press, 1997. ISBN 0521467039.
- Erleben, Kenny; Sparring, Jon; Henriksen, Knud; Dohlmann, Henrik. Physics-based animation [on line]. Hingham: Charles River Media, 2005 [Consultation: 13/06/2025]. Available on: <https://iphys.wordpress.com/wp-content/uploads/2020/01/erleben.ea05.pdf>. ISBN 1584503807.

Complementary:

- Friedman, A.; Litman, W. Industrial mathematics : a course in solving real-world problems. Philadelphia: SIAM, 1994. ISBN 0898713242.
- Cumberbatch, E.; Fitt, A. Mathematical modeling: case studies from industry [on line]. New York: Cambridge University Press, 2001 [Consultation: 21/06/2023]. Available on: <https://www-cambridge-org.recursos.biblioteca.upc.edu/core/books/mathematical-modeling/E196EE609B5320352722DC023BD878B2>. ISBN 9780521011730.
- Tayler, A. B. Mathematical models in applied mechanics. Oxford: The Clarendon Press, 2001. ISBN 0198515596.
- Holmes, Mark H. Introduction to the foundations of applied mathematics [on line]. New York: Springer New York, 2009 [Consultation: 21/06/2023]. Available on: <https://link-springer-com.recursos.biblioteca.upc.edu/book/10.1007/978-0-387-87765-5>. ISBN 9780387877655.
- Witelsky, T.; Bowen, M. Methods of mathematical modelling. Cham (Switzerland): Springer, 2015. ISBN 9783319230412.
- Logan, J.D. Applied mathematics. Hoboken: Wiley-Interscience, 2013. ISBN 9781118475805.
- Bargteil, Adam W.; Shinar, Tamar. "An introduction to physics-based animation". Proceedings SIGGRAPH [on line]. [Consultation: 13/06/2025]. Available on: <https://dl.acm.org/doi/10.1145/3305366.3328050>.
- Singh, Himanshu. Practical machine learning and image processing : for facial recognition, object detection, and pattern recognition using Python. California: Apress Berkeley, 2019. ISBN 9781484241486.

Course guide

200152 - PM - Mathematical Programming

Last modified: 29/05/2025

Unit in charge: School of Mathematics and Statistics
Teaching unit: 715 - EIO - Department of Statistics and Operations Research.
Degree: BACHELOR'S DEGREE IN MATHEMATICS (Syllabus 2009). (Compulsory subject).
Academic year: 2025 **ECTS Credits:** 7.5 **Languages:** Catalan

LECTURER

Coordinating lecturer: JORDI CASTRO PÉREZ

Others:

DEGREE COMPETENCES TO WHICH THE SUBJECT CONTRIBUTES

Specific:

1. CE-2. Solve problems in Mathematics, through basic calculation skills, taking in account tools availability and the constraints of time and resources.
2. CE-3. Have the knowledge of specific programming languages and software.
3. CE-4. Have the ability to use computational tools as an aid to mathematical processes.

Generical:

4. CB-1. Demonstrate knowledge and understanding in Mathematics that is founded upon and extends that typically associated with Bachelor's level, and that provides a basis for originality in developing and applying ideas, often within a research context.
5. CB-2. Know how to apply their mathematical knowledge and understanding, and problem solving abilities in new or unfamiliar environments within broader or multidisciplinary contexts related to Mathematics.
6. CB-3. Have the ability to integrate knowledge and handle complexity, and formulate judgements with incomplete or limited information, but that include reflecting on social and ethical responsibilities linked to the application of their knowledge and judgements.
7. CG-1. Show knowledge and proficiency in the use of mathematical language.
8. CG-2. Construct rigorous proofs of some classical theorems in a variety of fields of Mathematics.
9. CG-3. Have the ability to define new mathematical objects in terms of others already know and ability to use these objects in different contexts.
10. CG-4. Translate into mathematical terms problems stated in non-mathematical language, and take advantage of this translation to solve them.
12. CG-6 Detect deficiencies in their own knowledge and pass them through critical reflection and choice of the best action to extend this knowledge.

Transversal:

11. SELF-DIRECTED LEARNING. Detecting gaps in one's knowledge and overcoming them through critical self-appraisal. Choosing the best path for broadening one's knowledge.

TEACHING METHODOLOGY

(Section not available)

LEARNING OBJECTIVES OF THE SUBJECT

(Section not available)

STUDY LOAD

Type	Hours	Percentage
Hours small group	30,0	16.00
Self study	112,5	60.00
Hours large group	45,0	24.00

Total learning time: 187.5 h

CONTENTS

Introduction

Description:

The Mathematical Programming. Building methodology of Mathematical Programming models. The paper of the models in the decision making process. Main types of Mathematical Programming: linears, integers, network flows, nonlinear, stochastics, etc.

Full-or-part-time: 23h 30m

Theory classes: 4h 30m

Practical classes: 3h

Self study : 16h

Linear Programming

Description:

Definition and examples of linear programming problems. The geometry of linear programming: feasible sets, convex sets and polyhedrons; optimal solutions, extreme points and basic solutions. The primal simplex algorithm: development, convergence and computational complexity. Duality theory: definition of the dual problem and examples, duality theorems. Duality and the max flow - min cut theorem. Dual simplex algorithm: development and convergence. Sensitivity analysis.

Full-or-part-time: 47h 30m

Theory classes: 13h 30m

Practical classes: 6h

Laboratory classes: 3h

Self study : 25h

Integer Linear Programming

Description:

Definition of linear integer programming problem and examples. Linear relaxation. Valid, strong and ideal formulations. Algorithms for linear integer programming: branch and bound, Gomory's cutting planes, branch and cut.

Full-or-part-time: 18h 30m

Theory classes: 6h

Practical classes: 4h

Self study : 8h 30m

Unconstrained Nonlinear Programming

Description:

Nonlinear optimization models. Existence and characterization of the optimization problems solutions. First and second order conditions. Line search methods: curve fitting, Armijo-Wolfe conditions. Basic methods of descent: the gradient method and Newton method.

Full-or-part-time: 28h 30m

Theory classes: 7h 30m

Practical classes: 5h

Self study : 16h

Constrained Nonlinear Programming

Description:

Constrained Nonlinear Programming Problems. Lagrangian function. Kuhn-Tucker conditions. Sufficient conditions. Sensitivity analysis.

Full-or-part-time: 34h 30m

Theory classes: 11h 30m

Practical classes: 7h

Self study : 16h

GRADING SYSTEM

There will be a non eliminatory midterm exam (ExP), and a final exam (ExF). The final mark NF of the course will be:

$$NF = \max\{ExF, 0.7 ExF + 0.3 ExP\}$$

An extra exam will take place on July for students that failed during the regular semester.

If the student fails, the extra evaluation will only consist of a resit exam.

BIBLIOGRAPHY

Basic:

- Bertsimas, Dimitris; Tsitsiklis, John N. Introduction to linear optimization. Belmont: Athena Scientific, 1997. ISBN 1886529191.
- Nocedal, Jorge ; Wright, Stephen J. Numerical optimization [on line]. 2nd ed. Springer Science + Business Media, 2006 [Consultation: 20/06/2023]. Available on: <https://link-springer-com.recursos.biblioteca.upc.edu/book/10.1007/978-0-387-40065-5>. ISBN 0387303030.
- Wolsey, Laurence A. Integer programming. New York: John Wiley & Sons, 1998. ISBN 0471283665.
- Fourer, Robert; Gay, David M.; Kernighan, Brian W. AMPL : a modeling language for mathematical programming. 2nd ed. Pacific Grove, CA: Thomson/Brooks/Cole, 2003. ISBN 0534388094.

Complementary:

- Sra, Suvrit; Nowozin, Sebastian; Wright, Stephen J. Optimization for machine learning [on line]. Cambridge: MIT Press, 2011 [Consultation: 24/05/2024]. Available on: <https://ebookcentral-proquest-com.recursos.biblioteca.upc.edu/lib/upcatalunya-ebooks/detail.action?pq-origsite=primo&docID=3339310>. ISBN 9780262298773.

Course guide

200255 - MAM - Mathematics Applied to Music

Last modified: 25/06/2025

Unit in charge: School of Mathematics and Statistics
Teaching unit: 749 - MAT - Department of Mathematics.

Degree: BACHELOR'S DEGREE IN MATHEMATICS (Syllabus 2009). (Optional subject).

Academic year: 2025 **ECTS Credits:** 3.0 **Languages:** Catalan

LECTURER

Coordinating lecturer: LAURA FARRÉ ROZADA

Others:

DEGREE COMPETENCES TO WHICH THE SUBJECT CONTRIBUTES

Specific:

GM-CE1. CE-1. Propose, analyze, validate and interpret simple models of real situations, using the mathematical tools most appropriate to the goals to be achieved.

GM-CE2. CE-2. Solve problems in Mathematics, through basic calculation skills, taking in account tools availability and the constraints of time and resources.

GM-CE3. CE-3. Have the knowledge of specific programming languages and software.

GM-CE4. CE-4. Have the ability to use computational tools as an aid to mathematical processes.

Generical:

GM-CB1. CB-1. Demonstrate knowledge and understanding in Mathematics that is founded upon and extends that typically associated with Bachelor's level, and that provides a basis for originality in developing and applying ideas, often within a research context.

GM-CB2. CB-2. Know how to apply their mathematical knowledge and understanding, and problem solving abilities in new or unfamiliar environments within broader or multidisciplinary contexts related to Mathematics.

GM-CB3. CB-3. Have the ability to integrate knowledge and handle complexity, and formulate judgements with incomplete or limited information, but that include reflecting on social and ethical responsibilities linked to the application of their knowledge and judgements.

GM-CB4. CB-4. Have the ability to communicate their conclusions, and the knowledge and rationale underpinning these to specialist and non-specialist audiences clearly and unambiguously.

GM-CG1. CG-1. Show knowledge and proficiency in the use of mathematical language.

GM-CG2. CG-2. Construct rigorous proofs of some classical theorems in a variety of fields of Mathematics.

GM-CG3. CG-3. Have the ability to define new mathematical objects in terms of others already know and ability to use these objects in different contexts.

GM-CG4. CG-4. Translate into mathematical terms problems stated in non-mathematical language, and take advantage of this translation to solve them.

Transversal:

04 COE. EFFICIENT ORAL AND WRITTEN COMMUNICATION. Communicating verbally and in writing about learning outcomes, thought-building and decision-making. Taking part in debates about issues related to the own field of specialization.

01 EIN. ENTREPRENEURSHIP AND INNOVATION: Knowing about and understanding how businesses are run and the sciences that govern their activity. Having the ability to understand labor laws and how planning, industrial and marketing strategies, quality and profits relate to each other.

02 SCS. SUSTAINABILITY AND SOCIAL COMMITMENT. Being aware of and understanding the complexity of social and economic phenomena that characterize the welfare society. Having the ability to relate welfare to globalization and sustainability. Being able to make a balanced use of techniques, technology, the economy and sustainability.

05 TEQ. TEAMWORK. Being able to work as a team player, either as a member or as a leader. Contributing to projects pragmatically and responsibly, by reaching commitments in accordance to the resources that are available.

06 URI. EFFECTIVE USE OF INFORMATION RESOURCES. Managing the acquisition, structure, analysis and display of information from the own field of specialization. Taking a critical stance with regard to the results obtained.

07 AAT. SELF-DIRECTED LEARNING. Detecting gaps in one's knowledge and overcoming them through critical self-appraisal. Choosing the best path for broadening one's knowledge.

TEACHING METHODOLOGY

.

LEARNING OBJECTIVES OF THE SUBJECT

.

STUDY LOAD

Type	Hours	Percentage
Hours small group	15,0	20.00
Self study	45,0	60.00
Hours large group	15,0	20.00

Total learning time: 75 h

CONTENTS

title english

Description:

content english

Full-or-part-time: 75h

Theory classes: 15h

Laboratory classes: 15h

Self study : 45h

GRADING SYSTEM

.

BIBLIOGRAPHY

Basic:

- Benson, D. J. Music : a mathematical offering. Cambridge: Cambridge University Press., 2006. ISBN 0521619998.
- Fauvel, J.; Flood, R.; Wilson, R. Music and mathematics: from pythagoras to fractals. Oxford: Oxford University Press, 2006. ISBN 0199298939.
- "Symmetry and transformations in the musical plane". Bridges 2009 : mathematics, music, art, architecture, culture [on line]. pp. 169- 176 [Consultation: 26/06/2025]. Available on: <https://archive.bridgesmathart.org/2009/bridges2009-169.html#gsc.tab=0>.
- Jedrzejewski, F. Mathematical theory of music. Paris: IRCAM-Delatour, 2006. ISBN 275210023X.
- Papadopoulos, A. "Mathematics and group theory in music". Handbook of group actions, Vol. II [on line]. [Consultation: 26/06/2025]. Available on: <https://hal.science/hal-01027418v1/document>.

Complementary:

- Azaryahu, L.; Adi-Japha, E. "'MusiMath' – a music-based intervention program for learning patterns and symmetry". The Journal of experimental education. pp. 319–343.
- Manoury, P. La musique du Temps Réel. Paris: MF éditions, 2012. ISBN 2915794561.
- Schoenfeld, A. H. and Herrmann, D. J. "Problem perception and knowledge structure in expert and novice mathematical problem solvers". Journal of experimental psychology: learning, memory and cognition. 8, pp. 484–494.

Course guide

200254 - MED - Mathematics for Education and Dissemination

Last modified: 15/06/2025

Unit in charge: School of Mathematics and Statistics
Teaching unit: 749 - MAT - Department of Mathematics.

Degree: BACHELOR'S DEGREE IN MATHEMATICS (Syllabus 2009). (Optional subject).

Academic year: 2025 **ECTS Credits:** 6.0 **Languages:** Catalan

LECTURER

Coordinating lecturer: MARIA ALBERICH CARRAMIÑANA

Others:

PRIOR SKILLS

Basic but solid math training.

REQUIREMENTS

Interest in the social, cultural, and historical aspects of mathematics, especially in its teaching in the final years of secondary education and its dissemination to the general public.

DEGREE COMPETENCES TO WHICH THE SUBJECT CONTRIBUTES

Specific:

3. CE-2. Solve problems in Mathematics, through basic calculation skills, taking in account tools availability and the constraints of time and resources.
4. CE-4. Have the ability to use computational tools as an aid to mathematical processes.
5. Ability to solve problems from academic, technical, financial and social fields through mathematical methods.

Generical:

1. CB-4. Have the ability to communicate their conclusions, and the knowledge and rationale underpinning these to specialist and non-specialist audiences clearly and unambiguously.
2. To have developed those learning skills necessary to undertake further interdisciplinary studies with a high degree of autonomy in scientific disciplines in which Mathematics have a significant role.
6. CG-1. Show knowledge and proficiency in the use of mathematical language.
7. CG-2. Construct rigorous proofs of some classical theorems in a variety of fields of Mathematics.
8. CG-3. Have the ability to define new mathematical objects in terms of others already know and ability to use these objects in different contexts.
9. CG-4. Translate into mathematical terms problems stated in non-mathematical language, and take advantage of this translation to solve them.
10. CG-6 Detect deficiencies in their own knowledge and pass them through critical reflection and choice of the best action to extend this knowledge.

Transversal:

11. EFFICIENT ORAL AND WRITTEN COMMUNICATION. Communicating verbally and in writing about learning outcomes, thought-building and decision-making. Taking part in debates about issues related to the own field of specialization.
12. SELF-DIRECTED LEARNING. Detecting gaps in one's knowledge and overcoming them through critical self-appraisal. Choosing the best path for broadening one's knowledge.

