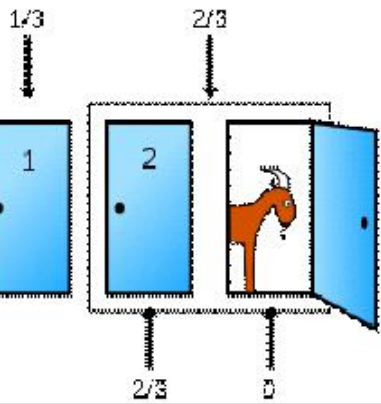


# POSEM A PROVA MONTY HALL

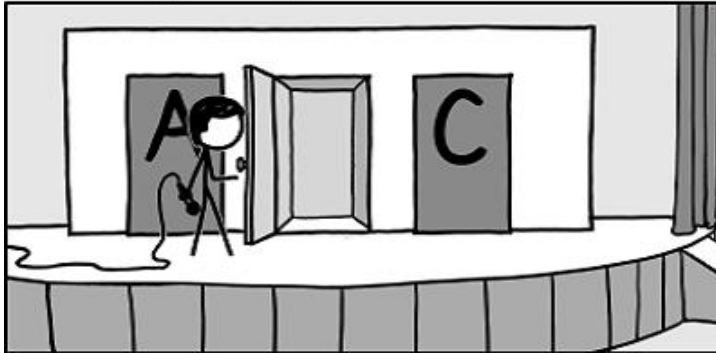


MAKE A DEAL



NOW PLAYING  
Let's Make a Deal

33.3%	66.6%	33.3%
Door #1	Door #2	Door #3



...AND MY YARD HAS SO MUCH GRASS, AND I'LL TEACH YOU TRICKS, AND



- Aarón Romero Sánchez
- Alberto García Gutiérrez
- Carlota del Puerto Sevilla
- David Berlanga García
- Natalia Castro Soria
- 1r Batxillerat A



## ÍNDEX

- Introducció.....Pàg.2
- Hipòtesis.....Pàg.3
- Primer Estudi.....Pàg.4
  - Recollida de Dades.....Pàg.4
  - Dades.....Pàg.5
  - Càlculs Estadístics.....Pàg.7
  - Gràfics.....Pàg.7
- Segon Estudi.....Pàg.8
  - Recollida de Dades.....Pàg.8
  - Dades.....Pàg.9
  - Càlculs Estadístics.....Pàg.10
  - Gràfics.....Pàg.11
- Tercer Estudi.....Pàg.12
  - Recollida de Dades.....Pàg.12
  - Dades de l'E.S.O. ....Pàg.13
  - Càlculs Estadístics.....Pàg.14
  - Gràfic.....Pàg.14
  - Dades de Primària.....Pàg.15
  - Càlculs Estadístics.....Pàg.16
  - Gràfic.....Pàg.16
- Conclusió.....Pàg.17
- Webgrafia.....Pàg.18



## Introducció

Amb aquest treball volem demostrar la veracitat del problema de Monty Hall. Aquest problema rep el nom del presentador de televisió canadenc Monty Hall qui presentava un famós concurs de televisió anomenat "Let's Make a Deal." El renom d'aquest problema és tan gran que no és estrany que aparegui en llibres, sèries de televisió o, fins i tot, pel·lícules:

[www.youtube.com/watch?v=THGJQuYFFpg](http://www.youtube.com/watch?v=THGJQuYFFpg)

La popularitat d'aquest problema dintre del món estadístic i matemàtic és deguda a un problema en què la resposta és contraintuitiva. L'enigma és el següent: a un concursant qui participa en un concurs se li mostren tres portes tancades numerades de l'1 al 3. Darrere d'una de les portes hi ha un cotxe i en les altres, unes cabres. L'objectiu del jugador és guanyar el cotxe. El presentador li demana que esculli una de les tres portes. Quan el participant l'ha triada, el presentador li mostra un porta que conté una cabra i, a continuació, li dona l'opció de canviar de porta. La solució d'aquest problema ens diu, en contra de la nostra intuïció, que si canviem de porta tindrem més possibilitats de guanyar el cotxe que si mantenim la nostra elecció inicial.

