

DIUMENGE
10 DE JULIOL DEL 2016
NÚMERO 2034

2,50 EUROS

DIARI EUROPEU
DE L'ANY

AVUI
EMPORTA'T
ELS SUPLEMENTS

aradiumenge



GUERRA CIVIL



47
**ANDREU
MAS-COLELL**
exconseller d'Economia

El govern espanyol vol que la Comissió Europea cridi a controlar encara més les autonomies. Vull creure que no ho aconseguirà

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
 $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
 $2+2=4$
 $a^2+b^2=c^2$
 $\cos(\pi/2+\alpha) = -\sin \alpha$
 $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
 $\sin \frac{q}{m} = \frac{F_1+F_2+\dots+F_n}{m}$
 $\cos \frac{q}{m} = \frac{F_1+F_2+\dots+F_n}{m}$
 $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}, b > 0$
 $2 \times 2 = 4$
 $\sqrt[n]{a} = a^{1/n}$
 $2+2=4$
 $q = \frac{F_1+F_2+\dots+F_n}{m}$
 $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}, b > 0$
 $\cos 90^\circ = 0$
 $(\sqrt[n]{a})^n = a$
 $\cos 90^\circ = 0$
 $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$
 $[b(x) + gc] =$
 $3x^3 + 2ab - h = 3x(1-2x^2)$
 $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
 $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{b}{x^2}$
 $\text{tga} = \frac{b}{a}$

I

♥

MATES

06-14
Dossier
matemàtiques

La professió amb menys atur
Una ciència al servei de la vida quotidiana
La revolució pedagògica dels números

P 16-18

Les bases de CDC forcen Mas a ampliar la refundació

Debat intens per incloure 'independència' i 'república', pactar l'estructura i triar nom entre Partit Nacional Català, Partit Demòcrata Català i Junts per Catalunya



PERE VIRGILI

Dossier

PEDAGOGIA



Mireu el vídeo a l'Ara.cat



“Mai és tard per tenir una experiència matemàtica feliç”

Els mestres promouen l'experimentació i la resolució de problemes per fer més atractiva la matèria

GEORGINA FERRI
BARCELONA

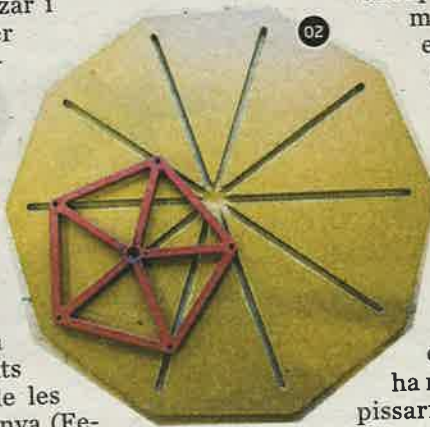
“Vampirs, monstres, bruixes i professors de matemàtiques... tot el que fa por, avui a Disney Channel”. Amb aquest eslògan el canal de televisió per a nens anunciava, fa uns anys, la seva programació especial per a Tots Sants. I és que les matemàtiques sempre s'han vist com una assignatura difícil i, per tant, temuda.

Molts deuen recordar les classes de mates amb les pissarres plenes de números i fórmules, i amb quaderns amb centenars d'exercicis a l'espera de ser resolts. “Hi ha hagut una tradició acadèmica de professors que no miraven l'alumne, només la pissarra, i que simplement l'omplien de fórmules i deien «Estudieu del llibre», però ara les coses estan canviant”, explica Anton Aubanell, professor honorífic de la UB de didàctica de les matemàtiques.

Els professors de matemàtiques coincideixen a destacar que la matèria s'ha considerat sovint complicada per culpa de l'abstracció. A diferència d'assignatures com la física o la química, que parteixen de l'experimentació per arribar als conceptes, les matemàtiques tradicionalment s'han ensenyat a partir d'un reguitzell de fórmules que s'han hagut de memoritzar i aplicar a exercicis. “Per aprendre a resoldre problemes calia primer passar per una gran quantitat de continguts teòrics. En canvi, ara creiem que la resolució de problemes interessants motiva més l'estudiant a aprendre continguts matemàtics”, rebla Victòria Oliu, presidenta de la Federació d'Entitats per a l'Ensenyament de les Matemàtiques a Catalunya (Fe-