TEACHING METHODOLOGY

Classes are organized into two-hour project blocks. Each project begins with its presentation and motivation, which includes historical and technical contextualization of the topic, followed by practical workshops. Collaborative work is encouraged in the workshops, which involve problem-solving and activity development. Seminar sessions are conducted by students of the subject, who will present the outcome of their work in each project, as well as by invited external visitors.

LEARNING OBJECTIVES OF THE SUBJECT

- To make understand the various aspects to consider when conveying mathematical content to adapt it to the target audience.
- To make understand the relevance of technical and historical contextualization of any topic that needs to be explained, presented, or studied.
- To highlight the essential unity of mathematics through the study of some classic problems that are part of general mathematical culture and therefore have intrinsic interest. These are interesting topics that, due to their cross-cutting nature, fall outside the content of more specialized subjects.
- To make understand, through real and relevant historical examples, that classic mathematical problems are rarely solved in a closed context, but rather the influence of seemingly distant fields has been decisive. Moreover, these solutions have often had unforeseen implications.
- Reflect on Artificial Intelligence (AI) literacy and the use of AI and other resources in the teaching and learning processes of mathematics.

STUDY LOAD

Type	Hours	Percentage
Hours large group	30,0	20.00
Self study	90,0	60.00
Hours small group	30,0	20.00

Total learning time: 150 h

CONTENTS

Classic problems in mathematics

Description:

- Geometry of the triangle.
- Geometry of the circumference.
- Euler's formula and the five regular polyhedra.
- Chaos and fractals.
- Arithmetic and cryptography.
- The sets of the natural numbers, the integers, the rationals, the real ones and the complexes.
- Hyperbolic geometry.
- Spherical geometry and cartography.
- Statistics. The case of the normal distribution.
- The transcendence of pi and e.
- Lattice geometry and Pick's theorem.

Full-or-part-time: 120h

Theory classes: 24h

Guided activities: 24h

Self study : 72h

Dissemination workshop

Description:

Creative projects related to the subject will be developed with the aim of bringing mathematical knowledge and its technological applications closer to the general public and to secondary school students in particular.

Full-or-part-time: 30h

Theory classes: 6h

Practical classes: 6h

Self study : 18h

GRADING SYSTEM

Class participation and special continuous assessment activities (seminars and written assignments): 25%.

Personal project (each student will choose a mathematical topic on which they will develop two written assignments, record an popular science video, and give an oral presentation): 75%.

The personal project work is distributed as follows:

Popular science article (similar to Notícies SCN; 1000 words): 25%; the first draft is due in October and the final version in December.

Popular science video (4-6 minutes): 25%; due in mid-November.

Teaching or outreach activity: 25%; oral presentation and written submission in December.

EXAMINATION RULES.

During the last weeks of class, there will be an oral presentation of the teaching or outreach activity that is being prepared, and feedback will be received from the teachers to improve the activity for the final submission.

BIBLIOGRAPHY

Basic:

- Alsina, Claudi; Nelsen, Roger B. Icons of mathematics : an exploration of twenty key images. Washington, DC: Mathematical Association of America, cop. 2011. ISBN 9780883853528.
- Brunat Blay, Josep M. (Ma)temàtiques clàssiques [on line]. Barcelona: Universitat Politècnica de Catalunya. Facultat de Matemàtiques i Estadística, cop. 2016 [Consultation: 24/05/2024]. Available on: <https://upcommons.upc.edu/handle/2117/83181>. ISBN 9788460859314.
- Ore, Oysten; Watkins, John J.; Wilson, Robin. Invitation to number theory [on line]. 2n ed. MAA Press, 2017 [Consultation: 16/06/2025]. Available on: <https://web-s-ebsohost-com.recursos.biblioteca.upc.edu/ehost/ebookviewer/ebook?sid=7dd74cd4-59a3-451f-bfb4-a3df433c921a%40redis&vid=0&format=EB>. ISBN 9780883856536.
- Silvester, J. R. Geometry ancient and modern. Oxford: University Pres, cop. 2001. ISBN 9780198508250.
- Richeson, David S. Euler's gem : the polyhedron formula and the birth of topology. Princeton University Press, 2008. ISBN 9780691126777.
- Garfunkel, Solomon. Las Matemáticas en la vida cotidiana. 3ª ed. Madrid [etc.]: Addison-Wesley : Universidad Autónoma de Madrid, cop. 1999. ISBN 9788478290208.

Complementary:

- Jennings, George A. Modern geometry with applications. Corrected third printing. New York: Springer, cop. 1997. ISBN 038794222X.
- Aigner, Martin; Ziegler, Günter M.; Figueiras Ocaña, Lourdes. El Libro de las demostraciones. Tres Cantos: Nivola, 2005. ISBN 8495599953.
- Bryant, John; Sangwin, Chris. How round is your circle? : where engineering and mathematics meet. Princeton University Press,

2008. ISBN 9780691131184.

- Frantz, Marc; Crannell, Annalisa. Viewpoints: mathematical perspective and fractal geometry in art. Princeton University Press, 2011. ISBN 9780691125923.

- Fuchs, D.; Tabachnikov, S. Mathematical omnibus : thirty lectures on classic mathematics. Providence: American Mathematical Society, 2007. ISBN 9780821843161.

- Hull, Thomas. Project origami : activities for exploring mathematics. 2nd ed. A. K. Peters, cop. 2013. ISBN 9781568812588.

- Laczkovich, Miklós. Conjecture and proof. Washington: The Mathematical Association of America, cop. 2001. ISBN 0883857227.

- Peitgen, Heinz-Otto; Jürgens, H; Saupe, Dietmar. Fractals for the classroom. New York: Springer-Verlag, cop. 1991-1992. ISBN 038797041X.

- Sally, J. D.; Sally, Paul. Roots to research : a vertical development of mathematical problems. Providence: American Mathematical Society, cop. 2007. ISBN 9780821844038.

- Corbalán, Fernando. Matemáticas de la vida misma. Barcelona: Graó, 2007. ISBN 9788478275038.

Course guide

200111 - AMG - Multilinear Algebra and Geometry

Last modified: 29/05/2025

Unit in charge: School of Mathematics and Statistics
Teaching unit: 749 - MAT - Department of Mathematics.

Degree: BACHELOR'S DEGREE IN MATHEMATICS (Syllabus 2009). (Compulsory subject).

Academic year: 2025 **ECTS Credits:** 7.5 **Languages:** Catalan, Spanish

LECTURER

Coordinating lecturer: CARLES PADRO LAIMON

Others:

PRIOR SKILLS

Students must have achieved the objectives of Linear Algebra and Euclidean and Affine Geometry

DEGREE COMPETENCES TO WHICH THE SUBJECT CONTRIBUTES

Specific:

1. CE-2. Solve problems in Mathematics, through basic calculation skills, taking in account tools availability and the constraints of time and resources.
2. CE-3. Have the knowledge of specific programming languages and software.
3. CE-4. Have the ability to use computational tools as an aid to mathematical processes.

Generical:

4. CB-1. Demonstrate knowledge and understanding in Mathematics that is founded upon and extends that typically associated with Bachelor's level, and that provides a basis for originality in developing and applying ideas, often within a research context.
5. CB-2. Know how to apply their mathematical knowledge and understanding, and problem solving abilities in new or unfamiliar environments within broader or multidisciplinary contexts related to Mathematics.
6. CB-3. Have the ability to integrate knowledge and handle complexity, and formulate judgements with incomplete or limited information, but that include reflecting on social and ethical responsibilities linked to the application of their knowledge and judgements.
7. CG-1. Show knowledge and proficiency in the use of mathematical language.
8. CG-2. Construct rigorous proofs of some classical theorems in a variety of fields of Mathematics.
9. CG-3. Have the ability to define new mathematical objects in terms of others already know and ability to use these objects in different contexts.
10. CG-4. Translate into mathematical terms problems stated in non-mathematical language, and take advantage of this translation to solve them.
12. CG-6 Detect deficiencies in their own knowledge and pass them through critical reflection and choice of the best action to extend this knowledge.

Transversal:

11. SELF-DIRECTED LEARNING. Detecting gaps in one's knowledge and overcoming them through critical self-appraisal. Choosing the best path for broadening one's knowledge.

TEACHING METHODOLOGY

Teaching hours are divided into three sessions of theory and two sessions of problem solving. In the theory lectures, the contents of the subject are explained, together with examples and proofs. In the problem solving sessions, solutions to the proposed problems are presented and discussed with the students.

LEARNING OBJECTIVES OF THE SUBJECT

To acquire a deeper knowledge on the dual space. To know the basic notions on multilinear algebra: tensors and tensor product, bases of tensor spaces, operations with tensors.

To get knowledge and skills on projective geometry: reference systems, relation with affine geometry, projectivities, classification of conics and quadrics.

To get used to synthetic and analytic solutions of geometric problems.

To be initiated to abstraction in geometry and the Erlangen program.

STUDY LOAD

Type	Hours	Percentage
Hours large group	45,0	24.00
Self study	112,5	60.00
Hours small group	30,0	16.00

Total learning time: 187.5 h

CONTENTS

Multilinear algebra

Description:

- Bilinear and quadratic forms.
- The vector space of tensors.
- Tensor product. Basis.
- Symmetric tensors. Skewsymmetric tensors. Operators.
- Exterior product. Basis.

Full-or-part-time: 18h

Theory classes: 11h

Practical classes: 7h

Jordan canonical form

Description:

We continue the analysis of square matrices begun in Linear Algebra studying the Jordan canonical form.

Full-or-part-time: 5h

Theory classes: 3h

Laboratory classes: 2h

Projective geometry

Description:

- Projective space (real and complex).
- Interpretations of projective plane.
- Projective completion of an affine space.
- Linear varieties. Grasmann.
- Reference systems and projective coordinates. Equations of linear varieties.
- Cross ratio.
- Duality.
- Pappus and Desargues' theorems.
- Axiomàtic definition of the projective plane. Non desarguesian planes.

Full-or-part-time: 19h 10m

Theory classes: 11h 40m

Practical classes: 7h 30m

Quadrics

Description:

- Hyperquadrics of a projective space.
- Polarity.
- Projective classification of quadrics (real and complex).
- Affine classification of quadrics (real and complex).
- Conics. Steiner's theorem.
- Euclidean geometry inside projective geometry.

Full-or-part-time: 17h

Theory classes: 10h

Practical classes: 7h

-Projectivities

Description:

- Projectivities and homographies. Properties.
- The Main Theorem of Projective Geometry.
- Matrices of projectivities.
- Projectivities, linear varieties and duality.
- Fixed points and fixed varieties.
- Some families of projectivities: perspectivities, involutions and homologies. Poncelet's Theorem.
- Homographies of the line and the plane.
- Affine maps as projectivities

Full-or-part-time: 18h

Theory classes: 11h

Laboratory classes: 7h

GRADING SYSTEM

The final mark of the subject will be obtained from a final exam (EF mark) and a midterm exam (EP mark).

The final exam will consist of a part with some problems and a theoretical part.

The final subject mark will be the result of $\max \{ EF, 0.8 EF + 0.2 EP \}$

An extra exam will take place on July for students that failed during the regular semester.

BIBLIOGRAPHY

Basic:

- Casas Alvero, Eduardo. Analytic projective geometry. European Mathematical Society, 2011. ISBN 9783037191385.
- Greub, Werner Hildbert. Multilinear algebra. New York: Springer-Verlag, 1967.
- Puerta Sales, Fernando. Algebra Lineal. Barcelona: Edicions UPC, 2005.
- Reventós i Tarrida, Agustí. Geometria projectiva. Bellaterra: Servei de Publicacions UAB, 2000. ISBN 8449019788.

Complementary:

- Audin, Michèle. Geometry. Berlin: Springer, 2003. ISBN 3540434984.
- Hartshorne, Robin. Foundations of projective geometry. New York: Irish Press International, 2009. ISBN 9784871878371.
- Projective geometry : b3 course 2003 [on line]. Available on: https://people.maths.ox.ac.uk/hitchin/files/LectureNotes/Projective_geometry/Chapter_1_Projective_geometry.pdf.- Santaló, Luís. Geometria projectiva. 3a ed. Buenos Aires: Eudeba, 1977.
- Xambó Descamps, Sebastián. Geometria [on line]. 2a ed. Barcelona: Edicions UPC, 2001 [Consultation: 21/05/2020]. Available on: <http://hdl.handle.net/2099.3/36176>. ISBN 8483015110.

Course guide

200252 - MUS - Music and Mathematics

Last modified: 29/05/2025

Unit in charge: School of Mathematics and Statistics
Teaching unit: 749 - MAT - Department of Mathematics.

Degree: BACHELOR'S DEGREE IN MATHEMATICS (Syllabus 2009). (Optional subject).

Academic year: 2025 **ECTS Credits:** 3.0 **Languages:** Catalan

LECTURER

Coordinating lecturer: FRANCESC XAVIER GRACIA SABATE

Others:

PRIOR SKILLS

Generic mathematical knowledge such as that acquired in the first two years of a science or engineering degree is required. More particularly, you need to be familiar with differential equations and solving boundary value problems for partial differential equations. It is also necessary to have studied music at an intermediate level, without which the subject has little motivation.

REQUIREMENTS

Having studied a subject where partial differential equations are explained at a basic level.

DEGREE COMPETENCES TO WHICH THE SUBJECT CONTRIBUTES

Specific:

GM-CE1. CE-1. Propose, analyze, validate and interpret simple models of real situations, using the mathematical tools most appropriate to the goals to be achieved.

GM-CE3. CE-3. Have the knowledge of specific programming languages and software.

GM-CE5. Knowing how to use search tools of bibliographic resources in Mathematics.

GM-CE6. Ability to solve problems from academic, technical, financial and social fields through mathematical methods.

Generical:

GM-CB2. CB-2. Know how to apply their mathematical knowledge and understanding, and problem solving abilities in new or unfamiliar environments within broader or multidisciplinary contexts related to Mathematics.

GM-CB4. CB-4. Have the ability to communicate their conclusions, and the knowledge and rationale underpinning these to specialist and non-specialist audiences clearly and unambiguously.

GM-CB5. To have developed those learning skills necessary to undertake further interdisciplinary studies with a high degree of autonomy in scientific disciplines in which Mathematics have a significant role.

Transversal:

04 COE. EFFICIENT ORAL AND WRITTEN COMMUNICATION. Communicating verbally and in writing about learning outcomes, thought-building and decision-making. Taking part in debates about issues related to the own field of specialization.

05 TEQ. TEAMWORK. Being able to work as a team player, either as a member or as a leader. Contributing to projects pragmatically and responsibly, by reaching commitments in accordance to the resources that are available.

07 AAT. SELF-DIRECTED LEARNING. Detecting gaps in one's knowledge and overcoming them through critical self-appraisal. Choosing the best path for broadening one's knowledge.

TEACHING METHODOLOGY

Theoretical expository classes, supplemented with listenings or videos, and the completion of exercises.

LEARNING OBJECTIVES OF THE SUBJECT

To study some of the many connections between music and mathematics, such as the description of the sound produced by musical instruments, the building of scales and tuning systems, and the description of the patterns that appear in musical compositions.

STUDY LOAD

Type	Hours	Percentage
Hours large group	15,0	20.00
Hours small group	15,0	20.00
Self study	45,0	60.00

Total learning time: 75 h

CONTENTS

Introduction

Description:

Music, the art of sound.

Full-or-part-time: 1h

Theory classes: 1h

Spectra of musical instruments

Description:

Classification of musical instruments. The wave equation. Vibrating string. Air tubes. Membranes. Bars, plates...

Full-or-part-time: 6h

Theory classes: 6h

Perception of sound and the concept of dissonance

Description:

The ear. Characteristics of sound. Theory of dissonance. Relationship between spectra and scales.