L'objectiu d'aquest treball és demostrar si aquesta solució es compleix i, si canviar de porta aporta alguna diferència estadística significativa al concursant del programa, quant serà aquest avantatge. Els càlculs que volem dur a terme són la freqüència i el percentatge que, posteriorment, utilitzarem per a realitzar gràfics i demostrar la nostra hipòtesi.

## Hipòtesis

Teòricament, la solució al problema és la següent:

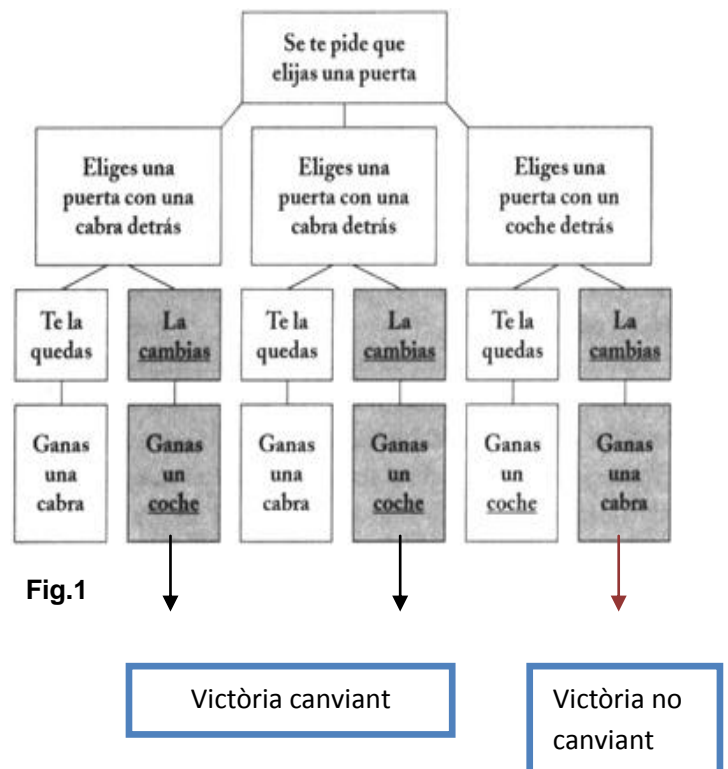
En començar la partida, si hi ha 3 portes i darrere de 2 hi ha cabres i només 1 té el cotxe, les probabilitats d'haver escollit la cabra en primer lloc són  $2/3$ . Per tant, el més probable és que el jugador hagi escollit una cabra en primer lloc.

Quan el presentador ens ensenya una de les portes on hi ha una cabra, el joc canvia radicalment. En un principi el més probable és que ens hagués tocat una cabra. I si és més probable que hi hagi una cabra, és menys probable que hi hagi el cotxe i és més probable que en l'altra targeta (la que encara no s'ha girat i que no s'ha escollit) estigui el cotxe. Per tant, si canviem de porta tenim  $2/3$  de probabilitats de guanyar el cotxe i no  $1/3$ , que és amb el que havíem començat. Per tant, el fet de canviar de porta **DUPLICA** les probabilitats de guanyar.

A més a més, suposem que en una situació real els jugadors, en general, no canviaran de porta.

Generalment les persones obeeixen al seu instint, però com la solució d'aquest problema és contrària a la intuïció, aquest fa que els concursants perdin. Segurament, ja sigui per por, perquè creuen que les probabilitats són del 50% o perquè creien que estan sent manipulats pel presentador, es mantindran amb la seva primera opció.

I partirem d'aquestes hipòtesis per a realitzar els estudis i intentar confirmar-les.