01. El Museu de les Matemàtiques organitza un casal d'estiu.

02 i 03. Materials didàctics del museu: Engranatges sense dents. MANOLO GARCIA



emcat). “Un gran matemàtic del segle XIX, Henri Poincaré, deia que només coneixia dos mètodes per ensenyar fraccions: tallant un pastís o una poma”, revela Aubanell, que durant més de 30 anys també va ser professor d'institut a Blanes, on va crear un laboratori de matemàtiques. “Els recursos materials són útils per captar l'atenció de l'estudiant i perquè tot coneixement comença pels sentits i després es fa l'abstracció, el que no podem fer és anar directes a l'abstracció”, afegeix. El segon element que pot fer que l'assignatura sigui considerada difícil és l'excés de formalisme. “Les matemàtiques sovint es confonen amb les fórmules”, diu Aubanell, que considera que en un simple joc a vegades hi ha més matemàtica que en una pissarra plena d'integrals. “Jo ho

comparo amb la música, pots gaudir-ne molt i no saber llegir una partitura”. Aquest matemàtic, ara jubilat, sempre ha intentat que els seus alumnes s'emocionessin resolent problemes: “No hi ha res més motivador que l'èxit. Per tant, és molt important que els alumnes tinguin petits èxits a l'hora de solucionar problemes i sentin l'emoció d'haver-ne resolt un”.

Argumentar més

La didàctica de les matemàtiques ha experimentat un canvi en els últims 20 anys i ara posal'èmfasi en l'argumentació. “Trobes alumnes que en els exàmens apunten un munt de números i fórmules sense ni un sol comentari. Convé que expliquin el que fan, perquè entenem les coses quan som capaços d'explicar-les”, diu Aubanell. Els mestres també se centren en les competències, és a dir, “es posa en relleu la necessitat de saber fer coses amb els contin-

FÍSICA-MATEMÀTIQUES, LA NOTA DE TALL MÉS ALTA. Si bé els de medicina van ser els estudis amb més peticions d'ingrés l'any passat, la nota de tall més alta del 2015 (les del 2016 es publicuen dimarts) va ser la de física i matemàtiques a la UAB, amb un 13,147. A la UB va ser de 12,98.

MILLOREN A LA SELECTIVITAT. Tot i ser una de les assignatures més temudes pels alumnes, la nota de matemàtiques de la selectivitat d'aquest any ha millorat. La mitjana ha sigut de 6,78, mentre que l'any passat va ser de 6,30. Un total de 8.974 estudiants n'han aprovat l'examen.

Una professió plena de sortides laborals, també en època de crisi

La taxa de desocupació dels matemàtics i els estadístics és del 8%



guts que s'aprenen", assegura Oliu. Tot això comporta la necessitat d'una formació continuada del professorat, cosa que ha afavorit des dels anys 90 l'associacionisme dels mestres. "No hi ha cap altra matèria que tingui tantes associacions", relata Aubanell. Des de les agrupacions de professors de matemàtiques es pretén avançar cap a una cultura de la resolució de problemes. S'organitzen concursos a tot Catalunya per promoure que les escoles es preparin prèviament. "Així fem que ho vagin incorporant a la seva cultura docent", explica.

Aprendre jugant

Precisament d'un grup de treball de la Feemcat va sorgir el Museu de Matemàtiques de Catalunya, on pretenen acostar les matemàtiques a la gent i ajudar l'escola des de fora del centre. Per aconseguir-ho, posen cartolines, peces de fusta, miralls, pilotes de goma i altres estris a disposició dels visitants perquè tocant i jugant puguin comprovar els teoremes apresos a l'escola. "Molts nens, i no tan nens, exclamen: «Allò que vaig fer a classe és veritat!», diu Josep Rey, president del Museu, que apel·la a la intuïció de cadascú per aprendre.

Aquest mes de juliol un grup d'una desena de nens i nenes d'entre 5 i 8 anys fan el casal d'estiu al museu. "Aquí juguem amb les matemàtiques", resumeix la Inés. "Les matemàtiques són sumar, restar i totes aquestes coses, i són molt útils quan vas a comprar, perquè has de sumar els diners que has de donar al botiguer", aclareix el Gabriel.

Però el que el Gabriel veu tan clar, a altres els costa de comprendre. "Les matemàtiques són útils i necessàries, però la gent no ho veu així", reconeix Oliu, per això les diferents associacions de matemàtics tenen un crit de guerra: "Mai és tard per tenir una experiència matemàtica feliç". I defensen que són una disciplina necessària per entendre i transformar la societat. "M'agrada recordar la frase de Mogens Niss, un dels pares de les proves PISA: «Fem matemàtiques per millorar la productivitat de les fàbriques i la qualitat de les democràcies», conclou Aubanell. —

G.F.
BARCELONA

La taxa de desocupació a Espanya se situa en el 21%, segons les últimes dades de l'Enquesta de Població Activa. La xifra baixa fins al 17% a Catalunya i en el cas dels llicenciats en matemàtiques fins al 8,20%. I és que els matemàtics són, juntament amb els estadístics, els advocats i els treballadors sanitaris, els que menys pateixen el problema de l'atur.