Full-or-part-time: 5h

Theory classes: 5h

Scales and tuning systems

Description:

Intervals and scales. Pythagorean tuning. Just intonation. Mesotonic temperaments. Irregular temperaments. Other scales. Scales generated by an interval.

Full-or-part-time: 10h

Theory classes: 10h



Symmetries and mathematical structures in music

Description:

Musical divertimentos. Transformations and symmetries in musical space. Composition methods; dodecaphonism. Combinatorics of scales and chords. Rhythms.

Full-or-part-time: 8h

Theory classes: 8h

GRADING SYSTEM

15%: participation in the classroom and work done throughout the course;

15%: short final exam, on basic concepts;

70%: completion and presentation of a final work.

BIBLIOGRAPHY

Basic:

- Benson, David J. Music : a mathematical offering. Cambridge University Press, 2006. ISBN 0521619998.
- Rossing, Thomas D.; Wheeler, Paul A.; Moore, F. Richard. The science of sound. 3rd ed. San Francisco: Addison Wesley, cop. 2002. ISBN 0805385657.
- Fletcher, Neville H.; Rossing, Thomas D. The physics of musical instruments. 2nd ed. New York: Springer-Verlag, 1999. ISBN 0387983740.
- William A. Sethares. Tuning, timbre, spectrum, scale [on line]. 2nd ed. London: Springer, 2004 [Consultation: 15/06/2023]. Available on: <https://link-springer-com.recursos.biblioteca.upc.edu/book/10.1007/b138848>. ISBN 9786610337293.
- Goldáraz Gaínza, J. Javier. Afinación y temperamentos históricos. Madrid: Alianza, 2004. ISBN 8420665460.

RESOURCES

Other resources:

For more information see <https://web.mat.upc.edu/xavier.gracia/musmat> (in Catalan).

Course guide

200153 - CN - Numerical Calculus

Last modified: 29/05/2025

Unit in charge: School of Mathematics and Statistics
Teaching unit: 751 - DECA - Department of Civil and Environmental Engineering.

Degree: BACHELOR'S DEGREE IN MATHEMATICS (Syllabus 2009). (Compulsory subject).

Academic year: 2025 **ECTS Credits:** 7.5 **Languages:** Catalan

LECTURER

Coordinating lecturer: SONIA FERNANDEZ MENDEZ

Others:

PRIOR SKILLS

Numerical linear algebra
Differential and integral calculus

DEGREE COMPETENCES TO WHICH THE SUBJECT CONTRIBUTES

Specific:

1. CE-2. Solve problems in Mathematics, through basic calculation skills, taking in account tools availability and the constraints of time and resources.
2. CE-3. Have the knowledge of specific programming languages and software.
3. CE-4. Have the ability to use computational tools as an aid to mathematical processes.

Generical:

5. CB-1. Demonstrate knowledge and understanding in Mathematics that is founded upon and extends that typically associated with Bachelor's level, and that provides a basis for originality in developing and applying ideas, often within a research context.
6. CB-2. Know how to apply their mathematical knowledge and understanding, and problem solving abilities in new or unfamiliar environments within broader or multidisciplinary contexts related to Mathematics.
7. CB-3. Have the ability to integrate knowledge and handle complexity, and formulate judgements with incomplete or limited information, but that include reflecting on social and ethical responsibilities linked to the application of their knowledge and judgements.
8. CG-1. Show knowledge and proficiency in the use of mathematical language.
9. CG-2. Construct rigorous proofs of some classical theorems in a variety of fields of Mathematics.
10. CG-3. Have the ability to define new mathematical objects in terms of others already know and ability to use these objects in different contexts.
11. CG-4. Translate into mathematical terms problems stated in non-mathematical language, and take advantage of this translation to solve them.
12. CG-6 Detect deficiencies in their own knowledge and pass them through critical reflection and choice of the best action to extend this knowledge.

Transversal:

4. SELF-DIRECTED LEARNING. Detecting gaps in one's knowledge and overcoming them through critical self-appraisal. Choosing the best path for broadening one's knowledge.

TEACHING METHODOLOGY

(see Catalan version)

LEARNING OBJECTIVES OF THE SUBJECT

(see Catalan version)

STUDY LOAD

Type	Hours	Percentage
Hours large group	45,0	24.00
Hours small group	30,0	16.00
Self study	112,5	60.00

Total learning time: 187.5 h

CONTENTS

Root finding

Description:

(see Catalan version)

Full-or-part-time: 10h

Theory classes: 6h

Practical classes: 4h

Systems of non-linear equations

Description:

(see Catalan version)

Full-or-part-time: 10h

Theory classes: 6h

Practical classes: 4h

Function approximation

Description:

(see Catalan version)

Full-or-part-time: 20h

Theory classes: 12h

Practical classes: 8h

Numerical integration

Description:

(see catalan version)

Full-or-part-time: 15h

Theory classes: 9h

Practical classes: 6h



Introduction to numerical methods for differential equations

Description:

(see catalan version)

Full-or-part-time: 20h

Theory classes: 12h

Practical classes: 8h

GRADING SYSTEM

(see Catalan version)

BIBLIOGRAPHY

Basic:

- Aubanell, A.; Benseny, A.; Delshams, A. Eines bàsiques de càlcul numèric : amb 87 problemes resolts. Universitat Autònoma de Barcelona, 1991. ISBN 847929230X.
- Stoer, J.; Bulirsch, R. Introduction to numerical analysis. 3rd ed. Springer-Verlag, 2002. ISBN 9781441930064.
- Quarteroni, A.; Saleri, F. Scientific computing with MATLAB and octave [on line]. 3rd ed. Heidelberg: Springer, 2010 [Consultation: 20/06/2023]. Available on: <https://link-springer-com.recursos.biblioteca.upc.edu/book/10.1007/978-3-642-12430-3>. ISBN 9786613569660.

Complementary:

- Isaacson, E.; Keller, H. B. Analysis of numerical methods. Dover, 1994.
- Press, W.H. [et al.]. Numerical recipes : the art of scientific computing. Cambridge University Press, 1986.

Course guide

200151 - ALN - Numerical Linear Algebra

Last modified: 29/05/2025

Unit in charge: School of Mathematics and Statistics
Teaching unit: 749 - MAT - Department of Mathematics.

Degree: BACHELOR'S DEGREE IN MATHEMATICS (Syllabus 2009). (Compulsory subject).

Academic year: 2025 **ECTS Credits:** 7.5 **Languages:** Catalan

LECTURER

Coordinating lecturer: JUAN RAMON PACHA ANDUJAR

Others:

PRIOR SKILLS

The student must have achieved the objectives detailed in the teaching guide for the Linear Algebra subject (code AL-200002) which is taught in the first semester of the Mathematics Degree.

REQUIREMENTS

Have followed at least one Linear Algebra course with content similar to the first year Linear Algebra course of the Mathematics Degree. Consult the Teaching Guide, code AL-200002.

DEGREE COMPETENCES TO WHICH THE SUBJECT CONTRIBUTES

Specific:

1. CE-2. Solve problems in Mathematics, through basic calculation skills, taking in account tools availability and the constraints of time and resources.
2. CE-3. Have the knowledge of specific programming languages and software.
3. CE-4. Have the ability to use computational tools as an aid to mathematical processes.

Generical:

4. CB-1. Demonstrate knowledge and understanding in Mathematics that is founded upon and extends that typically associated with Bachelor's level, and that provides a basis for originality in developing and applying ideas, often within a research context.
5. CB-2. Know how to apply their mathematical knowledge and understanding, and problem solving abilities in new or unfamiliar environments within broader or multidisciplinary contexts related to Mathematics.
6. CB-3. Have the ability to integrate knowledge and handle complexity, and formulate judgements with incomplete or limited information, but that include reflecting on social and ethical responsibilities linked to the application of their knowledge and judgements.
7. CG-1. Show knowledge and proficiency in the use of mathematical language.
8. CG-2. Construct rigorous proofs of some classical theorems in a variety of fields of Mathematics.
9. CG-3. Have the ability to define new mathematical objects in terms of others already know and ability to use these objects in different contexts.
10. CG-4. Translate into mathematical terms problems stated in non-mathematical language, and take advantage of this translation to solve them.
12. CG-6 Detect deficiencies in their own knowledge and pass them through critical reflection and choice of the best action to extend this knowledge.

Transversal:

11. SELF-DIRECTED LEARNING. Detecting gaps in one's knowledge and overcoming them through critical self-appraisal. Choosing the best path for broadening one's knowledge.

TEACHING METHODOLOGY

The 5 hours of class per week are divided into 3 hours in a conventional classroom and 2 hours in a computer classroom. Generally, theoretical concepts are presented and developed in the conventional classroom. In the computer classroom, mostly problems, examples of implementation and use of numerical methods, as well as examples of application in science and engineering are done. The progress of the proposed practical exercises is also monitored.

All information regarding the organization and monitoring of the subject, and all teaching material is published on the teaching intranet.

LEARNING OBJECTIVES OF THE SUBJECT

The subject has two main objectives: (1) to give a global idea of the role of numerical methods in solving common problems in mathematics, physics and engineering, and (2) to provide a solid foundation in the numerical solution of linear algebra problems.

The student must acquire abilities to:

- Know and understand the possibilities, and limitations, of numerical methods for solving problems in mathematics and other disciplines
- Know and understand the basic numerical techniques for solving systems of linear equations and eigenvalue problems.
- Select and use an appropriate numerical method for solving a specific problem, identifying its advantages and disadvantages.
- Acquire competence and agility when expressing the numerical methods studied in the form of algorithms to, finally, code them efficiently in the Python programming language.
- Critically analyze the results obtained (precision in the result of interest, adequacy of the numerical method and the mathematical model, interpretation of the results).
- Present the results clearly and concisely.

STUDY LOAD

Type	Hours	Percentage
Hours large group	45,0	24.00
Guided activities	7,5	4.00
Self study	105,0	56.00
Hours small group	30,0	16.00

Total learning time: 187.5 h

CONTENTS

Introduction to numerical methods

Description:

- Introduction: Iterations, recurrences, finite differences, etc.
- The Python programming language. Numpy, sympy and matplotlib libraries.

Related competencies :

GM-CE3. CE-3. Have the knowledge of specific programming languages and software.

Full-or-part-time: 17h 30m

Practical classes: 4h

Self study : 13h 30m

Finite arithmetics and accuracy

Description:

- Binary representation of floating point numbers. The IEEE-754 standard for floating-point arithmetic.
- Errors in numerical operations. Propagation of errors. Progressive and regressive analysis of error propagation.
- Numerical stability and instability. examples Conditioning of numerical algorithms.

Related competencies :

GM-CE2. CE-2. Solve problems in Mathematics, through basic calculation skills, taking in account tools availability and the constraints of time and resources.

Full-or-part-time: 20h

Theory classes: 5h

Laboratory classes: 3h

Self study : 12h

Linear systems of equations. Direct Methods

Description:

- Basic concepts. Matrix typology. Orthogonality. Vector and matrix rules, and equivalence.
- Gaussian elimination. Partial and total pivots, LU, Cholesky, Doolittle and Crout factorizations.
- QR factorization. Gram-Schmidt orthogonalization and stable variants. Givens and Householder orthogonal projectors.
- Overdetermined systems and least squares approximations.
- Condition number of a matrix and errors in the solution of linear systems. Iterative refinement.
- Band matrices, block and scattered matrices. LU factorization of band and sparse matrices, and fill-in. Incomplete LU factorization, criteria. Use as preconditioners.
- Factorization of partitioned matrices. Substructuring and Schur's complement.

Related competencies :

GM-CE2. CE-2. Solve problems in Mathematics, through basic calculation skills, taking in account tools availability and the constraints of time and resources.

Full-or-part-time: 57h 30m

Theory classes: 15h

Laboratory classes: 8h

Self study : 34h 30m

Linear systems of equations: iterative methods

Description:

- Classical stationary methods: Jacobi, Gauss-Seidel, on relaxation (SOR).
- Methods for symmetric matrices. Gradient and conjugate gradient.
- Preconditioners.

Related competencies :

GM-CE2. CE-2. Solve problems in Mathematics, through basic calculation skills, taking in account tools availability and the constraints of time and resources.

Full-or-part-time: 35h

Theory classes: 8h

Laboratory classes: 9h

Self study : 18h

Eigenvalues and singular value decomposition, SVD

Description:

- Power method and derivatives: Inverse power, shifted and shifted inverse.
- Jacobi's method. Reduction to tridiagonal form of symmetric matrices.
- Iterations based on QR factorizations. Reduction to Hessenberg form.
- Decomposition into singular values, SVD.
- Applications.

Related competencies :

GM-CE2. CE-2. Solve problems in Mathematics, through basic calculation skills, taking in account tools availability and the constraints of time and resources.

Full-or-part-time: 57h 30m

Theory classes: 15h

Laboratory classes: 8h

Self study : 34h 30m

GRADING SYSTEM

The subject is assessed through exams (E) and a set of practices that must be delivered within a specified period (AC). The grade of the subject will be the weighted average

$$NF = 0.8E + 0.2AC$$

where the grade E is calculated from the grades of the partial exams (EP), final (EF) com

$$E = \max(0.3 EP + 0.7 EF, EF)$$

In the extraordinary call E is the minimum between 7 and the mark of the extraordinary exam.

Although only the delivered exercises will be assessed for the practice grade (AC), it is advisable to do all the proposed exercises, as some exam questions may be based on them or require similar technical developments.

Given that part of the exams will consist of the application of the codes developed in the practice classes, the exams will be held in the PC classrooms.

BIBLIOGRAPHY

Basic:

- Allaire, Grégoire; Trabelsi, Karim; Kaber, Sidi Mahmoud. Numerical linear algebra [on line]. New York: Springer, cop. 2008 [Consultation: 04/06/2024]. Available on: <https://link-springer-com.recursos.biblioteca.upc.edu/book/10.1007/978-0-387-68918-0>. ISBN 9780387341590.
- Aubanell, Anton; Benseny, Antoni; Delshams, Amadeu. Útiles básicos de cálculo numérico. Barcelona: Labor, 1993. ISBN 8433551566.
- Björck, A. Numerical methods in matrix computations [on line]. Cham: Springer, 2015 [Consultation: 04/06/2024]. Available on: <https://link-springer-com.recursos.biblioteca.upc.edu/book/10.1007/978-3-319-05089-8>. ISBN 3319050893.
- Bonet, Carles. Càlcul numèric [on line]. Barcelona: Edicions UPC, 1994 [Consultation: 04/06/2024]. Available on: <https://upcommons.upc.edu/handle/2099.3/36356>. ISBN 8476533764.
- Golub, Gene H; Van Loan, Charles F. Matrix computations. 4th ed. Baltimore: The Johns Hopkins University Press, 2013. ISBN 9781421407944.
- Grau Sánchez, Miquel; Noguera Batlle, Miquel. Càlcul numèric. Barcelona: Edicions UPC, 1993. ISBN 8476532563.
- Saad, Y. Iterative methods for sparse linear systems. 2nd ed. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics, SIAM, cop. 2003. ISBN 0898715342.
- Saad, Y. Numerical methods for large eigenvalue problems [on line]. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics, SIAM, 2011 [Consultation: 04/06/2024]. Available on: <https://www-users.cse.umn.edu/~saad/books.html>.
- Stoer, Josef; Bulirsch, Roland. Introduction to numerical analysis. 3rd ed. New York [etc.]: Springer, cop. 2002. ISBN 9781441930064.
- Wilkinson, J. H. The Algebraic eigenvalue problem. Oxford: Clarendon Press, cop. 1965. ISBN 0198534183.