## **PRIMER ESTUDI**

Experiment N°1, màxima aleatorietat.

### **Recollida de dades**

A continuació, la taula següent mostra les dades que hem recollit. El procés que hem utilitzat ha sigut el següent:

1. Hem dibuixat en un full 3 portes per a cada partida. En total hem fet 100 partides. A cada partida hi ha una porta guanyadora i 2 perdedores.
2. A continuació, per a fer un càlcul el més fiable possible hem utilitzat un dau per a escollir la porta. Si el dau surt de l'1 al 3 obrim el n° de porta que surt. El mateix si surt del 4 al 6, sent 4 la porta 1.
3. A partir d'aquest instant anotem si, al canviar guanyem o perdem. També hem anotat si guanyem o perdem al mantenir-nos en la primera porta.

**Dades****LLEGENDA**

a: guanya

b: perd

Partida	Canvi	No canvi	Partida	Canvi	No canvi
1	a	b	26	a	b
2	a	b	27	a	b
3	a	b	28	b	a
4	a	b	29	a	b
5	b	a	30	a	b
6	a	b	31	b	a
7	a	b	32	a	b
8	a	b	33	a	b
9	a	b	34	a	b
10	a	b	35	b	a
11	a	b	36	b	a
12	a	b	37	b	a
13	a	b	38	a	b
14	a	b	39	b	a
15	a	b	40	b	a
16	a	b	41	a	b
17	a	b	42	b	a
18	a	b	43	a	b
19	a	b	44	a	b
20	a	b	45	a	b
21	a	b	46	b	a
22	a	b	47	a	b
23	b	a	48	a	b
24	b	a	49	b	a
25	a	b	50	b	a

**Taula 1**



Partida	Canvi	No Canvi	Partida	Canvi	No Canvi
51	a	b	76	b	a
52	a	b	77	b	a
53	a	b	78	a	b
54	a	b	79	a	b
55	b	a	80	a	b
56	a	b	81	a	b
57	b	a	82	b	a
58	a	b	83	b	a
59	a	b	84	b	a
60	b	a	85	a	b
61	b	a	86	b	a
62	a	b	87	a	b
63	a	b	88	b	a
64	a	b	89	a	b
65	a	b	90	a	b
66	a	b	91	b	a
67	a	b	92	a	b
68	a	b	93	a	b
69	a	b	94	a	b
70	a	b	95	a	b
71	a	b	96	a	b
72	a	b	97	b	a
73	b	a	98	a	b
74	b	a	99	a	b
75	a	b	100	a	b

Taula 2

## Càlculs estadístics

	$n_i$	$f_i$	$p_i$	$N_i$	$F_i$	$P_i$	$x_i - \bar{X}$
Canvia	72	0.72	72	72	0.72	72	0.28
No canvia	28	0.28	28	100	1	100	0.72
	100	1	100				

Taula 3

Hem resumit les dues taules anteriors en aquesta taula, on hem fet aparèixer les principals dades estadístiques que hem estudiat. Podem observar que la freqüència absoluta, el nombre de vegades que es guanya, és molt superior si canviem que si no canviem. Això confirma la nostra teoria inicial, al menys quan no hi intervenen persones. Els percentatges s'apropen molt als que hem especificat en la hipòtesi, per tant podem dir que l'hem confirmat.

Canviar de porta DUPLICA les probabilitats de guanyar.