"El perfil del matemàtic és vist com a resolutori de problemes reals. Per això els graduats en matemàtiques són els més buscats per les empreses, i els joves amb menys atur actualment", explica Victòria Oliu, presidenta de la Federació d'Entitats per a l'Ensenyament de les Matemàtiques a Catalunya (Feemcat). Ho corrobora Daniel Quílez, que té 32 anys i és llicenciat per la Universitat de Barcelona: "Vaig acabar la carrera el 2006 i des d'aleshores mai he tingut problemes per trobar feina, per això no tinc por de deixar-ne una". Sempre ha treballat dins de l'àmbit de la programació, que és una de les sortides professionals d'aquests llicenciats.

Això causa un dany col·lateral, i és que cada vegada menys matemàtics decideixen dedicar-se a la docència, cosa que pot repercutir en el nivell a les aules. "Seria bo que més matemàtics anessin cap a l'ensenyament", defensa Anton Aubanell, professor honorífic de la UB de didàctica de les matemàtiques. Daniel Quílez ho té clar: no s'hi ha dedicat per "falta de vocació" i afegeix que "és difícil motivar els adolescents si no tens vocació". Precisament va ser un professor de batxillerat el que va fer que es decidís per estudiar la carrera de matemàtiques. Quílez ha treballat fent de programador per a l'artista Zachary Lieberman i defensa que "les matemàtiques són una eina per en-

Eduard Almacelles
"Abans d'acabar la carrera ja tenia feina. No he estat ni un sol dia a l'atur, i no m'he dedicat a la docència per falta de vocació"

Daniel Quílez
"No he tingut mai problemes per trobar feina, sempre dins de la programació. No tinc cap por de canviar de feina, perquè sempre n'he trobat una altra"

tendre qualsevol altre tipus de coneixement tècnic".

També va ser la falta de vocació el que va fer que Eduard Almacelles descartés dedicar-se a l'ensenyament quan va acabar els seus estudis a la Universitat Politècnica de Catalunya (UPC). Amb només 26 anys, ja ha treballat en tres empreses diferents: "Abans d'acabar la carrera ja tenia feina, no he estat ni un sol dia a l'atur". La seva primera ocupació va ser en una empresa

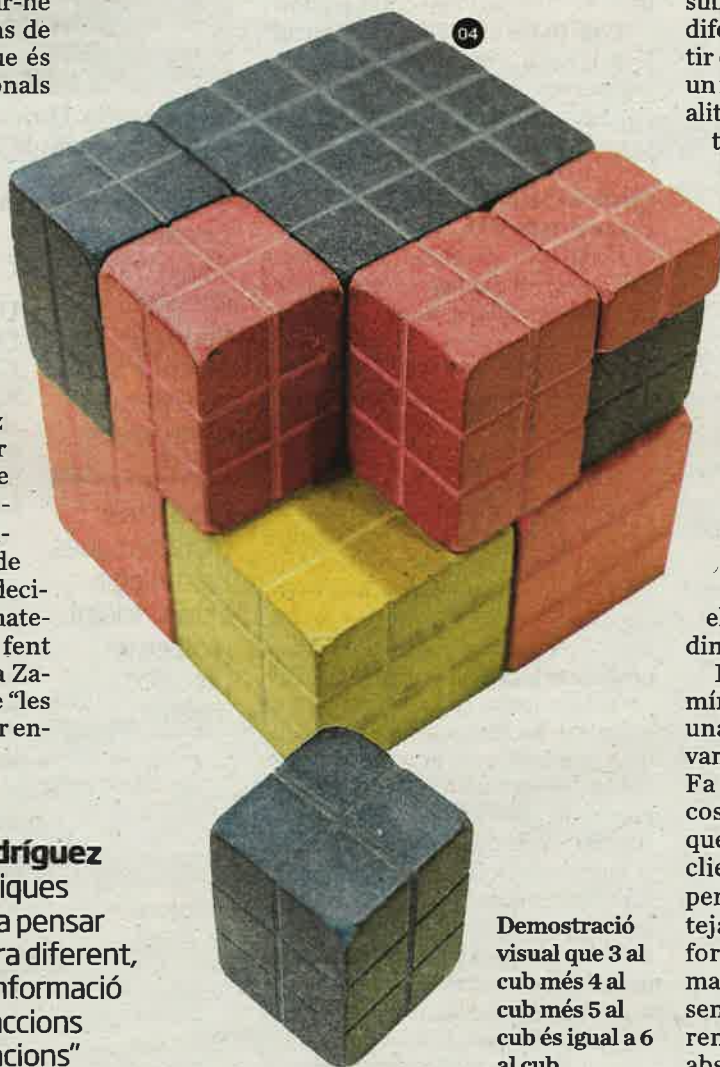
d'anàlítica en xarxes socials, on analitzaven les relacions entre centenars d'usuaris de Twitter i les converses que s'establien entre ells per extrapolar, per exemple, quins eren els museus amb més rellevància a la xarxa. Per a ell, "les matemàtiques són l'estructura que fonamenta les relacions entre les coses" i el