Complementary:

- Demmel, James W. Applied numerical linear algebra. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics, SIAM, cop. 1997. ISBN 0898713897.
- Goldberg, D.. "What every computer scientist should know about floating-point arithmetic". ACM Computing Surveys [on line]. Vol. 23, Num. 1, 1991 [Consultation: 04/06/2024]. Available on: <https://dl-acm-org.recursos.biblioteca.upc.edu/doi/abs/10.1145/103162.103163>.
- Higham, Nicholas J. Accuracy and stability of numerical algorithms. 2nd ed. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics, cop. 2002. ISBN 0898715210.
- Kincaid, David; Cheney, E. W. Análisis numérico: las matemáticas del cálculo científico. Argentina [etc.]: Addison-Wesley Iberoamericana, cop. 1994. ISBN 0201601303.
- Press, William H. Numerical recipes in C : the art of scientific computing. 1st publ. Cambridge [etc.]: Cambridge University Press, cop. 1988. ISBN 052135465X.
- Quarteroni, Alfio; Saleri, Fausto; Gervasio, Paola. Scientific computing with MATLAB and Octave [on line]. 3rd ed. Heidelberg [etc.]: Springer, 2010 [Consultation: 04/06/2024]. Available on: <https://link-springer-com.recursos.biblioteca.upc.edu/book/10.1007/978-3-642-12430-3>. ISBN 9783642124297.
- Trefethen, Lloyd N; Bau, David. Numerical linear algebra. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics, 1997. ISBN 9780898713619.

Course guide

200248 - MNED - Numerical Methods for Differential Equations

Last modified: 29/05/2025

Unit in charge: School of Mathematics and Statistics
Teaching unit: 751 - DECA - Department of Civil and Environmental Engineering.
Degree: BACHELOR'S DEGREE IN MATHEMATICS (Syllabus 2009). (Optional subject).
Academic year: 2025 **ECTS Credits:** 6.0 **Languages:** English

LECTURER

Coordinating lecturer: ESTHER SALA LARDIES

Others:

DEGREE COMPETENCES TO WHICH THE SUBJECT CONTRIBUTES

Specific:

3. CE-1. Propose, analyze, validate and interpret simple models of real situations, using the mathematical tools most appropriate to the goals to be achieved.
4. CE-2. Solve problems in Mathematics, through basic calculation skills, taking in account tools availability and the constraints of time and resources.
5. CE-3. Have the knowledge of specific programming languages and software.
6. CE-4. Have the ability to use computational tools as an aid to mathematical processes.
7. Ability to solve problems from academic, technical, financial and social fields through mathematical methods.

Generical:

1. CB-4. Have the ability to communicate their conclusions, and the knowledge and rationale underpinning these to specialist and non-specialist audiences clearly and unambiguously.
2. To have developed those learning skills necessary to undertake further interdisciplinary studies with a high degree of autonomy in scientific disciplines in which Mathematics have a significant role.
8. CG-1. Show knowledge and proficiency in the use of mathematical language.
9. CG-2. Construct rigorous proofs of some classical theorems in a variety of fields of Mathematics.
10. CG-3. Have the ability to define new mathematical objects in terms of others already know and ability to use these objects in different contexts.
11. CG-4. Translate into mathematical terms problems stated in non-mathematical language, and take advantage of this translation to solve them.
12. CG-6 Detect deficiencies in their own knowledge and pass them through critical reflection and choice of the best action to extend this knowledge.

Transversal:

13. ENTREPRENEURSHIP AND INNOVATION: Knowing about and understanding how businesses are run and the sciences that govern their activity. Having the ability to understand labor laws and how planning, industrial and marketing strategies, quality and profits relate to each other.
14. SUSTAINABILITY AND SOCIAL COMMITMENT. Being aware of and understanding the complexity of social and economic phenomena that characterize the welfare society. Having the ability to relate welfare to globalization and sustainability. Being able to make a balanced use of techniques, technology, the economy and sustainability.
15. EFFICIENT ORAL AND WRITTEN COMMUNICATION. Communicating verbally and in writing about learning outcomes, thought-building and decision-making. Taking part in debates about issues related to the own field of specialization.
16. TEAMWORK. Being able to work as a team player, either as a member or as a leader. Contributing to projects pragmatically and responsibly, by reaching commitments in accordance to the resources that are available.
17. SELF-DIRECTED LEARNING. Detecting gaps in one's knowledge and overcoming them through critical self-appraisal. Choosing the best path for broadening one's knowledge.

TEACHING METHODOLOGY

Lectures will be divided into sessions in a standard classroom and sessions in a computer room. In the former, theoretical concepts will be discussed while the sessions in the computer room will be used to implement the numerical methods, to analyse their performance and to solve application examples. Some sessions will be dedicated to working on the proposed exercises.

The course information and all the material will be published on the intranet.

LEARNING OBJECTIVES OF THE SUBJECT

The course provides a solid theoretical and practical basis on numerical methods for solving ordinary differential equations (ODE) and partial differential equations (PDE). This will let students continue with courses in modelling and application of differential equations in science and engineering.

By the end of the course, students should have acquired:

- Familiarization with Runge-Kutta and linear multistep methods for solving ODEs and Finite Differences and Finite Elements methods for PDEs.
- A general overview on the most important computational aspects arising from the numerical solution of differential equations.
- Knowledge on the properties and limitation of the methods.
- Ability to understand results and control the accuracy of numerical solutions.
- Experience on the use of basic and commercial codes.

STUDY LOAD

Type	Hours	Percentage
Self study	90,0	60.00
Hours large group	30,0	20.00
Hours small group	30,0	20.00

Total learning time: 150 h

CONTENTS

1. Ordinary differential equations (ODEs). Basic concepts. Truncation error and order of a method. Convergence

Description:

Initial and boundary value problems. Euler, enhanced Euler and implicit Euler methods. Local and global truncation error. Order of a method. Numerical estimate of the order. Convergence.

Full-or-part-time: 15h

Theory classes: 3h

Laboratory classes: 3h

Guided activities: 2h

Self study : 7h

2. Runge-Kutta and Linear Multistep methods. Implementation.

Description:

Explicit and implicit Runge-Kutta methods. Absolute stability region. Examples. Numerical analysis of stiff problems: van der Pol equation.

General properties of linear multistep methods. Methods of Adams-Bashforth and Adams-Moulton. BDF methods.

Predictor-corrector methods. Conditions of consistency, stability and convergence. Local error estimates and stepsize adaptivity.

Commercial and freeware implementations.

Full-or-part-time: 24h

Theory classes: 6h

Laboratory classes: 6h

Guided activities: 3h

Self study : 9h

3. Partial Differential Equations (PDE). Generalities on their solution

Description:

Problems in engineering and the applied sciences requiring numerical solution of PDE. Linear 2nd order PDE: classification, physical interpretation. Fundamental aspects of their numerical solution. Boundary conditions.

Full-or-part-time: 26h

Theory classes: 5h

Laboratory classes: 5h

Guided activities: 4h

Self study : 12h

4. Numerical solution of PDE with the Finite Difference Method (FDM)

Description:

Difference operators. Discretization of the unidimensional parabolic equation with the Finite Difference Method (FDM). Systems of difference equations. Analysis of convergence, stability and consistence. Multidimensional problems and applications.

Discretization with the FDM. Drawbacks when compared to the Finite Element Method (FEM).

Full-or-part-time: 26h

Theory classes: 5h

Laboratory classes: 5h

Guided activities: 4h

Self study : 12h

5. Introduction to boundary value problems. The shooting method. Other methods.

Description:

Strong form, method of weighted residuals and weak form for elliptic equations. Boundary conditions. Finite element interpolation: mesh and splines. Numerical integration. Reference element and isoparametric transformation. Frequently used elements. Efficient implementation of a finite element code. Convergence properties. Time integration in transient problems.

Full-or-part-time: 26h

Theory classes: 5h

Laboratory classes: 5h

Guided activities: 4h

Self study : 12h

6. Quality control of solutions

Description:

Need for ensuring the quality of the solution. Concepts of verification and validation. Basic concepts for error estimates, estimate of quantities of interest. Remeshing and adaptivity.

Full-or-part-time: 15h

Theory classes: 3h

Laboratory classes: 3h

Guided activities: 2h

Self study : 7h

GRADING SYSTEM

The final mark is obtained as

- 50% from continuous assessment (assignments, short deliverables... partially done in class)
- 50% from exams

All the marks are out of 10 and the passing mark is 5.

EXAMINATION RULES.

Attending a minimum of lessons and coursework are compulsory.

BIBLIOGRAPHY

Basic:

- Butcher, J. C. Numerical methods for ordinary differential equations. Wiley, 2016.
- Dekker, K.; Verwer, J.G. Stability of Runge-Kutta methods for stiff nonlinear differential equations. Elsevier, 1984. ISBN 0444876340.
- Shampine, L. F.; Gladwell, I.; Thompson, S. Solving ODEs with MATLAB. Cambridge University Press, 2003. ISBN 0521530946.
- Hoffman, Joe D. Numerical methods for engineers and scientists. 2nd. New York: Marcel Dekker, 2001. ISBN 0824704436.
- Quarteroni, Alfio. Numerical models for differential problems [on line]. Springer Verlag-Milano, 2009 [Consultation: 21/06/2023]. Available on: <https://link-springer-com.recursos.biblioteca.upc.edu/book/10.1007/978-88-470-1071-0>. ISBN 9788847010710.
- Zienkiewicz, O. C. [et al.]. The Finite element method [on line]. 6th. Oxford: Butterworth Heinemann, [Consultation: 21/06/2023]. Available on: https://www-ingebook-com.recursos.biblioteca.upc.edu/ib/NPcd/IB_BooksVis?cod_primaria=1000187&codigo_libro=7854. ISBN 9780750664318.

Complementary:

- Donea, J.; Huerta, A. Finite element methods for flow problems [on line]. Chichester: John Wiley Sons, 2003 [Consultation: 21/06/2023]. Available on: <https://onlinelibrary-wiley-com.recursos.biblioteca.upc.edu/doi/book/10.1002/0470013826>. ISBN 0471496669.
- Elman, H.; Silvester, D.; Wathen, A. Finite elements and fast iterative solvers: with applications in incompressible fluid dynamics. Oxford University Press, 2005. ISBN 019852868 X.
- Ortega, James M. Numerical analysis: a second course. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics, 1990. ISBN 0898712505.
- Ames, William F. Numerical methods for partial differential equations. Boston Academic Press, 1992. ISBN 012056761X.
- Ainsworth, M.; Oden, J. T. A Posteriori error estimation in finite element analysis. New York: John Wiley & Sons, 2000. ISBN 047129411X.
- Evans, G.; Blackledge, J.; Yardley, P. Numerical methods for partial differential equations. London: Springer Verlag, 1999. ISBN 354076125X.
- Johnson, Claes. Numerical solution of partial differential equations by the finite element method. Mineola, NY: Dover Publications, 2009. ISBN 9780486469003.
- Hughes, Thomas J. R. The Finite element method: linear static and dynamic finite element analysis. Mineola, New York: Dover Publications, 1987. ISBN 0486411818.

Course guide

200141 - EDOS - Ordinary Differential Equations

Last modified: 29/05/2025

Unit in charge: School of Mathematics and Statistics
Teaching unit: 749 - MAT - Department of Mathematics.

Degree: BACHELOR'S DEGREE IN MATHEMATICS (Syllabus 2009). (Compulsory subject).

Academic year: 2025 **ECTS Credits:** 7.5 **Languages:** Catalan, Spanish

LECTURER

Coordinating lecturer: JORDI VILLANUEVA CASTELLTORT

Others:

PRIOR SKILLS

Linear and multilinear algebra, differential and integral calculus, topology, physics, computer science, and one complex variable.

DEGREE COMPETENCES TO WHICH THE SUBJECT CONTRIBUTES

Specific:

1. CE-2. Solve problems in Mathematics, through basic calculation skills, taking in account tools availability and the constraints of time and resources.
2. CE-3. Have the knowledge of specific programming languages and software.
3. CE-4. Have the ability to use computational tools as an aid to mathematical processes.

Generical:

5. CB-1. Demonstrate knowledge and understanding in Mathematics that is founded upon and extends that typically associated with Bachelor's level, and that provides a basis for originality in developing and applying ideas, often within a research context.
6. CB-2. Know how to apply their mathematical knowledge and understanding, and problem solving abilities in new or unfamiliar environments within broader or multidisciplinary contexts related to Mathematics.
7. CB-3. Have the ability to integrate knowledge and handle complexity, and formulate judgements with incomplete or limited information, but that include reflecting on social and ethical responsibilities linked to the application of their knowledge and judgements.
8. CG-1. Show knowledge and proficiency in the use of mathematical language.
9. CG-2. Construct rigorous proofs of some classical theorems in a variety of fields of Mathematics.
10. CG-3. Have the ability to define new mathematical objects in terms of others already know and ability to use these objects in different contexts.
11. CG-4. Translate into mathematical terms problems stated in non-mathematical language, and take advantage of this translation to solve them.
12. CG-6 Detect deficiencies in their own knowledge and pass them through critical reflection and choice of the best action to extend this knowledge.

Transversal:

4. SELF-DIRECTED LEARNING. Detecting gaps in one's knowledge and overcoming them through critical self-appraisal. Choosing the best path for broadening one's knowledge.

TEACHING METHODOLOGY

There are three one hour lectures and two one hour problem sessions per week.

LEARNING OBJECTIVES OF THE SUBJECT

- 1) Correctly apply the fundamental theorems on ODEs as well as correctly understand and use the mathematical tools involved in their proof.
- 2) Solve several simple ODEs of dimension one as well as equations and linear systems with constant coefficients.
- 3) Know the basic concepts and basic calculation tools in relation to the qualitative study of linear and non-linear systems of ODEs, both in the autonomous and periodic case.
- 4) Understand the connection between the resolution of ODEs and the mathematical modeling of some simple problems of a geometric or applied nature.

STUDY LOAD

Type	Hours	Percentage
Hours large group	45,0	24.00
Self study	112,5	60.00
Hours small group	30,0	16.00

Total learning time: 187.5 h

CONTENTS

First Order ODEs

Description:

Basic notions about first order ODEs and their solutions (Cauchy's problem, equation of a bundle of curves, isoclines). Changes of variables. Classic examples of ODEs solvable by quadratures (separable, linear, Bernoulli, Ricatti, homogeneous, equation of orbits, exact and integrating factors, Lagrange, Clairaut).

Full-or-part-time: 32h 30m

Practical classes: 13h

Self study : 19h 30m

Fundamental Theorems

Description:

Introduction to ODEs and basic definitions. Cauchy's problem. Theorems of existence and uniqueness of solutions (Picard and Peano). Gronwall's Lemma. Prolongation of solutions and maximal solutions. Regularity of the solutions with respect to initial conditions and parameters. Variational equations.

Full-or-part-time: 70h

Theory classes: 23h

Practical classes: 5h

Self study : 42h

Linear Equations and Linear Systems of ODEs

Description:

Systems of first-order linear ODEs (formalization and structure of solutions, homogeneous systems, matrix solutions and fundamental matrices, Liouville's formula and application to the evolution of volume by a non-linear system, non-homogeneous systems, solution of systems with constant coefficients, parameter variation formula). Linear ODEs of order n (formalization and reduction to first-order systems, method of order reduction, resolution of linear ODEs with constant coefficients, parameter variation method, method of indeterminate coefficients, oscillations). Periodic linear systems (Floquet's theorem, monodromy matrix, multipliers and characteristic exponents, introduction to the concept of stability).

Full-or-part-time: 52h 30m

Theory classes: 12h

Practical classes: 9h

Self study : 31h 30m

Qualitative Theory of ODEs

Description:

Critical points and periodic orbits. Phase portrait. Stability in the sense of Lyapunov. Stability of linear systems at constant coefficients. Stability of fixed points of nonlinear systems (linearization and method of Lyapunov functions). Poincaré application. Stability by linearization of periodic orbits. Equivalence and conjugation of vector fields. Tubular flow theorem. Hartman's theorems.