## Gràfics

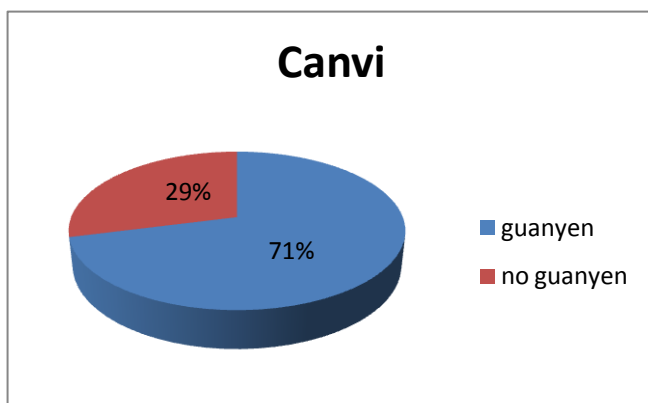


Fig. 2

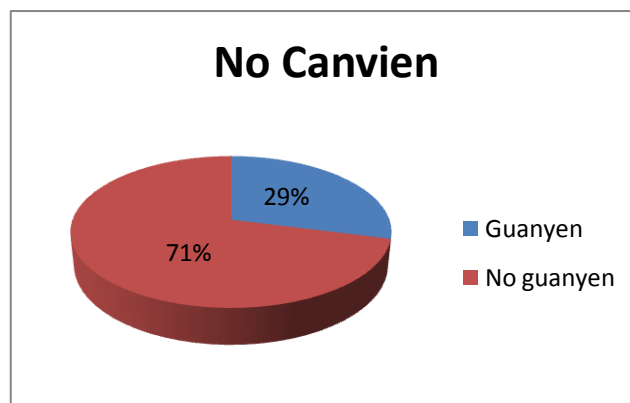


Fig. 3





## **SEGON ESTUDI**

Experiment N°2. Lliure Albir.

### **Recollida de dades**

A continuació, la taula següent mostra les dades que hem recollit. El procés que hem utilitzat ha sigut el següent:

1. Hem dibuixat en un full 3 portes per a cada partida. En total hem fet 50 partides. A cada partida hi ha una porta guanyadora i 2 perdedores.
2. A continuació, hem demanat la col·laboració de l'alumnat i el professorat del centre per a participar en el joc.
3. Primer hem anotat si han canviat de porta o s'han mantingut amb la seva primera opció. Després hem anotat si han guanyat o han perdut.

**Dades****LLEGENDA**

x: no canvia  
y: canvia  
a: guanya  
b: no guanya

Partida	Canvia?	Resultat	Partida	Canvia?	Resultat
1	x	b	26	x	b
2	x	b	27	x	b
3	x	a	28	x	a
4	x	a	29	x	a
5	x	b	30	x	b
6	y	b	31	x	b
7	x	b	32	x	b
8	x	b	33	x	b
9	x	a	34	x	a
10	x	b	35	x	b
11	x	a	36	x	b
12	x	b	37	x	a
13	x	b	38	x	b
14	x	a	39	x	b
15	x	b	40	x	b
16	x	b	41	x	b
17	x	b	42	x	b
18	x	b	43	y	a
19	x	a	44	x	b
20	x	b	45	x	b
21	x	a	46	x	b
22	x	b	47	x	b
23	x	b	48	x	a
24	x	b	49	x	b
25	x	a	50	x	b

**Taula 4**



## Càlculs estadístics

	$n_i$	$f_i$	$p_i$ (%)	$N_i$	$F_i$	$P_i$ (%)
<b>Canvia</b>	2	0.02	4	2	0.02	4
<b>No canvia</b>	48	0.48	96	50	1	100
	50	1	100			

**Taula 5**

Hem tornat a resumir les dades en un quadre més sintètic. Podem observar que, com havíem afirmat en la nostra hipòtesi, pràcticament ningú canvia de porta. De fet, una de les persones que havia canviat, tenia coneixement previ del problema de Monty Hall.

D'aquestes taules extraïem 2 conclusions.

La primera és que hem confirmat la nostra hipòtesi, pràcticament ningú canvia de porta perquè confien en el seu instint que els diu que canviar o no canviar no importa i es mantenen per por a ser manipulats.

Els concursants tendeixen a NO canviar la seva primera elecció.

