

Matemàtiques i música: sons, espectres i escales

xerrada per a estudiants i professors de matemàtiques de batxillerat

a càrrec de Xavier Gràcia i Joana Prat *

Facultat de Matemàtiques i Estadística
Universitat Politècnica de Catalunya

març del 2010

Al llarg de la història, durant força segles, la música i les matemàtiques han estat considerades ciències germanes. Ja a l'antiga Grècia, al segle VI aC, l'escola pitagòrica va establir una relació entre la consonància dels sons i les raons de nombres enters petits. Aquesta observació va ser l'inici d'una llarguíssima recerca vers l'escala musical occidental. A l'edat mitjana, la música formava part del quadrivi, juntament amb l'aritmètica, la geometria i l'astronomia. Per a Leibniz, la música és un exercici ocult d'aritmètica en el qual l'esperit ignora què calcula.

Cap al s XVII ambdues disciplines inicien un desplegament extraordinari, d'una banda amb la puixança de la música barroca, d'altra banda amb el desenvolupament del càlcul infinitesimal. En aquest desplegament els temes d'interès comú esdevenen una minoria. Tanmateix, les noves eines fornides per la matemàtica, com ara l'anàlisi de Fourier o la teoria dels grups, han permès aprofundir en l'estudi dels elements que conformen la música, entre els quals podem esmentar: l'anàlisi i síntesi del so, les tècniques de compressió del so digital, els espectres dels instruments musicals, l'anàlisi de la dissonància, la teoria de les escales, les transformacions i simetries en l'espai musical, l'estudi dels acords, l'anàlisi dels ritmes, tècniques de composició aleatòria, i les diverses aplicacions de l'estadística a la musicologia.

L'objectiu d'aquesta xerrada és donar unes pinzellades sobre com les matemàtiques permeten entendre els sons dels instruments i la seva percepció, i quines notes hem triat per a fer música.

L'activitat es divideix en els blocs:

- Ones sonores.

Estudiarem què és el so, quines són les seves característiques i com es percep.

- Tons purs, espectre harmònic.

Veurem que un to es pot descompondre en suma de tons purs d'unes freqüències determinades, el conjunt de les quals s'anomena espectre. Per als instruments usuals de l'orquestra, l'espectre té les mateixes característiques: és l'espectre harmònic.

- Construcció de l'escala musical.

La música occidental en general no usa sons de totes les possibles freqüències. Veurem com es poden triar aquestes a fi d'obtenir sons que resultin especialment agradables a l'oïda.

L'exposició teòrica anirà acompanyada de demostracions amb programes de síntesi de so i amb instruments musicals. Entre el segon i el tercer bloc hi haurà un petit refrigeri.

*professors del Departament de Matemàtica Aplicada IV, UPC