Full-or-part-time: 32h 30m

Theory classes: 10h

Practical classes: 3h

Self study : 19h 30m

GRADING SYSTEM

A partial exam (P), and a final exam (F). The final grade is $N = \max(F, 0.3*P+0.7*F)$.

An extra exam will take place on July for students that failed during the regular semester.

EXAMINATION RULES.

Students can use a handwritten sheet of paper (DIN A4 size), except in the theoretical part of the exams.

BIBLIOGRAPHY

Basic:

- Arnol'd, Vladimir Igorevich. Ordinary differential equations. Cambridge (Massachusetts): The Mit Press, 1973. ISBN 0262010372.
- Braun, Martin. Differential equations and their applications. 4a ed. Springer-Verlag, 1993. ISBN 0387978941.
- Sotomayor, Jorge. Lições de equações diferenciais ordinárias. Rio de Janeiro: Instituto de Matemática Pura e Aplicada (IMPA), 1979. ISBN 9216050624.
- Meiss, J.D. Differential dynamical systems [on line]. 2007. Philadelphia: Society for Industrial & Applied Mathematics, 2007 [Consultation: 21/06/2023]. Available on: <http://epubs.siam.org/doi/book/10.1137/1.9780898718232>. ISBN 9780898716351.
- Strogatz, Steven H. Nonlinear dynamics and chaos: with applications to physics, biology, chemistry, and engineering [on line]. 2a ed. CRC Press, 2018 [Consultation: 15/06/2023]. Available on: <https://ebookcentral-proquest-com.recursos.biblioteca.upc.edu/lib/upcatalunya-ebooks/detail.action?pq-origsite=primo&docID=1181622>. ISBN 0813349109.
- Tenenbaum, Morris; Pollard, Harry. Ordinary differential equations : an elementary textbook for students of mathematics, engineering, and the sciences [on line]. New York: Dover Publications, 1985 [Consultation: 21/06/2023]. Available on: <https://www.simiode.org/resources/2942>. ISBN 0486649407.
- Teschl, Gerald. Ordinary differential equations and dynamical systems [on line]. Providence: Amer. Math. Soc, 2012 [Consultation: 21/06/2023]. Available on: <https://www.mat.univie.ac.at/~gerald/ftp/book-ode/>. ISBN 9780821883280.

Course guide

200142 - EDPS - Partial Differential Equations

Last modified: 26/06/2025

Unit in charge: School of Mathematics and Statistics
Teaching unit: 749 - MAT - Department of Mathematics.

Degree: BACHELOR'S DEGREE IN MATHEMATICS (Syllabus 2009). (Compulsory subject).

Academic year: 2025 **ECTS Credits:** 7.5 **Languages:** Catalan

LECTURER

Coordinating lecturer: ALBERT MAS BLESA

Others:

PRIOR SKILLS

Those obtained in the subjects already carried out in the Degree.

REQUIREMENTS

Those obtained in the subjects already carried out in the Degree.

DEGREE COMPETENCES TO WHICH THE SUBJECT CONTRIBUTES

Specific:

1. CE-2. Solve problems in Mathematics, through basic calculation skills, taking in account tools availability and the constraints of time and resources.
2. CE-3. Have the knowledge of specific programming languages and software.
3. CE-4. Have the ability to use computational tools as an aid to mathematical processes.

Generical:

5. CB-1. Demonstrate knowledge and understanding in Mathematics that is founded upon and extends that typically associated with Bachelor's level, and that provides a basis for originality in developing and applying ideas, often within a research context.
6. CB-2. Know how to apply their mathematical knowledge and understanding, and problem solving abilities in new or unfamiliar environments within broader or multidisciplinary contexts related to Mathematics.
7. CB-3. Have the ability to integrate knowledge and handle complexity, and formulate judgements with incomplete or limited information, but that include reflecting on social and ethical responsibilities linked to the application of their knowledge and judgements.
8. CG-1. Show knowledge and proficiency in the use of mathematical language.
9. CG-2. Construct rigorous proofs of some classical theorems in a variety of fields of Mathematics.
10. CG-3. Have the ability to define new mathematical objects in terms of others already know and ability to use these objects in different contexts.
11. CG-4. Translate into mathematical terms problems stated in non-mathematical language, and take advantage of this translation to solve them.
12. CG-6 Detect deficiencies in their own knowledge and pass them through critical reflection and choice of the best action to extend this knowledge.

Transversal:

4. SELF-DIRECTED LEARNING. Detecting gaps in one's knowledge and overcoming them through critical self-appraisal. Choosing the best path for broadening one's knowledge.

TEACHING METHODOLOGY

Theory classes with the exposition of new concepts and review of others already studied in previous subjects. They will consist of presentations by the teacher of the statements, proofs, and examples. In problem classes: problem solving of a collection previously proposed to the student. Among the objectives of the course, problem solving will have a good weight, some of them promoting and prioritizing the intuition and creativity of the student.

LEARNING OBJECTIVES OF THE SUBJECT

- To know how to calculate with the methods of separation of variables and Fourier series and with the method of fundamental solutions.
- To know both the maximum principle and its consequences and the method of integral calculation (energy, Dirichlet's principle) and consequences.
- To know the relationship between the Laplacian and the heat equation with random paths, the discrete Laplacian, the probability densities and the Gaussian. Here the abstract and conceptual character will be a priority.
- To know how to calculate with the method of characteristics.
- The subject must also serve to review and consolidate concepts of Calculus and Mathematical Analysis learned by the student in previous subjects. Due to the large number of tools used by the theory of PDEs, concepts learned in other compulsory subjects will also be reviewed: complex variable, EDOs, Probability, Numeric.
- The course must also serve to motivate and prepare postgraduate or elective courses, such as Functional Analysis, Financial Mathematics and Numeric for PDEs.

STUDY LOAD

Type	Hours	Percentage
Hours large group	45,0	24.00
Self study	112,5	60.00
Hours small group	30,0	16.00

Total learning time: 187.5 h

CONTENTS

First order equations

Description:

The linear transport equation: travelling waves, characteristics, stability. The nonhomogeneous equation and Duhamel's formula. Quasilinear first order equations: method of the characteristics. Examples: traffic dynamics, Burgers equation.

Full-or-part-time: 36h

Theory classes: 6h

Practical classes: 7h 30m

Self study : 22h 30m

Banach spaces, operators, and semigroups

Description:

Review of the fundamental concepts and properties of Banach spaces and the linear maps on them. Concepts of operators and semigroups appeared in the previous chapter.

Full-or-part-time: 36h

Theory classes: 7h 30m

Practical classes: 6h

Self study : 22h 30m

The wave equation

Description:

The equation of the vibrating string: derivation; d'Alembert formula; non homogeneous equations; domains of dependence and of influence; propagation and reflection of waves; energy. Classification of linear 2nd order PDEs: canonical form.

Full-or-part-time: 36h

Theory classes: 7h 30m

Practical classes: 6h

Self study : 22h 30m

The diffusion or heat equation

Description:

The diffusion equation in bounded domains: separation of variables and Fourier series; energy method and uniqueness; maximum principle and uniqueness. The diffusion equation in $\mathbb{R}^n$: fundamental solution; the Dirac delta; convolution; existence and uniqueness theorem; regularity; nonhomogeneous equations and Duhamel's principle. The diffusion equation from random walks: relation between caloric functions and probability densities and the Gaussian distribution.

Full-or-part-time: 36h

Theory classes: 7h 30m

Practical classes: 6h

Self study : 22h 30m

The Laplace and Poisson equations

Description:

Properties of harmonic functions: examples; separation of variables and Poisson equation in a ball; mean value property, maximum principle and uniqueness; relation between harmonic functions, random walks, the discrete Laplacian and exit probabilities. Fundamental solution and Green function: Newtonian potential; Green function; reflection method: Green function for the half-space and the ball.

Dirichlet minimization principle and the energy method.

Full-or-part-time: 36h

Theory classes: 7h 30m

Practical classes: 6h

Self study : 22h 30m

GRADING SYSTEM

First there will be a Midterm exam (P). At the end of the term there will be a Final exam (F). The final subject mark will be the maximum between F and $(0,4 \cdot P + 0,6 \cdot F)$. An Extra exam will take place after the Final exam for those students who failed during the regular semester.

EXAMINATION RULES.

In the exams any kind of material, class notes or formularies will be forbidden. The midterm exam does not eliminate topics for the final exam.



BIBLIOGRAPHY

Basic:

- Salsa, Sandro. Partial differential equations in action: from modelling to theory [on line]. Milan: Springer, 2008 [Consultation: 27/06/2023]. Available on : <https://ebookcentral-proquest-com.recursos.biblioteca.upc.edu/lib/upcatalunya-ebooks/detail.action?pq-origsite=primo&docID=3062992>. ISBN 9788847007512.
- Pinchover, Yehuda; Rubinstein, Jacob. Introduction to partial differential equations. Cambridge: Cambridge University Press, 2005. ISBN 978052161323X.
- Strauss, W.A. Partial differential equations : an introduction. 2nd ed. New York: Wiley, 2008. ISBN 9780470054567.
- Shearer, Michael; Levy, Rachel. Partial differential equations : an introduction to theory and applications. Princeton: Princeton University Press, [2015]. ISBN 9780691161297.

Complementary:

- Peral, Ireneo. Primer curso de ecuaciones en derivadas parciales. Argentina: Addison-Wesley, 1995. ISBN 0201653575.

Course guide

200021 - FIS - Physics

Last modified: 29/05/2025

Unit in charge: School of Mathematics and Statistics

Teaching unit: 748 - FIS - Department of Physics.

Degree: BACHELOR'S DEGREE IN MATHEMATICS (Syllabus 2009). (Compulsory subject).

Academic year: 2025 **ECTS Credits:** 7.5 **Languages:** Catalan

LECTURER

Coordinating lecturer: JUAN JOSE SANCHEZ UMBRIA

Others:

PRIOR SKILLS

Calculus in one and several variables: derivation and integration. Linear Algebra.

DEGREE COMPETENCES TO WHICH THE SUBJECT CONTRIBUTES

Specific:

1. CE-2. Solve problems in Mathematics, through basic calculation skills, taking in account tools availability and the constraints of time and resources.

Generical:

5. CB-2. Know how to apply their mathematical knowledge and understanding, and problem solving abilities in new or unfamiliar environments within broader or multidisciplinary contexts related to Mathematics.

6. CB-3. Have the ability to integrate knowledge and handle complexity, and formulate judgements with incomplete or limited information, but that include reflecting on social and ethical responsibilities linked to the application of their knowledge and judgements.

7. CG-1. Show knowledge and proficiency in the use of mathematical language.

10. CG-4. Translate into mathematical terms problems stated in non-mathematical language, and take advantage of this translation to solve them.

12. CG-6 Detect deficiencies in their own knowledge and pass them through critical reflection and choice of the best action to extend this knowledge.

Transversal:

11. SELF-DIRECTED LEARNING. Detecting gaps in one's knowledge and overcoming them through critical self-appraisal. Choosing the best path for broadening one's knowledge.

TEACHING METHODOLOGY

The teaching activity is divided into three hours of theory (description and development of the topics presented in the syllabus) and two hours devoted to solving exercises as direct applications of the theory. This division is approximated and flexible. Students will have access to summaries or slides of each topic and a collection of related exercises that will be available in the web. During the problems sessions representative selected exercises will be solved.

LEARNING OBJECTIVES OF THE SUBJECT

Knowledge of the kinematics and dynamics of particles and rigid bodies.
 Knowledge of the kinematic and dynamics in accelerated systems.
 Understanding the concepts of field, work and energy.
 Understanding and knowing how to apply the conservation laws.
 Knowledge on the electric and gravitational fields.
 Knowledge of the conduction laws and electrical circuits.
 Knowledge of the magnetic fields.
 Knowledge of Maxwell's equations in the vacuum.

STUDY LOAD

Type	Hours	Percentage
Self study	112,5	60.00
Hours small group	30,0	16.00
Hours large group	45,0	24.00

Total learning time: 187.5 h

CONTENTS

1. Kinematics of the particle. Changes of reference system.

Description:

Position, velocity and acceleration vectors. Intrinsic components of the acceleration. Curvature, torsion and Frenet trihedral. Changes of reference frame. Coriolis theorem. Angular velocity and acceleration.

Full-or-part-time: 22h 30m

Theory classes: 6h

Practical classes: 3h

Self study : 13h 30m

2. Dynamics of particles and systems of particles.

Description:

Inertial and non-inertial systems. Newton's laws. Movement of the center of mass of a system of particles. Description of some types of forces. Friction forces. Movement in non-inertial frames. Inertial forces and geophysical and astrophysical effects. Integration of the equations of motion. Reduction to quadratures. Dimensions and units. Dimensional analysis.

Full-or-part-time: 22h 30m

Theory classes: 5h

Practical classes: 4h

Self study : 13h 30m

3. Momentum. Angular momentum and energy.

Description:

Momentum and angular momentum for a system of particles. Decomposition of the angular momentum. Moment of a system of forces; properties. Linear and angular impulse theorems. Conservation theorems. Force fields and circulation. Power, work and kinetic energy. Conservative forces and potential energy. Gravitational and electrostatic cases. Mechanical energy and conservation theorem. Problems with a degree of freedom. Central fields and Kepler laws.

Full-or-part-time: 25h

Theory classes: 6h

Practical classes: 4h

Self study : 15h

4. Kinematics and dynamics of a rigid body.

Description:

Kinematics of a rigid body. Angular velocity and acceleration. Geometrical description of the movement. Instantaneous axis of rotation and sliding. The two-dimensional case. Instantaneous center of rotation. Angular momentum and energy. Tensor of inertia; properties and symmetries. Principal axes of inertia. Euler's equations for the movement of a rigid body. Some particular cases. The dynamics in the two-dimensional case.

Full-or-part-time: 25h

Theory classes: 6h

Practical classes: 4h

Self study : 15h

5. Electrostatics.

Description:

Electric charge. Coulomb's law. Charge distributions. Superposition principle. Electrostatic field and potential. Electrostatic dipole. Gauss law (application to the calculation of gravitatorial and electrostatic fields). Conductors in electrostatic equilibrium. Poisson and Laplace equations. Method of images. Electric energy.

Full-or-part-time: 22h 30m

Theory classes: 5h

Practical classes: 4h

Self study : 13h 30m

6. Electrical conduction.

Description:

Description of the electrical current. Continuity equation. Ohm's law. Electrical resistance. Dissipated power. Electrical circuits. Generators. Kirchhoff's laws.

Full-or-part-time: 20h

Theory classes: 5h

Practical classes: 3h

Self study : 12h

7. Magnetostatics.

Description:

Lorentz force. Sources of magnetic field. Biot-Savart law. Potential vector. Ampère's law. Poisson equation for the potential vector. Application to the calculation of magnetic fields.

Full-or-part-time: 25h

Theory classes: 6h

Laboratory classes: 4h

Self study : 15h

8. Maxwell's equations.

Description:

Faraday-Lenz law. Mutual induction, self-induction and inductances. Energia magnètica. Ampère-Maxwell law and displacement current. Poynting theorem. Maxwell's equations in the vacuum. Electromagnetic potentials. The electromagnetic field in the vacuum. The waves equation. Electromagnetic waves.

Full-or-part-time: 25h

Theory classes: 6h

Practical classes: 4h

Self study : 15h

GRADING SYSTEM

There will be a midterm exam and a final exam. The grade of the subject will be $\max\{EF; 0.45*EP+0.55*EF\}$ with EP the grade of the partial exam and EF the grade of the final exam.

There will be an extraordinary reassessment exam for students who have failed the subject in the regular exam, with a single grade.