La segona és que tornem a confirmar la primera hipòtesi. De 48 persones que han decidit mantenir-se amb la seva primera elecció, han guanyat 13. Per tant, han guanyat el 27.1% de les persones que han decidit mantenir la seva primera elecció i han perdut el 72.9%. Això està molt a prop de les probabilitats del 33.3% i el 66.3% que havíem suposat en un principi, per tant, tornem a confirmar la nostra hipòtesi.

Tot i que suposem que tornàriem a tenir raó, no hem pogut fer càlculs amb les persones que han decidit canviar perquè, com pràcticament ningú canvia, els resultats no serien vàlids. Necessitaríem una mostra molt més gran per a poder fer càlculs estadístics i extreure alguna conclusió.



## Gràfics

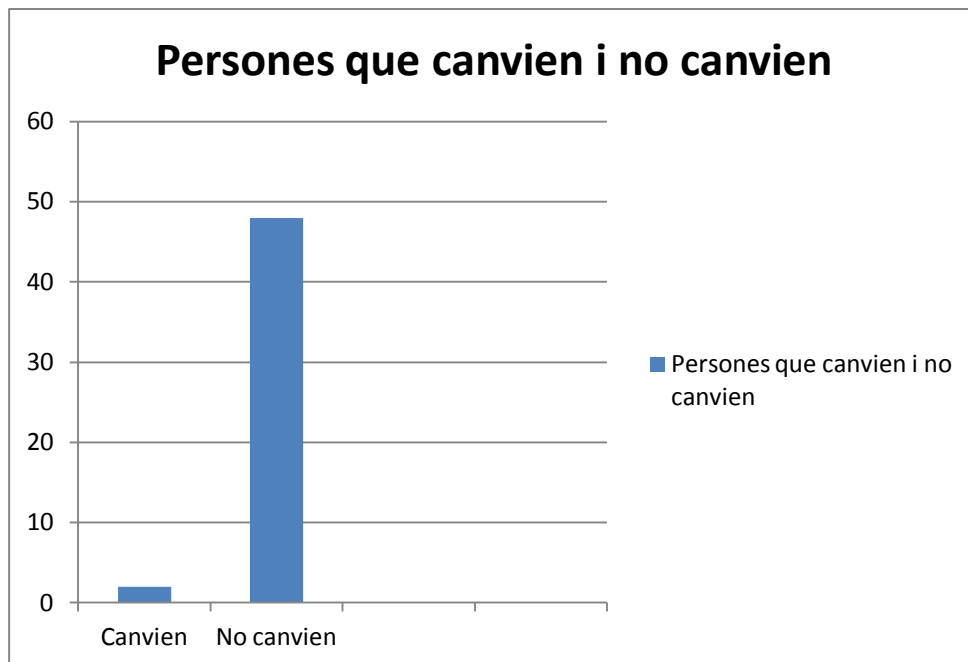


Fig. 4

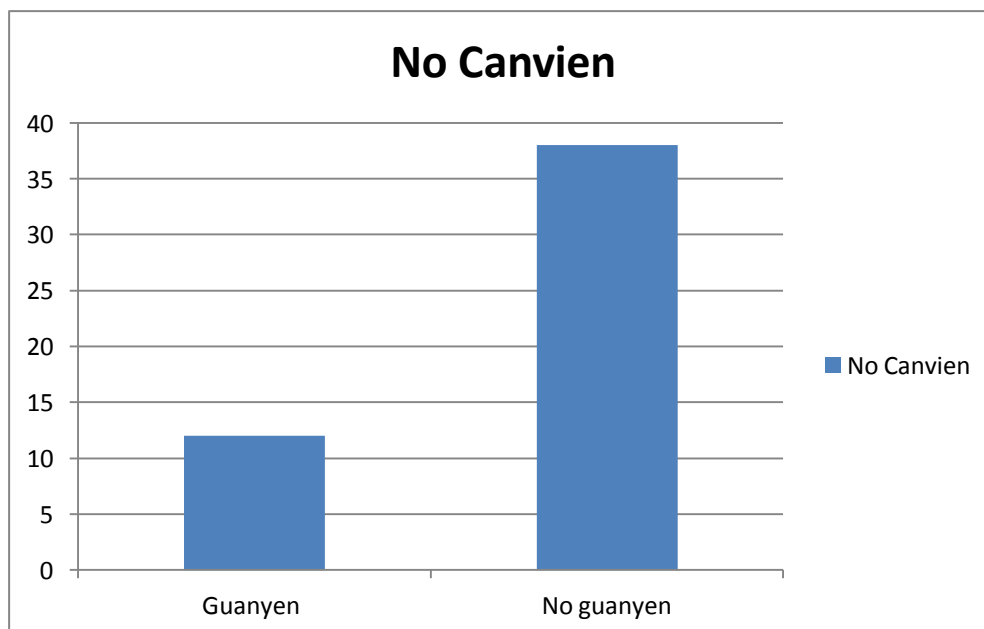


Fig. 5



### **TERCER ESTUDI**

Situació real. Vessant psicològic del problema.

Per a ampliar aquest projecte hem decidit dur a terme un tercer estudi. En aquest cas hem passat a estudiar l'arrel del problema, la contraintuïció. En altres paraules hem estudiat la reacció de dos grups d'alumnes (d'edats diferents) davant del problema. Entre les variables que hem volgut tenir en compte es troben la predisposició dels individus a mantenir la seva elecció inicial en el joc. També hem comprovat si la quantitat de persones que decideix canviar varia en funció de l'edat dels individus. Com ja hem mencionat a l'apartat d'hipòtesis, el principal problema no és la probabilitat en si, sinó el fals coneixement en el qual hom es recolza. Per tant, hem volgut demostrar que davant d'una situació de joc real, la tendència dels jugadors serà no canviar.

