

Grafs eulerians

Desenvolupat per: Raquel Montañez Fabrés

Resum

En aquesta sessió descobrirem el món dels grafs i la seva aplicació per a respondre preguntes com: es pot sempre crear una ruta tal que començant des d'un punt A passis per tots els carrers una sola vegada fins tornar al punt A inicial? Quines condicions es necessiten per l'existència d'aquesta ruta òptima?

Nivell

4t ESO/Batxillerat

Contingut

- Concepte de graf i graf eulerià. Propietats.
- Aplicacions.
- Ús de matrius d'adjacència. (Batxillerat)

Proposta d'activitats

- Primer de tot anem a materialitzar el nostre problema. La idea és buscar a Google Maps la ubicació de l'escola i fer un dibuix simplificat del mapa, dibuixant carrers i cantonades per on volem passar (correspondran a arestes i nodes)
- Serà possible trobar un recorregut amb les característiques descrites? Primer intentarem deduir les condicions que hauria de complir el nostre mapa perquè fos així. Per fer-ho observarem una sèrie de diferents "mapes simplificats" (grafs). És possible dibuixar-los, sense aixecar el llapis del paper, començant i acabant al mateix lloc? Amb aquests exemples s'intentarà arribar a la deducció de la necessitat de connectivitat i que el grau de cada vèrtex sigui parell. Tornarem al nostre problema inicial i veurem si compleix les característiques i com podríem sinó arreglar-ho.
- Ara ja es pot introduir el concepte de graf i donar alguna definició. El que busquem en aquest problema és que el graf sigui eulerià. L'origen del problema rau en els ponts de Königsberg. Altres aplicacions serien:
 - Trobar un camí per la patrulla de policia que no vol repetir carrers en el seu torn i vol sortir de comissaria i acabar en aquesta
 - La mateixa idea amb camions de recollida d'escombraries.
 - Dibuix de Kolams.
 - Ensamblatge del genoma.

- En grafs petits potser es pot trobar ràpid si un graf és o no eulerià i, en cas afirmatiu, trobar el seu cicle. En dimensions més grans, però, si tenim milers i milers de carrers, resulta impossible trobar una ruta òptima a ull. En aquests casos és on la programació resulta imprescindible. Per això s'han d'inventar algoritmes que ho resolguin, i a classe comentarem un per detectar si el graf és o no eulerià. En el programa utilitzarem el producte de matrius, concepte que els alumnes ja han treballat i podran veure aplicat (Batxillerat).

Referències

- Explicació teòrica:
 - . <http://www4.ncsu.edu/~uzgeorge/EulerCircuits%207-17and18.pdf>
 - . http://www.dc.uba.ar/materias/aed3/2013/1c/teorica/algo3_teo_euleriano.pdf
 - . http://www.uam.es/personal_pdi/ciencias/gallardo/capitulo8a.pdf
 - . <http://web.archive.org/web/20140826114945/http://www.amt.canberra.edu.au/koenigs.html>
- Aplicacions:
 - Ensamblatge del genoma:
 - . https://issuu.com/editoralmic/docs/fecyt_matematicas_tierra (Pàg. 137)
 - . <http://vis.usal.es/rodrigo/documentos/bioinfo/muii/sesiones/4-ensamblado.pdf>
 - . <https://www.google.es/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=1&cad=rj&uact=8&ved=0ahUKEwjZhqL03c3MAhVJAxoKHXARAkIQFggcMAA&url=https://www.google.es/...&sig2=pT7nl2nwkgZEI0PMDrKUOQ&bvm=bv.121421273,d.d2s>
 - Visita al museu:
 - . <http://www.facebookgrafi.altervista.org/scenari.htm>
 - Kolam:
 - . <http://www.tmrfindia.org/sutra/v2i21.pdf>
 - . <http://orion.math.iastate.edu/mathnight/activities/modules/braids/braidright.pdf>
- Exercicis:
 - . http://www.fiwiki.org/images/2/22/Ejercicios_Tema_6_Grafos_eulerianos_y_hamiltonianos.pdf (6.8, el joc del dominó)
 - . http://www.iesayala.com/selectividadmatematicas/ficheros/teoriaccss/01_Matrices_Sistemas.pdf