BIBLIOGRAPHY

Basic:

- Taylor, John. Classical mechanics [on line]. Sausalito: University Science Books, cop. 2005 [Consultation: 23/06/2022]. Available on :

<https://web-s-ebshost-com.recursos.biblioteca.upc.edu/ehost/ebookviewer/ebook?sid=50467605-d9e7-4542-9aa6-406be93984e1%40redis&vid=0&format=EB>. ISBN 189138922X.

- Alonso, Marcelo; Finn, Edward J. Física. México: Pearson & Addison-Wesley, cop. 2000. ISBN 9684444265.

- Reitz, John R.; Milford, Frederick J.; Christy, Robert W. Fundamentos de la teoría electromagnética. 4a ed. Wilmington: Addison-Wesley, 1996. ISBN 020162592X.

- Wangsness, Roald K. Campos electromagnéticos. Limusa, 1983. ISBN 9681813162.

Complementary:

- Knudsen, J.M., Hjorth, P.G. Elements of newtonian mechanics [on line]. Springer, cop. 1995 [Consultation: 27/06/2023]. Available on :

<https://ebookcentral-proquest-com.recursos.biblioteca.upc.edu/lib/upcatalunya-ebooks/detail.action?pq-origsite=primo&docID=3089857>. ISBN 3540583645.

- Symon, Keith R. Mechanics. 3rd ed. Addison-Wesley, 1971. ISBN 0201073927.

- Agulló i Batlle, Joaquim. Mecánica de la partícula y del sólido rígido. OK punt, 2000. ISBN 8492085053.

- Cheng, David K. Fundamentos de electromagnetismo para ingeniería. Addison-Wesley, cop. 1997. ISBN 9780201653755.

- Jackson, Jackson D. Electrodinámica clásica. 2a ed. Madrid: Alhambra, 1980. ISBN 8420506559.



RESOURCES

Other resources:

Slides on Mechanics (available through "Atenea").

Notes on Electromagnetism (available through "Atenea").

Suggested exercises (available through "Atenea").

Course guide

200131 - TP - Probability Theory

Last modified: 22/06/2025

Unit in charge:	School of Mathematics and Statistics		
Teaching unit:	749 - MAT - Department of Mathematics.		
Degree:	BACHELOR'S DEGREE IN MATHEMATICS (Syllabus 2009). (Compulsory subject).		
Academic year: 2025	ECTS Credits: 7.5	Languages: Catalan	

LECTURER

Coordinating lecturer: JUAN JOSÉ RUE PERNA

Others:

REQUIREMENTS

It is recommended to take this course after completing the first two years of the Mathematics degree. In particular, those not having taken Real Analysis yet will have to cover some gaps by their own (references will be supplied).

DEGREE COMPETENCES TO WHICH THE SUBJECT CONTRIBUTES

Specific:

1. CE-2. Solve problems in Mathematics, through basic calculation skills, taking in account tools availability and the constraints of time and resources.
2. CE-3. Have the knowledge of specific programming languages and software.
3. CE-4. Have the ability to use computational tools as an aid to mathematical processes.

Generical:

5. CB-1. Demonstrate knowledge and understanding in Mathematics that is founded upon and extends that typically associated with Bachelor's level, and that provides a basis for originality in developing and applying ideas, often within a research context.
6. CB-2. Know how to apply their mathematical knowledge and understanding, and problem solving abilities in new or unfamiliar environments within broader or multidisciplinary contexts related to Mathematics.
7. CB-3. Have the ability to integrate knowledge and handle complexity, and formulate judgements with incomplete or limited information, but that include reflecting on social and ethical responsibilities linked to the application of their knowledge and judgements.
8. CG-1. Show knowledge and proficiency in the use of mathematical language.
9. CG-2. Construct rigorous proofs of some classical theorems in a variety of fields of Mathematics.
10. CG-3. Have the ability to define new mathematical objects in terms of others already know and ability to use these objects in different contexts.
11. CG-4. Translate into mathematical terms problems stated in non-mathematical language, and take advantage of this translation to solve them.
12. CG-6 Detect deficiencies in their own knowledge and pass them through critical reflection and choice of the best action to extend this knowledge.

Transversal:

4. SELF-DIRECTED LEARNING. Detecting gaps in one's knowledge and overcoming them through critical self-appraisal. Choosing the best path for broadening one's knowledge.

TEACHING METHODOLOGY

(See the Catalan version of this guide.)

LEARNING OBJECTIVES OF THE SUBJECT

There are two main objectives: (1) to present Probability Theory as a rich, attractive and useful tool in modeling random phenomena and (2) to provide the necessary background in probability for other subjects in the Degree of Mathematics.

The particular goals of the subject are the achievement by the students of the following aspects:

- * To know the notion of probability and its main properties.
- * To know the basic discrete and continuous probability models .
- * To use the concept of random variable in formalizing and solving problems in probability.
- * To know the concept of moments of a random variable and the main results associated to this notion.
- * To know the notion of convergence of random variables, particularly the Central Limit Theorem and the Laws of Large Numbers.

STUDY LOAD

Type	Hours	Percentage
Hours large group	45,0	24.00
Hours small group	30,0	16.00
Self study	112,5	60.00

Total learning time: 187.5 h

CONTENTS

Probability spaces

Description:

Random experiments, outcomes and events. Probability space.
Conditional Probability. Independence.
Product Spaces.
The Borell-Cantelli Lemma.

Full-or-part-time: 25h 30m

Theory classes: 6h
Practical classes: 4h
Self study : 15h 30m

Random variables

Description:

Random variable. Distribution function.
Mean, variance and other moments. Markov's and Chebyshev's inequalities.
Vectors of random variables.
Independence of random variables.

Full-or-part-time: 21h 30m

Theory classes: 2h
Practical classes: 4h
Self study : 15h 30m

Discrete random variables

Description:

Discrete variables. Probability function.
Probability generating function. Sums of random variables.
Models of Discrete Random Variables.
Conditional distributions. Conditional Expectation.
Ramification processes (Galton-Watson trees)
Random walks.

Full-or-part-time: 26h 30m

Theory classes: 6h

Practical classes: 5h

Self study : 15h 30m

Continuous random variables

Description:

Density Probability Function.
Models of Continuous Random Variables.
Joint distributions. Marginal distributions.
Conditional distributions and mixtures.
Multivariate Normal distribution.
Transformations of continuous variables

Full-or-part-time: 27h 30m

Theory classes: 6h

Practical classes: 6h

Self study : 15h 30m

Characteristic functions

Description:

Moment Generating Function.
Characteristic Function. Inversion theorem.

Full-or-part-time: 21h 30m

Theory classes: 5h

Practical classes: 2h 30m

Self study : 14h

Convergence of Random Variables

Description:

Modes of convergence
Laws of large numbers
Convergence in distribution. The Central Limit Theorem.

Full-or-part-time: 35h 30m

Theory classes: 9h

Practical classes: 4h

Self study : 22h 30m

Introduction to Markov chains

Description:

Definition of Markov chain and examples
Transition matrix and evolution
Types of states and convergence

Full-or-part-time: 13h

Theory classes: 3h
Practical classes: 2h
Self study : 8h

GRADING SYSTEM

(See the Catalan version of this guide.)

BIBLIOGRAPHY

Basic:

- Grimmett, G.R.; Stirzaker, D.R. Probability and random processes. 3a ed. Oxford [etc.]: Oxford University Press, 2001. ISBN 9780198572220.
- Sanz, Marta. Probabilitats. Barcelona: Edicions de la Universitat de Barcelona, 1999. ISBN 8483380919.
- Pitman, Jim. Probability. New York: Springer, 1993. ISBN 0387979743.
- Gut, Allan. An Intermediate course in probability [on line]. 2nd ed. Springer, [Consultation: 27/06/2023]. Available on: <https://ebookcentral-proquest-com.recursos.biblioteca.upc.edu/lib/upcatalunya-ebooks/detail.action?pq-origsite=primo&docID=571348>. ISBN 9781441901620.

Complementary:

- Fristedt, Bert E; Gray, Lawrence F. A Modern approach to probability theory. Boston [etc.]: Birkhäuser, cop. 1997. ISBN 3764338075.
- Feller, W. An introduction to probability theory and its applications (Vol. 1,2). 3rd ed. New York: John Wiley & Sons, 1968. ISBN 0471257117.
- Grinstead, Charles M.; Snell, L.J. Introduction to probability. American Mathematical Society, 2006. ISBN 0821807498.
- Julià de Ferran, Olga [et al.]. Probabilitats : problemes i més problemes. Barcelona: Universitat de Barcelona, 2005. ISBN 8447529061.
- Chung, Kai Lai. A course in probability theory. New York: Academic Press, 1974. ISBN 012174650X.
- Cuadras, C. M. (Carlos María). Problemas de probabilidades y estadística. Vol 1: Probabilidad. Barcelona: EUB, 2000. ISBN 8483120313.
- Tabak, J. Probability and statistics : the science of uncertainty. New York: Facts On File, 2004. ISBN 0816049564.
- Durrett, Richard. Probability : theory and examples. 3rd ed. Thomson Brooks/Cole, cop. 2005. ISBN 0534132065.

RESOURCES

Hyperlink:

- Grinstead, Charles M.; Snell, Laurie J. Introduction to Probability
- . http://www.dartmouth.edu/~chance/teaching_aids/books_articles/probability_book/book.html />
- The Probability Web (Teaching resources)
- . <http://www.mathcs.carleton.edu/probweb/probweb.html>- Chance
- . <http://www.dartmouth.edu/~chance/>- The R Project for Statistical Computing
- R is a free software environment for statistical computing and graphics.
- . <http://www.r-project.org/>

Course guide

200249 - CQ - Quantum Computing

Last modified: 29/05/2025

Unit in charge: School of Mathematics and Statistics
Teaching unit: 749 - MAT - Department of Mathematics.

Degree: BACHELOR'S DEGREE IN MATHEMATICS (Syllabus 2009). (Optional subject).
BACHELOR'S DEGREE IN DATA SCIENCE AND ENGINEERING (Syllabus 2017). (Optional subject).

Academic year: 2025 **ECTS Credits:** 6.0 **Languages:** English

LECTURER

Coordinating lecturer: SIMEON MICHAEL BALL MARKS

Others:

PRIOR SKILLS

Basic probability, linear algebra.

REQUIREMENTS

Basic probability, linear algebra.

DEGREE COMPETENCES TO WHICH THE SUBJECT CONTRIBUTES

Specific:

GM-CE2. CE-2. Solve problems in Mathematics, through basic calculation skills, taking in account tools availability and the constraints of time and resources.

GM-CE6. Ability to solve problems from academic, technical, financial and social fields through mathematical methods.

Generical:

GM-CB4. CB-4. Have the ability to communicate their conclusions, and the knowledge and rationale underpinning these to specialist and non-specialist audiences clearly and unambiguously.

GM-CG3. CG-3. Have the ability to define new mathematical objects in terms of others already know and ability to use these objects in different contexts.

GM-CG6. CG-6 Detect deficiencies in their own knowledge and pass them through critical reflection and choice of the best action to extend this knowledge.

GM-CG4. CG-4. Translate into mathematical terms problems stated in non-mathematical language, and take advantage of this translation to solve them.

GM-CB3. CB-3. Have the ability to integrate knowledge and handle complexity, and formulate judgements with incomplete or limited information, but that include reflecting on social and ethical responsibilities linked to the application of their knowledge and judgements.

Transversal:

03 TLG. THIRD LANGUAGE. Learning a third language, preferably English, to a degree of oral and written fluency that fits in with the future needs of the graduates of each course.

07 AAT. SELF-DIRECTED LEARNING. Detecting gaps in one's knowledge and overcoming them through critical self-appraisal. Choosing the best path for broadening one's knowledge.

TEACHING METHODOLOGY

Lectures and problem classes

LEARNING OBJECTIVES OF THE SUBJECT

The main objective of the course is to give the student a grounding in quantum computation. This will require the student to cover the fundamentals of quantum mechanics, computer science and develop a more advanced level of linear algebra.

STUDY LOAD

Type	Hours	Percentage
Hours small group	30,0	20.00
Hours large group	30,0	20.00
Self study	90,0	60.00

Total learning time: 150 h

CONTENTS

Introduction

Description:

The double-slit experiment, quantum bits, measurements, Bell states, quantum teleportation.

Full-or-part-time: 15h

Theory classes: 3h

Laboratory classes: 3h

Self study : 9h

Linear Algebra and the Dirac notation

Description:

Pauli matrices, spectral decomposition theorem, tensor products, polar and singular value decomposition.

Full-or-part-time: 25h

Theory classes: 5h

Laboratory classes: 5h

Self study : 15h

Quantum Mechanics

Description:

State space, evolution, measurements, superdense coding, entanglement, Bell inequality.

Full-or-part-time: 20h

Theory classes: 4h

Laboratory classes: 4h

Self study : 12h

Quantum Computation

Description:

Turing machine, quantum circuits, controlled operations, universal quantum gates.

Full-or-part-time: 20h

Theory classes: 4h

Laboratory classes: 4h

Self study : 12h

Quantum Algorithms

Description:

Quantum Fourier transform, algorithms with super-polynomial speed-up.

Full-or-part-time: 20h

Theory classes: 4h

Laboratory classes: 4h

Self study : 12h

Quantum Information

Description:

Classical and quantum noise, Shannon and Von Neumann entropy.

Full-or-part-time: 20h

Theory classes: 4h

Laboratory classes: 4h

Self study : 12h

Quantum Error-Correction

Description:

Classical error-correcting codes, quantum error-correction condition theorem, discretisation of errors, stabiliser codes.

Full-or-part-time: 30h

Theory classes: 6h

Laboratory classes: 6h

Self study : 18h

GRADING SYSTEM

- Midterm exam (contents 1, 2, 3 and 4) (P)
- Final exam (either contents 5, 6 and 7, or all the contents) (F)
- Final score: $\text{Max} \{ (P+F) / 2, F \}$

BIBLIOGRAPHY

Basic:

- Nielsen, Michael A; Chuang, Isaac L. Quantum computation and quantum information. 10th anniversary ed. Cambridge, UK: Cambridge University Press, cop. 2010. ISBN 9781107002173.
- Kaye, Phillip; Laflamme, Raymond; Mosca, Michele. An Introduction to quantum computing [on line]. Oxford [etc.]: Oxford University Press, cop. 2007 [Consultation: 26/06/2023]. Available on: <https://academic-oup-com.recursos.biblioteca.upc.edu/book/41807>. ISBN 9780198570493.
- Preskill, John. Quantum Computation [on line]. [Consultation: 26/06/2023]. Available on: <http://theory.caltech.edu/~preskill/ph229/>.

Complementary:

- Diosi, Lajos. A Short course in Quantum Information Theory. Springer, 2011. ISBN 9783642161179.

Course guide

200102 - AR - Real Analysis

Last modified: 22/06/2025

Unit in charge: School of Mathematics and Statistics
Teaching unit: 749 - MAT - Department of Mathematics.

Degree: BACHELOR'S DEGREE IN MATHEMATICS (Syllabus 2009). (Compulsory subject).

Academic year: 2025 **ECTS Credits:** 7.5 **Languages:** Catalan

LECTURER

Coordinating lecturer: Franch Bullich, Jaime

Others:

PRIOR SKILLS

Knowledge in Differential and Integral Calculus in one and several variables, and linear algebra.

DEGREE COMPETENCES TO WHICH THE SUBJECT CONTRIBUTES

Specific:

1. CE-2. Solve problems in Mathematics, through basic calculation skills, taking in account tools availability and the constraints of time and resources.
2. CE-3. Have the knowledge of specific programming languages and software.
3. CE-4. Have the ability to use computational tools as an aid to mathematical processes.