D'altra banda, també valorem la maduresa de l'individu relacionant-la amb el seu criteri, ja que les persones aprenem a base d'assaig i errors. Un nen petit no és conscient de certs perills, com el tràfic o les caigudes. No és fins que es fa mal o que experimenta en certa manera aquests riscos que comença a ser més prudent. Per incloure aquesta premissa en el nostre estudi la hipòtesi que hem formulat ha sigut que els individus més joves seran més propensos a arriscar-se amb el canvi de porta.

#### **Recollida de dades**

Hem dut a terme 2 recollides de dades. El procediment ha sigut el mateix tant per als alumnes d'ESO com per als de primària.

1. Cadascú ha disposat de 3 cartes, una de les quals era la premiada.
2. S'han repartit els alumnes de manera que els 5 membres del treball tinguéssim més o menys el mateix nombre d'alumnes als quals fer participar.
3. El procés ha sigut el que s'hauria seguit al programa de Hall. Cadascú ha fet del paper de presentador i hem anotat els resultats.

**Dades de l'E.S.O.**

Partida	Canvi	No canvi	Partida	Canvi	No canvi
1		a	41	a	
2		b	42		b
3		b	43		a
4		b	44		b
5		b	45		a
6		a	46		b
7		a	47		a
8		b	48	a	
9		b	49		a
10		b	50		b
11		b	51		b
12		b	52		b
13		b	53		b
14	a		54		a
15	a		55		a
16	a		56	a	
17		b	57		b
18	b		58	a	
19		b	59	a	
20		b	60		b
21	b		61		b
22	a		62		b
23		b	63		b
24		b	64		b
25		b	65		a
26		a	66		b
27		b	67		a
28	b		68		b
29	b		69		a
30		a	70		b
31		b	71		b
32		a	72		b
33		a	73		b
34		b	74		
35	a		75		
36		a	76		
37	a		77		
38	b		78		
39		b	79		
40		a	80		

**LLEGENDA**

a: guanya  
b: no guanya

Taula 6

## Càlculs estadístics

Les dades obtingudes a l'ESO (taula 6) s'han resumit en la taula 7.

