

**Los Problemas del Centenario (recordatorio y corrección):
Concurso de la RSME, con motivo de su centenario,
para participantes en el
«XII Encuentro Nacional de Estudiantes de Matemáticas»**

por

Redacción de la sección de Problemas y Soluciones

Recordamos a los participantes en el «XII Encuentro Nacional de Estudiantes de Matemáticas» que sigue abierto el plazo para enviar soluciones a los Problemas del Centenario. Aprovechamos la ocasión para publicar una nueva versión del PROBLEMA ENEM 1, pues el anteriormente publicado contenía una errata en su enunciado. Rogamos disculpen las molestias que esto haya podido ocasionar.

La Real Sociedad Matemática Española ha decidido incorporar al programa de actos de celebración del centenario de su fundación un concurso para estudiantes que vayan a participar en el «XII Encuentro Nacional de Estudiantes de Matemáticas» (ENEM). Dicho Encuentro se desarrollará la semana del 25 al 31 de julio de 2011 en San Cristóbal de La Laguna (Santa Cruz de Tenerife), concretamente en la Universidad de La Laguna.

Los estudiantes que deseen participar en el concurso deberán enviar una o varias soluciones a alguno de los tres problemas que aquí aparecen. Se premiará una solución de cada problema y los autores de las soluciones seleccionadas recibirán los siguientes premios:

- a) Una bolsa de viaje de 400 euros para asistencia al XII ENEM,
- b) un año gratis como miembro de la RSME, y
- c) un diploma acreditativo expedido por la RSME.

Además, dentro del programa del ENEM, se ha planificado una sesión de trabajo en la que los autores seleccionados expondrán sus soluciones y se les hará entrega de los premios.

Del mismo modo que ahora aparece la propuesta de problemas junto a la sección de **Problemas y Soluciones** de LA GACETA DE LA RSME, en su momento se publicarán las soluciones seleccionadas. Por supuesto, como es habitual, cualquier lector de la sección podrá hacernos llegar sus soluciones a los problemas propuestos. Sin embargo, sólo serán tenidas en cuenta para ser premiadas aquéllas que sean enviadas por estudiantes que vayan a participar en el ENEM.

Las soluciones a los problemas deben enviarse a la dirección de correo electrónico oscar.ciaurri@dmc.unirioja.es en archivos con formato $\text{T}_{\text{E}}\text{X}$ e indicando claramente que se desea participar en el concurso. Alternativamente, pueden enviarse a

Óscar Ciaurri Ramírez, Universidad de La Rioja, Dpto. de Matemáticas y Computación, C/ Luis de Ulloa s/n, 26004, Logroño. Se tendrán en cuenta las soluciones recibidas hasta el 30 de mayo de 2011.

PROBLEMA ENEM 1 (CORREGIDO). *Propuesto por la redacción.*

Sea f una función definida sobre el intervalo $[a, b]$ que toma valores reales, es cinco veces derivable, y verifica $f(a) = f(b)$, $f\left(\frac{5a+b}{6}\right) = f\left(\frac{a+5b}{6}\right)$ y $f\left(\frac{2a+b}{3}\right) = f\left(\frac{a+2b}{3}\right)$. Probar que

$$\left| \int_a^{\frac{a+b}{2}} f(x) dx - \int_{\frac{a+b}{2}}^b f(x) dx \right| \leq \frac{(b-a)^6}{414\,720} \sup_{x \in [a,b]} |f^{(5)}(x)|.$$

¿Existe alguna función para la que se alcanza la igualdad?

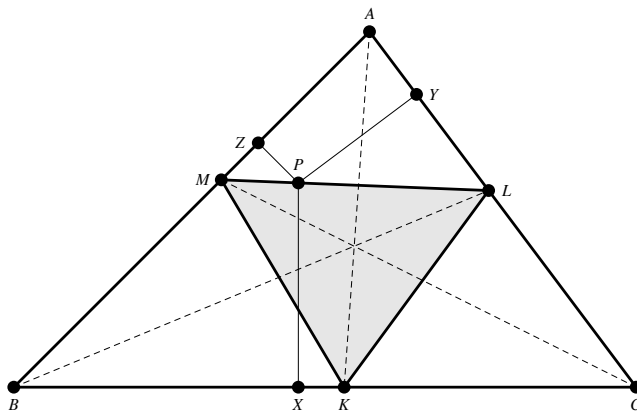
PROBLEMA ENEM 2. *Propuesto por la redacción.*

Determinar todos los números naturales n y m tales que

$$16n^2 - 64\,312n + 64\,625\,545 = m^2.$$

PROBLEMA ENEM 3. *Propuesto por la redacción.*

Sea $\triangle ABC$ un triángulo. Denotaremos por K , L y M , respectivamente, los puntos de intersección de las bisectrices interiores por A , B y C con los lados opuestos. Sea P un punto del perímetro del triángulo $\triangle KLM$ y X , Y y Z , respectivamente, los pies de las perpendiculares trazadas por el punto P a los lados BC , CA y AB . Probar que una de las tres distancias, PX , PY o PZ , es igual a la suma de las otras dos.



Esquema ilustrativo de la situación descrita en el Problema ENEM 3.