

El problema és conegut com a problema de Josephus i té la formulació general següent: hi ha N persones que es van eliminant de m en m començant el procés a la posició k , i es volen saber les posicions inicials dels últims r supervivents. No es coneix una fórmula explícita en funció d'aquests paràmetres per determinar les posicions inicials que donen els r últims supervivents. L'argument que donem per als valors donats al full ($N = 41$, $m = 3$, $k = 1$, $r = 2$), és recurrent i es pot aplicar a altres valors.

A l'inici hi ha $s_1 = 41$ individus, comencem a comptar per la posició 1, es van eliminant els individus de les posicions de la forma $3n$, i sobreviuen $s_2 = 41 - \lfloor 41/3 \rfloor = 28$ individus. A més, un individu que no mor, i que ocupava la posició x passa a ocupar la posició $x' = x - \lfloor x/3 \rfloor$.

Recurrentment, diguem que en la ronda i hi ha s_i supervivents i que el compte comença a la posició $s_i - \ell + 1 \pmod{s_i}$, on $\ell \in \{0, 1, 2\}$ (si $\ell = 1$, cal prendre el valor s_i en lloc del zero, ja que les posicions van de 1 a s_i). En aquesta ronda moriran els de les posicions $3n - \ell$, quedaran $s_{i+1} = s_i - \lfloor (s_i + \ell)/3 \rfloor$ supervivents i un individu que ocupava la posició x passa a ocupar la posició $x' = x - \lfloor (x + \ell)/3 \rfloor$. La ronda següent comença a la posició $s_{i+1} - \ell_{i+1} + 1 \pmod{s_{i+1}}$ on $\ell_{i+1} = s_i + \ell_i \pmod{3}$.

En el nostre cas els successius valors són:

i	1	2	3	4	5	6	7
ℓ_i	0	2	0	0	0	2	2
s_i	41	28	18	12	8	6	4

Aquí, els valors ℓ_i són sempre 0 o 2. Quan $\ell_i = 0$, un individu que no mor ocupa una posició de la forma $x = 3n - 1$ o $3n - 2$. En el primer cas la nova posició és $x' = x - \lfloor x/3 \rfloor = 3n - 1 - (n - 1) = 2n$, i en el segon cas és $x' = 2n - 1$. Quan $\ell_i = 2$, un individu que no mor ocupa una posició de la forma $x = 3n - 1$ o $x = 3n$. En el primer cas passa a ocupar la posició $x' = 2n - 1$, i en el segon $x' = 2n$. Notem que, en ambdós casos, coneguda x' es pot calcular unívocament x simplement sumant $n - 1$ o n segons que $\ell_i = 0$ o $\ell_i = 2$.

Per a l'individu que al final ocupa la posició 1, tenim:

i		7	6	5	4	3	2	1
ℓ_i		2	2	0	0	0	2	0
x'	1	2	3	4	5	7	11	16
n	1	1	2	2	3	4	6	

i per al que al final ocupa la posició 2,

i		7	6	5	4	3	2	1
ℓ_i		2	2	0	0	0	2	0
x'	2	3	5	7	10	14	21	31
n	1	2	3	4	5	7	11	

La resposta al problema és, doncs, les posicions 16 i 31.

L'enunciat es podia interpretar com que el primer a morir és el de la posició 1. Amb aquesta interpretació la resposta correcta és 14 i 29.