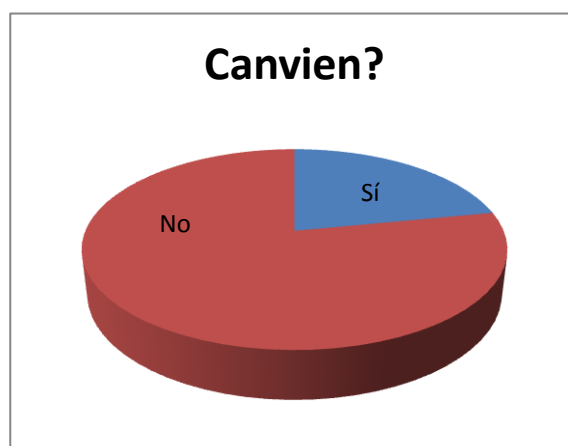
Total de Jugadors		73
Canvi	16	21,92%
Guanyen	11	68,75%
Perden	5	31,25%
No canvi	57	78,08%
Guanyen	18	31,58%
Perden	39	68,42%

**Taula 7**

Tots d'acord en el fet que no. Creien que tenien un 50% tant si canviaven com si no, i com que no creien que hi hauria diferència, van decidir mantenir la seva primera opció per temor a equivocar-se. Tot i així, ens hem sorprès perquè hi ha hagut més gent de la que esperàvem que ha decidit canviar, tot i que segueix sent una minoria. Això pot haver estat provocat perquè no hem pogut aïllar als alumnes prou bé. Si volguéssim obtenir resultats encara més fiables, cada alumne hauria d'estar a una sala sense estimulacions, només amb l'entrevistador (si aquest tampoc estigués millor) i una sortida en la qual no es pogués trobar amb cap altre alumne que encara no hagués fet la prova. Tot i així els resultats són prou fiables per extreure conclusions.

Com podem observar, el nombre de persones que decideixen canviar d'elecció és força minoritari. A més, podem tornar a demostrar el problema (en els percentatges es veu clarament que és millor canviar), la nostra hipòtesi del fals coneixement ha quedat demostrada. De fet, quan hem preguntat als alumnes si creien que canviar els ajudaria, han estat

## Gràfic



**Fig. 6**

**Dades Primària**

Partida	Canvi	No canvi	Partida	Canvi	No canvi
1		b	41	a	
2		b	42		b
3	b		43		b
4		b	44		a
5		a	45	a	
6		a	46	a	
7		b	47		b
8		b	48		a
9		a	49		a
10		a	50		a
11	b		51		b
12	a		52	b	
13	a		53	a	
14		a	54		b
15		a	55		a
16		a	56		a
17	a		57	a	
18		b	58		b
19		b	59		b
20		a	60		b
21		b	61		b
22	b		62		b
23	a		63		a
24		b	64		b
25		b	65		a
26	b		66		b
27	a		67	a	
28	a		68		b
29	b		69		b
30		a	70		a
31	a		71	a	
32	a		72	a	
33	b		73		a
34		a	74		b
35		b	75		b
36	a		76	a	
37	b		77		b
38	b		78		
39		b	79		
40		a	80		

**LLEGENDA**

a: guanya  
b: no guanya

Taula 8



## Càlculs estadístics

Igual que en l'estudi a la ESO, s'han resumit les dades en aquesta taula:

Total de Jugadors		77
Canvi	27	35,06%
Guanyen	18	66,66%
Perden	9	33,33%
No canvi	50	64,94%
Guanyen	21	42,00%
Perden	29	58,00%

Taula 9

Com podem veure, la majoria segueix sense canviar. No sembla que hi hagi gran importància però si comparem aquesta taula amb la de l'ESO (taula7), podem veure que el percentatge de participants que decideix fer el canvi augmenta. Hipòtesi confirmada. Podem veure que els més petits canvien un 13.14% més que els adults, essent aquesta dada prou significativa per a ser vàlida. Com hem dit, s'han arriscat més (tot i que no entenen el perquè) pel simple motiu que és la seva forma d'aprendre, prendre riscos.