que permet descobrir els models subjacents al nostre voltant. "He fet diferents feines, però sempre a partir d'unes dades he hagut de trobar un model que expliqui per què la realitat es comporta d'una manera determinada", explica.

Una beca als EUA

Adrià Recasens també té 26 anys i va fer la doble titulació en enginyeria de telecomunicacions i matemàtiques a la UPC. Una beca el va portar cap a l'Institut Tecnològic de Massachusetts, el MIT en les seves sigles en anglès, on ara fa el doctorat en visió per ordinador, una altra de les sortides professionals de les matemàtiques: "Ensenyem als ordinadors a mirar. Quan tenen moltes imatges al seu interior, els ensenya a detectar objectes dins d'aquestes imatges".

Per la seva banda, Raquel Domínguez, de 35 anys, treballa per a una empresa de missatgeria. "Em van venir a buscar a la carrera", diu. Fa de programadora i analitza els costos dels enviaments dels paquets, per poder fer ofertes als seus clients sense que la companyia hi perdi diners. "A vegades m'he plantejat si hauria d'haver estudiat informàtica, perquè faig de programadora, però a matemàtiques t'ensenyen a pensar d'una manera diferent, a extreure informació i a fer abstraccions —explica—. No me'n penedixo gens!" —



Demostració visual que 3 al cub més 4 al cub més 5 al cub és igual a 6 al cub.

MANOLO GARCÍA

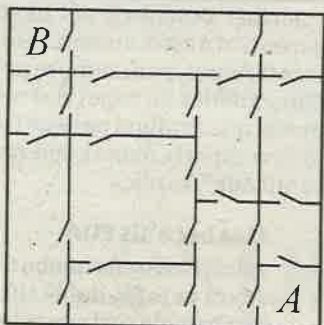
Raquel Rodríguez
"A matemàtiques t'ensenyen a pensar d'una manera diferent, a extreure informació i a fer abstraccions i generalitzacions"

EXERCICIS

1 Avui, 10 de juliol del 2016, en Bernat fa 10 anys; va néixer el 10 de juliol del 2006. En Bernat és un any i un dia més gran que la seva germana Paula. Quin dia va néixer la Paula?

- A) El 9 de juliol del 2005
- B) El 9 de juliol del 2006
- C) El 9 de juliol del 2007
- D) L'11 de juliol del 2007
- E) L'11 de juliol del 2005

2 La figura mostra el plànol d'un edifici en què totes les habitacions es comuniquen per portes. Quin és el nombre mínim de portes que haurem de travessar per anar des de l'habitació A fins a l'habitació B?



- A) 3
- B) 4
- C) 5
- D) 6
- E) 7

LLEGENDA

- Senzill. Problemes del Cangur de primària.
- Mitjà. Problemes del Cangur 123.
- Alt. Del Cangur dels últims cursos de l'institut.