Generical:

4. CB-1. Demonstrate knowledge and understanding in Mathematics that is founded upon and extends that typically associated with Bachelor's level, and that provides a basis for originality in developing and applying ideas, often within a research context.
5. CB-2. Know how to apply their mathematical knowledge and understanding, and problem solving abilities in new or unfamiliar environments within broader or multidisciplinary contexts related to Mathematics.
6. CB-3. Have the ability to integrate knowledge and handle complexity, and formulate judgements with incomplete or limited information, but that include reflecting on social and ethical responsibilities linked to the application of their knowledge and judgements.
7. CG-1. Show knowledge and proficiency in the use of mathematical language.
8. CG-2. Construct rigorous proofs of some classical theorems in a variety of fields of Mathematics.
9. CG-3. Have the ability to define new mathematical objects in terms of others already know and ability to use these objects in different contexts.
10. CG-4. Translate into mathematical terms problems stated in non-mathematical language, and take advantage of this translation to solve them.
12. CG-6 Detect deficiencies in their own knowledge and pass them through critical reflection and choice of the best action to extend this knowledge.

Transversal:

11. SELF-DIRECTED LEARNING. Detecting gaps in one's knowledge and overcoming them through critical self-appraisal. Choosing the best path for broadening one's knowledge.

TEACHING METHODOLOGY

Theory classes will consist of presentations by the lecturer of definitions, statements, demonstrations and examples. In problem sessions there will be exercises from a list.

LEARNING OBJECTIVES OF THE SUBJECT

The course has to be for the student a transition between Calculus and Mathematical Analysis. Because of that, an important goal for the student has to be to become used to the utility of abstraction and conceptual methods.

Even though the abstract and conceptual character is the most important, the calculus aspects of some parts (Fourier series, integrals depending of one parameter) have to be fully reached.

The course has to be useful as a preparation for the use of Mathematical Analysis in other courses like Ordinary Differential Equations (where uniform convergence is more used), Partial Differential Equations (where the mean square convergence is more used), Functional Analysis and Dynamical Systems (where the knowledge on function spaces is further developed) and Probability Theory (where measure theory and Lebesgue integration are used). It can also be useful as a preparation for postgraduate courses on subjects like signal analysis or function theory.

STUDY LOAD

Type	Hours	Percentage
Hours small group	30,0	16.00
Self study	112,5	60.00
Hours large group	45,0	24.00

Total learning time: 187.5 h

CONTENTS

Topology in the space of continuous functions.

Description:

Sequences and series of functions: pointwise and uniform convergence.
Stone-Weierstrass Theorem.
Equicontinuous families.

Full-or-part-time: 48h 30m

Theory classes: 12h

Practical classes: 8h

Self study : 28h 30m

Fourier series.

Description:

Fourier series of periodic functions.
Bessel inequality and Parseval identity
Pointwise and uniform convergence.

Full-or-part-time: 48h 30m

Theory classes: 12h

Practical classes: 8h

Self study : 28h 30m

Lebesgue measure and integration in R.

Description:

Measurable sets and measurable functions.

Integration of measurable functions.

Dominated convergence. Integral calculus and integrals depending on parameters.

Lp spaces. Series de Fourier en L2

Full-or-part-time: 62h 30m

Theory classes: 15h

Practical classes: 10h

Self study : 37h 30m

GRADING SYSTEM

Exam midterm (EP, 30%) and final exam (EF, 70%). The grade of the final exam will be considered if it is larger than the average of the course (see the following formula). The maximum of all possibilities will be considered:

$$\text{MAX} (EF, 0.7*EF+0.3*EP)$$

Additionally, there will be an extraordinary exam during july for students who fail the course. In this case the continous evaluation will be not considered.

BIBLIOGRAPHY

Basic:

- Batlle Arnau, Carles ; Fossas Colet, Enric. Anàlisi real : apunts [on line]. 2002 [Consultation: 13/06/2025]. Available on: <http://hdl.handle.net/2117/413880>.
- Bartle, Robert Gardner. The Elements of integration and Lebesgue measure. New York: Wiley, 1995. ISBN 0471042226.
- Marsden, Jerrold E ; Hoffman, Michael J. Elementary classical analysis. 2nd ed. New York: W.H. Freeman, cop. 1993. ISBN 0716721058.
- Stein, Elias M; Shakarchi, Rami. Fourier analysis : an introduction. Princeton (N.J.): Princeton University Press, 2003. ISBN 9780691113845.

Complementary:

- Dalmasso, R. ; Witomsky, P. Analyse de Fourier et applications : exercices corrigés. Paris: Masson, 1996. ISBN 2225852995.
- Rudin, Walter. Principios de análisis matemático. 3ª ed. México: McGraw-Hill, 1980. ISBN 007054235X.
- Priestley, H. A. Introduction to integration. Oxford: Clarendon Press, 1997. ISBN 0198501234.
- Lang, Serge. Real and functional analysis. 3rd ed. New York: Springer-Verlag, 1993. ISBN 0387940014.
- Bruna, Joaquim. Anàlisi real. Bellaterra: Universitat Autònoma de Barcelona, 1996. ISBN 8449006929.
- Gasquet, C. ; Witomski, P. Fourier analysis and applications : filtering, numerical computation, wavelets. New York: Springer, 1999. ISBN 0387984852.
- Tao, Terence. An Introduction to measure theory [on line]. American Mathematical Society, 2011 [Consultation: 26/06/2023]. Available on : <https://web-p-ebscobhost-com.recursos.biblioteca.upc.edu/ehost/ebookviewer/ebook?sid=5ed05512-9d64-4fc8-8490-5ecfe5177173%40redis&vid=0&format=EB>. ISBN 9780821869192.

Course guide

200001 - CV - Single Variable Calculus

Last modified: 29/05/2025

Unit in charge: School of Mathematics and Statistics
Teaching unit: 749 - MAT - Department of Mathematics.

Degree: BACHELOR'S DEGREE IN MATHEMATICS (Syllabus 2009). (Compulsory subject).

Academic year: 2025 **ECTS Credits:** 7.5 **Languages:** Catalan, Spanish

LECTURER

Coordinating lecturer: RAFAEL RAMIREZ ROS

Others:

DEGREE COMPETENCES TO WHICH THE SUBJECT CONTRIBUTES

Specific:

1. CE-2. Solve problems in Mathematics, through basic calculation skills, taking in account tools availability and the constraints of time and resources.
2. CE-3. Have the knowledge of specific programming languages and software.
3. CE-4. Have the ability to use computational tools as an aid to mathematical processes.

Generical:

4. CB-1. Demonstrate knowledge and understanding in Mathematics that is founded upon and extends that typically associated with Bachelor's level, and that provides a basis for originality in developing and applying ideas, often within a research context.
5. CB-2. Know how to apply their mathematical knowledge and understanding, and problem solving abilities in new or unfamiliar environments within broader or multidisciplinary contexts related to Mathematics.
6. CB-3. Have the ability to integrate knowledge and handle complexity, and formulate judgements with incomplete or limited information, but that include reflecting on social and ethical responsibilities linked to the application of their knowledge and judgements.
7. CG-1. Show knowledge and proficiency in the use of mathematical language.
8. CG-2. Construct rigorous proofs of some classical theorems in a variety of fields of Mathematics.
9. CG-3. Have the ability to define new mathematical objects in terms of others already know and ability to use these objects in different contexts.
10. CG-4. Translate into mathematical terms problems stated in non-mathematical language, and take advantage of this translation to solve them.
12. CG-6 Detect deficiencies in their own knowledge and pass them through critical reflection and choice of the best action to extend this knowledge.

Transversal:

11. SELF-DIRECTED LEARNING. Detecting gaps in one's knowledge and overcoming them through critical self-appraisal. Choosing the best path for broadening one's knowledge.

TEACHING METHODOLOGY

The teaching of the course will be divided into two separate blocks: theory and problems. In the theory sessions we will develop the theoretical content of the course, based on the different results and demonstrations. In addition, we will include examples to consolidate the concepts introduced. At problem sessions we will combine theoretical and complicated exercises so that students get a maximum depth level in the field of mathematical analysis of a variable, with more mechanical ones that students must master, such as the calculation of limits and integration. Various continuous evaluation activities will be carried out consisting of in-person tests and/or problem submissions (in theory classes) and/or virtual tests at flexible times.

LEARNING OBJECTIVES OF THE SUBJECT

The main objective of this course is to make the student familiar to the basic concepts of calculus on one variable. The fundamentals of calculus that are needed in the other subjects of the degree are provided. The students are introduced to deduction techniques in calculus and more generally, to proof methods in an axiomatic system.

STUDY LOAD

Type	Hours	Percentage
Guided activities	7,5	4.00
Hours small group	30,0	16.00
Hours large group	45,0	24.00
Self study	105,0	56.00

Total learning time: 187.5 h

CONTENTS

Sequences of real numbers

Description:

Axiomatic introduction to real numbers. Basic topology in $\mathbb{R}$. Definition of sequences. Bounded sequences. Monotone sequences. Limit of a sequence. Convergent sequences. Partial sequences. Cauchy sequences. Different definitions of real numbers. Bolzano-Weierstrass theorem. Infinite limits. Computation of limits. Introduction to numerical series, for example the harmonic series and the geometric series.

Full-or-part-time: 35h

Theory classes: 8h

Practical classes: 6h

Self study : 21h

Real variable functions. Limits.

Description:

Functions. Basic definitions. Limit in a point. Characterization by sequences. Lateral limits. Enlarging the concept of limit: infinite limit and limit in the infinite. Infinites and infinitesimals. Computation of limits. Introductions to the elementary functions: exponential, trigonometric, hyperbolic,...

Full-or-part-time: 22h 30m

Theory classes: 5h

Laboratory classes: 4h

Self study : 13h 30m

Real variable functions. Continuity.

Description:

Pointwise continuity. Types of discontinuities. Continuous functions. Properties. Theorems on continuous functions. Uniform continuity. Heine theorem.

Full-or-part-time: 20h

Theory classes: 5h

Practical classes: 3h

Self study : 12h



Real variable functions. Differentiability.

Description:

Pointwise differentiation. Tangent line. Differentiability and continuity. Differentiation rules. Higher order derivatives. Implicit differentiation. Theorems on differentiable functions. Local approximation: Taylor theorem and consequences. Maxima and minima. Optimization.

Full-or-part-time: 45h

Theory classes: 11h

Laboratory classes: 7h

Self study : 27h

Integrable functions. Riemann integral.

Description:

Antiderivatives. Computation of antiderivatives. Techniques of integration: by parts, by substitution. Integration of rational functions. Integration of trigonometric functions. The lower and upper integral. Definition of Riemann integral. Properties. Riemann integrable functions. Integration and continuity. Integration and differentiation. Fundamental theorem of calculus. The definite integral and antiderivatives: Barrow's rule. Mean value theorem. Applications.

Full-or-part-time: 32h 30m

Theory classes: 8h

Laboratory classes: 5h

Self study : 19h 30m

GRADING SYSTEM

The grading is based on three items:

1. Continuous evaluation (AC).
2. Mid-term exam (EP).
3. Final exam (EF).

Completion of the corresponding block of the course "Ús solvent de la informació" will be a requirement to be graded.

The overall grade (NF) will be computed as follows:

$NF = \max\{0.60 \cdot EF + 0.30 \cdot EP + 0.10 \cdot AC; 0.70 \cdot EF + 0.30 \cdot EP; 0.90 \cdot EF + 0.10 \cdot AC; EF\}$

An extra exam will take place on July for students that failed during the regular semester.

BIBLIOGRAPHY

Basic:

- Spivak, Michael. Calculus : càlcul infinitesimal [on line]. 3rd ed. Barcelona: Reverte, 1995 [Consultation: 26/06/2023]. Available on: https://web-p-ebshost-com.recursos.biblioteca.upc.edu/plink?key=100.65.135.150_8000_572986369&AN=2615591&site=ehost-liv&db=nlebk&scope=site. ISBN 8429151370.
- Bartle, R.G. ; Sherbert, D.R. Introducción al análisis matemático de una variable. 2ª ed. México: Limusa, 1996. ISBN 9681851919.

Complementary:

- Ortega Aramburu, Joaquín M. Introducció a l'anàlisi matemàtica. 2a ed. Bellaterra: Universitat Autònoma de Barcelona, Servei de Publicacions, 2002. ISBN 8449022711.
- Strang, Gilbert; Herman, Edwin. Calculus, vol. I [on line]. Openstax, 2020 [Consultation: 26/06/2023]. Available on: <https://d3bxy9euw4e147.cloudfront.net/oscms-prodcmis/media/documents/CalculusVolume1-OP.pdf>.
- Burgos, Juan de. Cálculo infinitesimal de una variable [on line]. Madrid: Mc Graw Hill, 2007 [Consultation: 26/06/2023]. Available on: https://www.ingebook-com.recursos.biblioteca.upc.edu/ib/NPcd/IB_BooksVis?cod_primaria=1000187&codigo_libro=3964. ISBN

9788448156343.

RESOURCES

Other resources:

The problem collection "Aprende Cálculo con Youtube" (version 2.0) accessible at <https://web.mat.upc.edu/rafael.ramirez/ACcY/>

Course guide

200132 - EST - Statistics

Last modified: 26/06/2025

Unit in charge: School of Mathematics and Statistics
Teaching unit: 715 - EIO - Department of Statistics and Operations Research.

Degree: BACHELOR'S DEGREE IN MATHEMATICS (Syllabus 2009). (Compulsory subject).

Academic year: 2025 **ECTS Credits:** 7.5 **Languages:** Catalan, Spanish

LECTURER

Coordinating lecturer: Bofill Roig, Marta

Others:

DEGREE COMPETENCES TO WHICH THE SUBJECT CONTRIBUTES

Specific:

1. CE-2. Solve problems in Mathematics, through basic calculation skills, taking in account tools availability and the constraints of time and resources.
2. CE-3. Have the knowledge of specific programming languages and software.
3. CE-4. Have the ability to use computational tools as an aid to mathematical processes.

Generical:

5. CB-1. Demonstrate knowledge and understanding in Mathematics that is founded upon and extends that typically associated with Bachelor's level, and that provides a basis for originality in developing and applying ideas, often within a research context.
6. CB-2. Know how to apply their mathematical knowledge and understanding, and problem solving abilities in new or unfamiliar environments within broader or multidisciplinary contexts related to Mathematics.
7. CB-3. Have the ability to integrate knowledge and handle complexity, and formulate judgements with incomplete or limited information, but that include reflecting on social and ethical responsibilities linked to the application of their knowledge and judgements.
8. CG-1. Show knowledge and proficiency in the use of mathematical language.
9. CG-2. Construct rigorous proofs of some classical theorems in a variety of fields of Mathematics.
10. CG-3. Have the ability to define new mathematical objects in terms of others already know and ability to use these objects in different contexts.
11. CG-4. Translate into mathematical terms problems stated in non-mathematical language, and take advantage of this translation to solve them.
12. CG-6 Detect deficiencies in their own knowledge and pass them through critical reflection and choice of the best action to extend this knowledge.

Transversal:

4. SELF-DIRECTED LEARNING. Detecting gaps in one's knowledge and overcoming them through critical self-appraisal. Choosing the best path for broadening one's knowledge.

TEACHING METHODOLOGY

There are 5 class hours per week: 3 hours corresponding to theoretical lessons and 2 hours of problems or laboratory practicals.

Theoretical lessons:

The theoretical lessons are basically master classes given by the theory professor. Theorem proofs are developed on the blackboard, and important concepts are summarized by means of slides. Detailed examples are introduced, emphasising the application of Statistics in real-life problems. Virtual campus Atenea will be used to circulate the class material.