## Gràfic

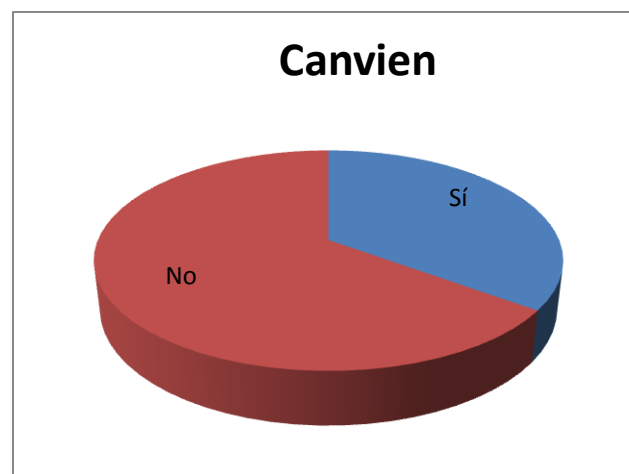


Fig. 7

## Conclusió

En aquest treball hem pogut comprovar una llei de probabilitat que, a primera vista, sembla il·lògica. A més ens hem sorprès, tot i que estàvem molt segurs de les nostres hipòtesis, al comprovar la veracitat d'aquesta llei probabilística perquè, com ja hem mencionat, la solució desafia al nostre instint. Creiem que és molt curiós com hem passat de no comprendre el problema a comprendre'l i ser capaços d'explicar-lo amb facilitat, ja que ara tenim una nova perspectiva per a enfocar-lo.

Gràcies als resultats obtinguts, hem pogut confirmar les nostres hipòtesis i, el més important, hem descobert que ens hem de qüestionar fins i tot les decisions matemàtiques més trivials. No només per a poder guanyar un cotxe en un concurs de la televisió, si no per a entendre com funciona el món matemàtic sense cap prejudici humà. Hi ha un resultat concret que el trobem molt important: el fet que els més joves decideixin canviar més. Creiem que es reflecteix molt bé el criteri dels infants. Són més espontanis perquè no tenen por a equivocar-se.

En realitzar aquesta pràctica, no tan sols hem après més sobre estadística, sinó que hem vist que en general la ment humana rebutja, des d'un principi, un raonament complex quan no el comprèn. És una clara situació de temença cap a allò que es desconeix, una fase de negació.





Tot i que no hem pogut treballar amb les fórmules estudiades a classe, ja que aquest és un estudi estadístic de caràcter qualitatiu, sí que hem pogut treballar amb eines bàsiques informàtiques i hem après a fer una cosa encara més important: interpretar les dades i els gràfics per elaborar una conclusió ben argumentada i coherent, en harmonia amb les dades obtingudes de forma experimental i amb les hipòtesis calculades de forma matemàtica i purament teòriques.

Cal mencionar que com no hem disposat d'un entorn adequat on aïllar als participants, els resultats poden haver estat lleugerament afectats. Tot i així, els resultats són prou significatius per a extreure'ls.

### **WEBGRAFIA**

[www.youtube.com/watch?v=THGJQuYFFpg](http://www.youtube.com/watch?v=THGJQuYFFpg)

[http://es.wikipedia.org/wiki/Problema\\_de\\_Monty\\_Hall](http://es.wikipedia.org/wiki/Problema_de_Monty_Hall)

<http://www.estadisticaparatodos.es/taller/montyhall/montyhall.html>

(D'aquesta darrera web només hem utilitzat l'applet.)