PEDAGOGIA

No hi ha Google ni GPS sense càlculs ni models computacionals

Els invents més populars s'han creat gràcies a l'aplicació d'aquesta ciència

ELISABET ESCRICHE
BARCELONA

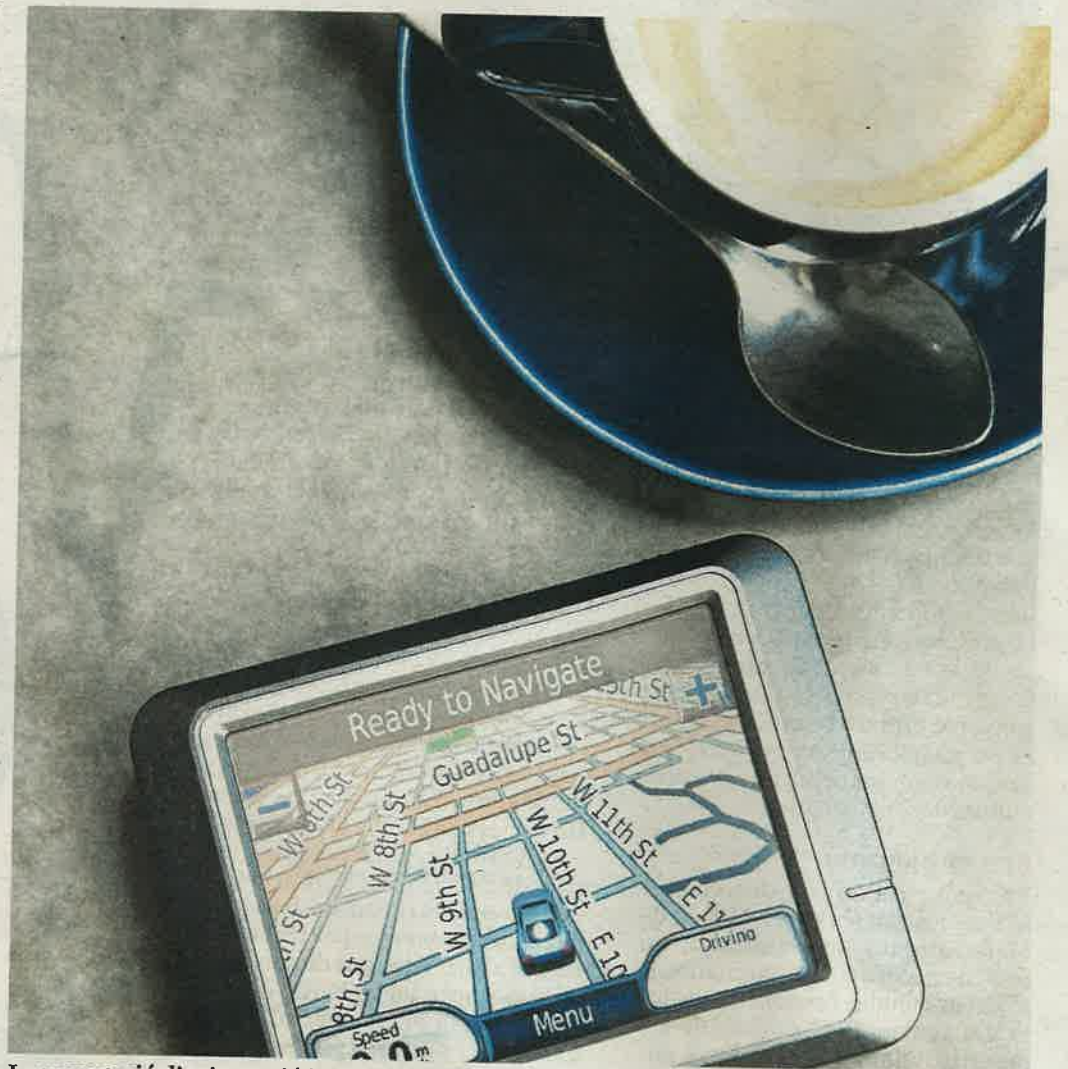
Només cal entrar a Google i fer una simple cerca, per exemple amb la paraula *estadística*, per veure la quantitat d'entrades que hi ha d'aquest concepte, en aquest cas 32.200.000. Evidentment la xifra varia en funció del terme que es busca: amb *geometria* en surten 21.100.000 i amb *càlcul* 5.610.000.

Però a banda de trobar la xifra, Google també té l'habilitat de situar gairebé sempre a la seva primera pàgina l'enllaç que més t'interessa. Com ho aconsegueix? A través de càlculs matemàtics i de models computacionals. "Fa una espècie de cens que s'encarrega de fer rànquings amb les paraules. Per dur-ho a terme utilitza diversos criteris com les cerques que fas més sovint o el que més clica la gent que té un perfil similar al teu", explica Carlos D'Andrea, professor del departament de matemàtiques de la Universitat de Barcelona (UB). El tipus de càlcul matemàtic que es fa servir, assegura el professor, és senzill: "S'explica a primer de carrer, el que és complicat és la manera d'implementar-ho perquè la gent ho utilitzi. Aquí recau l'èxit del cercador".

Com passa amb Google, hi ha milers d'invents en què és necessària la intervenció de les matemàtiques i que tenen una repercussió directa en la societat.

