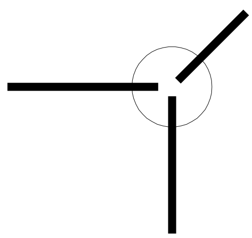
Solució al divertiment del full de Maig de la FME

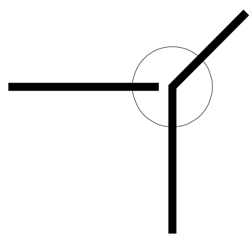
Daniel Pérez Palomar
Estudiant de doctorat al Departament TSC
e-mail: daniel@gps.tsc.upc.es
http://gps-tsc.upc.es/comm/daniel

Un cub de 10 cm de costat té un perímetre de 120 cm (12 arestes) i, per tant, un filferro de 120 cm de longitud té la mida exacta per cobrir el perímetre. Ara veurem que això NO es pot fer sense tallar el filferro i, més concretament, provarem constructivament que el número mínim de talls és 3 (és a dir, 4 trossos).

Un cub té 8 vèrtexs. En cada vèrtex, només podem tenir dues configuracions possibles: tipus A: tres finals de filferro conflueixen, i tipus B: només un final de filferro conflueix (veure Figura).



Vèrtex tipus A (tres terminacions)



Vèrtex tipus B (una terminació)

Òbviament, una solució òptima (amb mínim número de talls) no pot tenir cap vèrtex de tipus A, perquè qualsevol configuració amb un vèrtex d'aquest tipus es pot millorar simplement unint dues de les terminacions corresponent a dos trossos de filferro diferents. D'aquesta manera reduiríem el número de trossos i, per tant, una configuració amb algun vèrtex d'aquest tipus no pot ser òptima.

Donat que els 8 vèrtexs del cub han de ser de tipus B en una solució òptima, és evident que hi hauran exactament 8 terminacions (una per vèrtex). Com que cada tros de filferro té dues terminacions, les 8 terminacions corresponen inequívocament a 4 trossos de filferro.

Per tant, el mínim número de trossos és 4 i hem de fer 3 talls.

A més a més, amb aquesta prova constructiva, sabem com trobar una solució òptima a partir de qualsevol configuració (simplement convertint els vèrtexs de tipus A en tipus B). Q.E.D.