Problem lessons and laboratory sessions:

The professor previously introduced the problems that the students have to solve. In class, the professor exposes and explains the solution of selected problems.

The practical sessions will be taught with the statistical software R.

LEARNING OBJECTIVES OF THE SUBJECT

A student who has completed this Statistics course:

1. Is able to perform and interpret basic descriptive statistics with statistical software.
2. Is able to perform statistical inference with statistical software and correctly interpret the results obtained.
3. You can formulate the difference between the two statistical schools, frequentist and Bayesian.
4. Is capable of analytically obtaining moment estimators and maximum likelihood estimators for parameters of the most usual distributions.
5. Is able to compare different estimators and choose the optimal estimator according to some optimality criterion (bias, mean square error).
6. Is able to construct confidence intervals based on pivotal quantities (exact or asymptotic).
7. Is able to design an optimal test for certain hypotheses testing problems about distribution parameters, applying the Neyman-Pearson criterion and the general likelihood ratio test.
8. Is able to formulate the difference between parametric and non-parametric tests.
9. Is able to apply the classic parametric tests (normal Z test, Student's t-test with independent samples and paired data, F for equality of variances) to data sets and correctly interpret the results.
10. Is able to apply simple non-parametric tests based on the multinomial distribution to data sets and correctly interpret the results.
11. Is able to fit a multiple linear regression model with R and correctly interpret the results.
12. Is able to fit a logistic regression model with R and correctly interpret the results.

STUDY LOAD

Type	Hours	Percentage
Self study	112,5	60.00
Hours large group	45,0	24.00
Hours small group	30,0	16.00

Total learning time: 187.5 h

CONTENTS

1. Introduction to Statistics

Description:

- 1.1. Statistics as a scientific method. Deductive reasoning (probability) versus inductive reasoning (inference).
- 1.2. Types of data and studies. Exploratory data analysis.
- 1.3. Population and sample.
- 1.4. Parameters, statistics, and estimators. Sampling distribution.
- 1.5. Main parametric models: Binomial, Poisson, Normal, Exponential.
- 1.6. Exponential families and location-scale families.
- 1.7. Frequentist and Bayesian perspectives.
- 1.8. Problems of inference: estimation, hypothesis testing, and prediction.

Specific objectives:

- Exploratory data analysis in R.
- Perform univariate and bivariate descriptive studies.
- Specify the main statistical models in R.
- Emphasize differences between population data and parameters, and sample data and estimators.

Related activities:

Theory classes, problem-solving classes, and computer lab sessions (using R).

Full-or-part-time: 20h

Theory classes: 6h

Laboratory classes: 4h

Self study : 10h

2. Point estimators

Description:

- 2.1. Method of moments and plug-in.
- 2.2. Likelihood function. Maximum likelihood estimation. Calculation and properties.
- 2.3. Fisher Information, Cramér-Rao Bound, Efficiency.
- 2.4. Bayesian approach to point estimation.
- 2.5. Non-parametric estimation of the distribution function. The empirical distribution function.
- 2.6. Simulation and Bootstrap.

Specific objectives:

- Construction of parameter estimators using different methods.
- Deepening the concept of information and the minimum achievable variance.
- Introduction to resampling methods.

Related activities:

Theory classes, problem-solving classes, and computer lab sessions (using R).

Full-or-part-time: 30h

Theory classes: 9h

Practical classes: 6h

Self study : 15h

3. Properties of the estimators

Description:

- 3.1. Properties of estimators for finite samples. Systematic error (bias), precision of an estimator, and mean squared error.
- 3.2. Search for the Uniformly Minimum Variance Unbiased Estimator (UMVUE).
 - 3.2.1. Principle of sufficiency, completeness.
 - 3.2.2. Rao-Blackwell and Lehmann-Scheffé theorems.
- 3.3. Asymptotic behaviour. Consistency and Asymptotic Normality.
- 3.4. Asymptotic theory for the Maximum Likelihood Estimator.

Specific objectives:

- Derive properties of estimators.
- Knowledge of the delta method for the asymptotic law and variance of transformations of asymptotically normal estimators.
- Empirically evaluate the properties of estimators using simulation and resampling methods.

Related activities:

Theory classes, problem-solving classes, and computer lab sessions (using R).

Full-or-part-time: 24h

Theory classes: 8h

Practical classes: 4h

Self study : 12h

4. Interval estimation

Description:

- 4.1. Confidence intervals.
- 4.2. Exact methods for constructing confidence intervals.
- 4.3. Asymptotic confidence intervals.
- 4.4. Non-parametric intervals based on bootstrap.

Specific objectives:

- Construction of confidence intervals.
- Implementation of bootstrap for the calculation of confidence intervals and variance.

Related activities:

Theory classes, problem-solving classes, and computer lab sessions (using R).

Full-or-part-time: 16h

Theory classes: 4h

Practical classes: 4h

Self study : 8h

4. Hypothesis testing

Description:

- 5.1. Basic concepts. Types of hypotheses. Type I and II errors. Rejection region. Power function. p-value.
- 5.2. Construction of the rejection region via the Neyman-Pearson Lemma.
 - 5.2.1. Uniformly most powerful tests.
 - 5.2.2. Neyman-Pearson Lemma for composite alternatives.
- 5.3. Wald, Score, and likelihood ratio tests.
- 5.4. Non-parametric Chi-squared tests for independence and homogeneity.
- 5.5. Goodness-of-fit tests: Kolmogorov-Smirnov.

Specific objectives:

- Design hypothesis tests.
- Derive properties of tests.
- Identify which test to use in different scenarios.
- Implementation in R.

Related activities:

Theory classes, problem-solving classes, and computer lab sessions (using R).

Full-or-part-time: 30h

Theory classes: 9h

Practical classes: 6h

Self study : 15h

6. Linear regression model. Logistic regression

Description:

- 6.1. Linear regression.
 - 6.1.1. Least squares and maximum likelihood estimation.
 - 6.1.2. Properties of the least squares estimator.
 - 6.1.3. Model validation. Residual analysis.
 - 6.1.4. Hypothesis tests on parameters.
- 6.2. Logistic regression.

Specific objectives:

- Apply linear and logistic regression.
- Interpret the results obtained.

Related activities:

Theory classes, problem-solving classes, and computer lab sessions (using R).

Full-or-part-time: 30h

Theory classes: 10h

Laboratory classes: 5h

Self study : 15h

GRADING SYSTEM

The continuous assessment system will be used, and it will consist of 3 parts:

1. Quiz (Q) at the end of each topic with conceptual questions and practical problems to be solved using R.
2. Mid-term exam (EP) in the middle of the semester.
3. Final exam (EF).

Both the mid-term and final exams will have the same structure, including a section of theoretical questions and between 2 and 4 problems.

The overall grade for the course will be:

$$\text{Global} = \text{Max}(0.15 * Q + 0.25 * EP + 0.60 * EF, EF)$$

Additionally, there will be an extraordinary exam in July for students who failed. Its structure will be similar to the final exam. The grade for this extraordinary session will be the score obtained on the extraordinary exam.

BIBLIOGRAPHY

Basic:

- Casella, George; Berger, Roger L. Statistical inference. 2nd ed. Pacific Grove: Duxbury, cop. 2002. ISBN 0534243126.
- DeGroot, Morris H.; Schervish, Mark J. Probability and statistics. 4th ed. Boston: Pearson, 2012. ISBN 9780321709707.
- Wasserman, Larry. All of statistics : a concise course in statistical inference. Pittsburgh: Springer, cop. 2010. ISBN 9781441923226.
- Wood, Simon N. Core Statistics. Cambridge [etc.]: Cambridge University Press, 2015. ISBN 9781107071056.
- Held, Leonhard; Sabanés Bové, Daniel. Applied Statistical Inference : Likelihood and Bayes [on line]. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg : Imprint: Springer, 2014 [Consultation: 16/06/2025]. Available on: <https://link-springer-com.recursos.biblioteca.upc.edu/book/10.1007/978-3-642-37887-4>. ISBN 9783642378867.
- Ramachandran, Kandethody M; Tsokos, Chris P. Mathematical Statistics with Applications. 1. Elsevier, 2009. ISBN 9780123748485.

Complementary:

- Evans, Michael; Rosenthal, Jeffrey S. Probability and statistics : the science of uncertainty [on line]. 2nd ed. New York: W.H. Freeman and Company, cop. 2010 [Consultation: 16/06/2025]. Available on: <http://www.utstat.toronto.edu/mikevans/jeffrosenthal/>. ISBN 9781429224628.
- Dalgaard, Peter. Introductory statistics with R [on line]. 2nd ed. New York: Springer, 2008 [Consultation: 16/06/2025]. Available on: <https://link-springer-com.recursos.biblioteca.upc.edu/book/10.1007/978-0-387-79054-1>. ISBN 9780387790534.
- Efron, Bradley; Hastie, Trevor. Computer age statistical inference: algorithms, evidence, and data science [on line]. First published. New York: Cambridge University Press, 2016 [Consultation: 16/06/2025]. Available on: <https://hastie.su.domains/CASI/>. ISBN 9781107149892.
- Fan, Jianqing; Li, Runze; Zhang, Cun-Hui; Zou, Hui. Statistical foundations of data science. Chapman and Hall/CRC, 2020. ISBN 9781466510845.
- Peck, Roxy. Statistics: a guide to the unknown. 4th ed. Belmont: Thomson Brooks/Cole, 2006. ISBN 0534372821.
- Cox, D. R; Hinkley, D. V. Theoretical statistics. London: Chapman and Hall, cop. 1974. ISBN 9780412161605.

RESOURCES

Hyperlink:

- R-software: www.r-project.org. Resource

Course guide

200121 - TOP - Topology

Last modified: 22/06/2025

Unit in charge:	School of Mathematics and Statistics		
Teaching unit:	749 - MAT - Department of Mathematics.		
Degree:	BACHELOR'S DEGREE IN MATHEMATICS (Syllabus 2009). (Compulsory subject).		
Academic year: 2025	ECTS Credits: 7.5	Languages: Catalan, Spanish	

LECTURER

Coordinating lecturer: Miguel Ángel Barja Yáñez

Others:

DEGREE COMPETENCES TO WHICH THE SUBJECT CONTRIBUTES

Specific:

1. CE-2. Solve problems in Mathematics, through basic calculation skills, taking in account tools availability and the constraints of time and resources.
2. CE-3. Have the knowledge of specific programming languages and software.
3. CE-4. Have the ability to use computational tools as an aid to mathematical processes.

Generical:

4. CB-1. Demonstrate knowledge and understanding in Mathematics that is founded upon and extends that typically associated with Bachelor's level, and that provides a basis for originality in developing and applying ideas, often within a research context.
5. CB-2. Know how to apply their mathematical knowledge and understanding, and problem solving abilities in new or unfamiliar environments within broader or multidisciplinary contexts related to Mathematics.
6. CB-3. Have the ability to integrate knowledge and handle complexity, and formulate judgements with incomplete or limited information, but that include reflecting on social and ethical responsibilities linked to the application of their knowledge and judgements.
7. CG-1. Show knowledge and proficiency in the use of mathematical language.
8. CG-2. Construct rigorous proofs of some classical theorems in a variety of fields of Mathematics.
9. CG-3. Have the ability to define new mathematical objects in terms of others already know and ability to use these objects in different contexts.
10. CG-4. Translate into mathematical terms problems stated in non-mathematical language, and take advantage of this translation to solve them.
12. CG-6 Detect deficiencies in their own knowledge and pass them through critical reflection and choice of the best action to extend this knowledge.

Transversal:

11. SELF-DIRECTED LEARNING. Detecting gaps in one's knowledge and overcoming them through critical self-appraisal. Choosing the best path for broadening one's knowledge.

TEACHING METHODOLOGY

(Section not available)

LEARNING OBJECTIVES OF THE SUBJECT

(Section not available)

STUDY LOAD

Type	Hours	Percentage
Self study	112,5	60.00
Hours small group	30,0	16.00
Hours large group	45,0	24.00

Total learning time: 187.5 h

CONTENTS

Metric spaces

Description:

Distances. Open and closed balls. Open sets. Continuous applications. Equivalent distances.

Full-or-part-time: 10h

Theory classes: 3h

Practical classes: 2h

Self study : 5h

Topological spaces

Description:

Open and closed. Bases, subbases, neighbourhoods. The second numerability axiom. Continuous maps, homeomorphisms. The first numerability axiom: characterization of topological properties using sequence limits.

Full-or-part-time: 39h

Theory classes: 9h

Practical classes: 6h

Self study : 24h

Building topological spaces

Description:

Subspaces. Topological space products. Quotient spaces and identifications. Examples: topological surfaces.

Full-or-part-time: 38h

Theory classes: 7h

Practical classes: 7h

Self study : 24h

Compactness

Description:

Compact spaces. Compact space products and quotients. The Heine-Borel theorem. The Tikhonov theorem and applications. Locally compact spaces. Alexandrov compactivity. Compactness in metric spaces: characterization by sequences.

Full-or-part-time: 21h

Theory classes: 5h

Practical classes: 3h

Self study : 13h



Connectedness

Description:

Connected spaces. Connected components. Continuity and connection. The mean value theorem. Arc-connected spaces. Connected arc-connected components.

Full-or-part-time: 21h

Theory classes: 5h

Practical classes: 3h

Self study : 13h

Introduction to homotopy

Description:

Introduction to the homotopy of continuous maps. Contractile spaces. Deformation retracts. The set of homotopic classes $[X, Y]$. The abelian group $[S^1, S^1]$: degree of a map.

Full-or-part-time: 22h

Theory classes: 5h

Practical classes: 4h

Self study : 13h

Applications to plane topology

Description:

Index of a closed curve. The Poincaré-Böhl and Rouché theorems. The Bolzano theorem and the Brouwer fixed point theorem. The fundamental theorem of algebra. The Borsuk-Ulam theorem. Invariance of the dimension.

Full-or-part-time: 22h

Theory classes: 5h

Practical classes: 4h

Self study : 13h

Compact surfaces classification

Description:

Triangulation of compact surfaces. Polygonal surfaces. Standard surfaces. Connex sum of surfaces. Classification theorem. Orientation, genus and Euler's characteristic.

Full-or-part-time: 17h 30m

Theory classes: 7h

Practical classes: 1h

Self study : 9h 30m

GRADING SYSTEM

BIBLIOGRAPHY

Basic:

- Kosniowski, Czes. Topología algebraica. Barcelona: Reverté, 1992. ISBN 9788429150988.
- Munkres, James R. Topología. 2a ed. Madrid: Prentice-Hall, 2002. ISBN 8420531804.
- Pascual Gainza, P.; Roig, A. Topologia [on line]. Barcelona: Edicions UPC, 2004 [Consultation: 21/05/2020]. Available on: <http://hdl.handle.net/2099.3/36790>. ISBN 8483017504.
- Sieradski, A. An introduction to topology and homotopy. Boston: PWS-KENT, 1992. ISBN 0534929605.
- Viro, O. Ya [et al.]. Elementary topology : problem textbook [on line]. Providence: American Mathematical Society, 2008 [Consultation: 27/06/2023]. Available on: <https://ebookcentral-proquest-com.recursos.biblioteca.upc.edu/lib/upcatalunya-ebooks/detail.action?pq-origsite=primo&docID=4715680>. ISBN 9780821845066.

Complementary:

- Jänich, Klaus. Topology. New York: Springer-Verlag, 1984. ISBN 0387908927.
- Massey, William S. A basic course in algebraic topology. New York: Springer-Verlag, 1991. ISBN 038797430X.
- Navarro Aznar, V.; Pascual Gainza, P. Topologia algebraica. Barcelona: Edicions UB, 1999. ISBN 8483381230.
- Wall, C.T.C. A geometric introduction to topology. New York: Dover, 1993. ISBN 0486678504.