Quiròfans virtuals i pacients 3D

La revolució tecnològica ha provocat que en medicina s'estiguin generant moltes dades. Per calcular-les s'utilitzen les matemàtiques aplicades. S'estan desenvolupant sobretot en tres àmbits: en les imatges mèdiques, en la simulació en cirurgia i en la genètica. En el primer cas ajuden en el diagnòstic de tumors cerebrals o càncers de mama, entre d'altres. "Permeten visualitzar amb molta més precisió quina és la mida del tumor o simular quina seria la seva recuperació", explica Antoni Susin, doctor en matemàtiques aplicades i professor de la Universitat Politècnica de Catalunya (UPC). En el segon àmbit permeten planificar i assajar una operació, com ara una laparoscòpia. "Es calculen les dades i després es fa una simulació, i així el cirurgià, abans de fer l'operació real, ja sap què es trobarà", explica Susin. Aquesta ciència fins i tot permet fer una mena de quiròfan virtual, ja que amb les dades d'una ressonància magnètica es pot muntar una reproducció en 3D del pacient. Pel que fa a l'anàlisi de dades en genètica, les matemàtiques aplicades ajuden a reconèixer quin efecte té un deter-



La navegació, l'orientació i la localització dels diversos dispositius mòbils es fan a partir de la informació de 24 satèl·lits, que és traduïda per un sistema d'equacions. GETTY

Localització
Els senyals dels satèl·lits els fa efectius per al GPS un sistema d'equacions

minat gen sobre una malaltia. "Es fa a través de models d'estadística", puntualitza el professor.

Un sistema d'equacions fa funcionar el GPS

Entendre'n el funcionament és senzill per als matemàtics i no tant per als que no ho són. El que sí que és clar, però, és que sense un sistema d'equacions, entre altres aspectes, no hi hauria GPS, una eina que s'ha convertit en imprescindible per als serveis d'emergència. Hi ha 24 satèl·lits dels Estats Units que estan voltant a gran velocitat per tota la superfície terrestre. Aquests satèl·lits són rellotges "extraordinàriament precisos i sincronitzats" que van enviant senyals a qualsevol tipus de GPS, ja sigui d'un cotxe o d'un mòbil. "A través d'unes equacions i de la distància a la qual el GPS està dels satèl·lits es pot localitzar la teva posició", explica Joaquim Ortega, professor de la Facultat de Matemàtiques de la UB.

Terratrèmols, huracans i inundacions

Aquesta ciència, però, també serveix per constatar que hi ha fenòmens, com els terratrèmols, que els humans no poden predir. Alvaro

Corral, investigador del Centre de Recerca Matemàtica, estudia esdeveniments extrems: "Pots fer una estadística de l'energia que allibera un terratrèmol, però el que t'ensenya aquests models és que la intensitat dels sismes reals és impossible de predir". Passa el mateix, segons Corral, amb els huracans i les inundacions.

Tenint en compte, doncs, que molts d'aquests invents o fenòmens capten per si sols l'atenció tant dels nens com dels adults, com s'explica la reticència de la societat cap a les matemàtiques? Els professors coincideixen a assenyalar que tot i la revolució tecnològica, a les escoles es continua ensenyant la matèria com fa cent anys. "En la majoria de casos, a més, només amb llapis i papers", diuen. L'única manera de canviar la percepció, per tant, és actualitzar els continguts. "Per exemple, en lloc de fer arrels quadrades s'hauria d'ensenyar com funciona una hipoteca", diu Corral. Alguns, però, també entonen el *mea culpa* de la percepció que té d'ells la societat: "Hi ha matemàtics que fan un tipus de recerca molt teòrica, que tot i ser important és difícil de comunicar a la societat", conclou Susin.

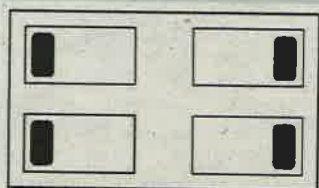
EXERCICIS

3 Si volem omplir l'engraellat de la figura amb els nombres 1, 2 i 3 de manera que no es repeteixi cap dels tres nombres en una mateixa fila ni en una mateixa columna, i ja tenim posats un 1 i un 2 com es veu a la figura, quant val la suma dels nombres que hem de posar a les caselles A i B?

1		
	2	A
		B

- A) 2
- B) 5
- C) 6
- D) 3
- E) 4

4 La Bet, la Mònica, la Maria i la Carme dormen sempre de costat, amb una orella tocant el coixí. A la part esquerra de l'habitació, la Bet i la Mònica dormen cara a cara. En canvi a la part dreta de l'habitació la Maria i la Carme dormen d'esquena l'una de l'altra. Quantes dormen amb l'orella dreta tocant el coixí?



- A) Cap
- B) 1
- C) 2
- D) 3
- E) 4

PEDAGOGIA

10 maneres diferents d'ensenyar matemàtiques

L'experiència dins d'un laboratori

L'any passat l'Institut Baix a Mar de Vilanova i la Geltrú (Garraf) va estrenar el seu propi laboratori de matemàtiques, que els alumnes van batejar amb el nom d'una de les fundadores de l'Associació de Mestres Rosa Sensat i il·lustre matemàtica catalana, Maria Antònia Canals. Els professors Jordi Font i Roger Grau van ser els impulsors del laboratori, que van construir durant el mes de juliol amb alguns dels seus alumnes: tant els uns com els altres van treure el temps de les seves vacances per poder estrenar l'espai al setembre.

Des d'aleshores els estudiants destinen cada setmana dues hores de la classe de matemàtiques a treballar al laboratori. "La idea és anar més enllà de la resolució d'una bateria d'exercicis: el que fem és proposar problemes més o menys oberts i propers a la quotidianitat", explica Font.

Tot just entrar, el laboratori ja té una cosa que el fa diferent: les taules no són individuals, i l'aula està organitzada de manera que es pugui treballar en grup. "Dins del laboratori no és que treballin conceptes diferents, és que els treballen d'una altra manera",

il·lustra Font. L'objectiu és, sobretot, que els alumnes puguin tocar les matemàtiques. Entre el material que s'hi pot trobar, i que han fet els mateixos estudiants, hi ha jocs i daus per estudiar les probabilitats, peces per fer construccions geomètriques, puzzles, etc. "En comptes de partir de l'abstracció de les matemàtiques per anar al més concret, anem del concret a l'abstracció", conclou Font.

A l'escola infantil Diputació de Barcelona, tal com explica la mestra Isabel Sorigué, fan una cosa similar amb els més petits. La classe de matemàtiques es converteix en un laboratori en què experimenten amb objectes que han de portar de casa, com un CD o un tetràbric, més tangibles que un dibuix sobre el paper.



Els números de Homer Simpson

Entre els guionistes que desfilen pels crèdits de la popular sèrie *Los Simpson* n'hi ha cinc que comparteixen un currículum particular: J. Stewart Burns, Al Jean i Ken

Keeler són llicenciats en matemàtiques per Harvard i David X. Cohen i Jeff Westbrook ho són en física per la mateixa universitat. La seva deformació professional ha fet que al llarg de les tretze temporades de la sèrie hagin impregnat subtilment de números la vida dels Simpson, des de qüestions de càlcul mental, aritmètica, àlgebra, geometria i estadística fins a coses més complicades com el teorema de Fermat, la identitat d'Euler i el món de M.C. Escher. Abel i Marta Martín són dos professors asturians que, a través del laboratori Mathslab.tk, han aprofitat tots aquests elements per ensenyar matemàtiques als seus alumnes d'una manera diferent i pròxima, capítol a capítol i gag a gag.

Facebook i els mòbils a l'aula

Raül Fernández, professor de 1r d'ESO i 1r de batxillerat, integra la tecnologia a les classes de matemàtiques d'una manera natural. El grup de classe té una pàgina a Facebook, en què el Raül els resol dubtes, penja vídeos d'interès, publica les solucions als exàmens... "Tenim aula virtual, però no s'hi connecten. En canvi, a Facebook hi entren cada dia", diu. A classe poden fer servir el mòbil per consultar dubtes que els sorgeixen o per utilitzar aplicacions de matemàtiques. Tot això fa les classes més amenes i, per tant, més atractives. "Que aprenguin és l'objectiu principal de les matemàtiques, que aprovin és l'objectiu d'Ensenyament", assenyala el professor. Aquest professor de matemàtiques també utilitza les eines tecnològiques GeoGebra, Wiris, Moodle, Scratch o l'emulador Casio, que permeten jugar amb les matemàtiques de manera més visual i atractiva.

L'actualitat i la història

Jordi Deulofeu, formador de mestres, és un gran defensor de les matemàtiques de context, les que s'expliquen emmarcades amb exemples del dia a dia i de la vida quotidiana. "El nostre punt més debilitat amb les matemàtiques és ser capaços d'utilitzar-les més enllà dels exercicis que es fan a classe. Això passa perquè no ensenyem a pensar matemàticament, a raonar, a argumentar". Sap que la tria de contextos és difícil, però "ajuden a concretar les matemàtiques, a reduir-ne l'aspecte abstracte".

Un exemple de matemàtiques de context que busquen la simbiosi amb altres disciplines és plantejar problemes a partir de temes socials d'actualitat. "Quants refugiats hem dit que acceptaríem i no estem acceptant? Com funciona el recompte de les eleccions?" Són alguns dels conceptes que Deulofeu proposa treballar matemàticament.



Enigmes extrets d'episodis de la popular sèrie d'animació 'Los Simpson', laboratoris per tocar i jugar amb els números i trucs de màgia per entendre principis matemàtics són algunes de les maneres innovadores i transversals que mestres d'arreu utilitzen per canviar la manera com ensenyem i aprenem les matemàtiques a l'aula i al carrer

SELENA SORO

Científics a les hores lliures

Fer les matemàtiques més seductores també implica fer-les sortir dels límits de l'aula. Aquesta és la proposta d'Explorium, una iniciativa impulsada per un grup de professors de secundària que tenen el convenciment que les matemàtiques cal ensenyar-les també a través del lleure. Abanda d'organitzar tallers, cursos i sortides científiques, fan colònies d'estiu en què els números hi són sempre presents. Tot just despertar-se cada matí, per exemple, tenen un repte matemàtic al menjador per resoldre, deixat pel personatge que fa de fil de conductor de les colònies. "Sempre és més atractiu que no que te'l plantegi el professor", assenyala la professora Laura Morena. Al llarg de les colònies, les matemàtiques també les fan servir per resoldre enigmes, obrir cadenats... "L'objectiu és transmetre l'esperit matemàtic, que implica ser crític i analític, i fer-ho a través del lleure és ideal", conclou.

Una aventura literària

Luis Balbuena i Juan Emilio García són dos professors que defensen l'ús de la literatura per fer les matemàtiques més atractives. Un exemple que fan servir és *El Quixot*, amb més d'un passatge que tracta sobre les matemàtiques. Cervantes, per mitjà de Lotario, expressa al llibre la seva opinió sobre aquesta disciplina i la manera d'ensenyar-la: "Les han de mostrar amb exemples palpables, fàcils, indubtables, com quan diuen: «Si de dues parts iguals en traiem parts iguals, les que queden també són iguals», i, quan no les entenguin de paraula, se'ls han de mostrar amb les mans". A través dels comptes i els diferents càlculs que apareixen al llibre, els professors ofereixen una manera diferent d'entrar en contacte amb les matemàtiques.

Marta Macho, professora del departament de matemàtiques de la Universitat del País Basc, proposa a *Aprendiendo matemáticas a través de la literatura* viatjar "des de les pàgines d'un text literari fins a un problema matemàtic". També ella rescata d'*El Quixot* passatges amb enigmes i problemes matemàtics, que també

troba a *Els viatges de Gulliver* en forma de problema de lògica - "¿El que relata Swift és creïble? ¿Es necessitarien 900 persones per instal·lar-lo al carro?" -, a *Romeo i Julieta* o a *Les aventures de Tom Sawyer*.

Altres llibres més actuals, recomanats per la professora de matemàtiques Blanca Arteaga, són *L'assassinat del professor de matemàtiques*, de Jordi Sierra i Fabra, per a primer cicle de l'ESO, i *Els crims d'Oxford*, de Guillermo Martínez, per a segon cicle de l'ESO.



Les mates a l'abast de la mà

Traslladar les matemàtiques a àmbits que a priori no hi tenen res a veure, diu la mestra i autora del blog *Las mates de mamá*, Blanca Arteaga, ajuden a treure'ls la por que sovint agafen a l'aula i que acaba bloquejant-los. "Les matemàtiques s'avaluen via examen, poques vegades des de l'observació", diu Arteaga, que afegeix: "«Els nens tenen la intel·ligència a les mans», que diuen. I les matemàtiques també es poden aprendre amb els sentits: la vista, el tacte..." Per això al seu blog recull maneres d'aprendre matemàtiques parant la taula, sortint a passejar al bosc o cuinant, d'on extreu explicacions sobre massa i densitat, geometria, simetries, etc. Arteaga també recull consells per ajudar en els deures de mates dels fills, que sorgeixen a partir de consultes reals que li fan els pares dels companys de classe dels seus fills.

La matemàtica dels trucs de màgia

Sergio Belmonte és professor de l'Institut Alt Penedès de Vilafranca i mag aficionat. Fa vuit anys va fer un curs de recursos didàctics al Museu de les Matemàtiques de Catalunya i va descobrir que els trucs de màgia tenien

múltiples aplicacions per al seu camp. Va ser aleshores quan s'hi va aficionar i va començar a investigar. Ara és autor del blog *Magiaymatematicas.blogspot.com.es*, en què recull alguns dels experiments que després trasllada a l'aula amb els seus alumnes. La teoria de grafs, el principi de Kraus i el principi de les posicions simètriques són alguns dels conceptes que explica amb l'ajuda de trucs de cartes, daus o clips, que traslladen les matemàtiques als nens i nenes d'una manera visual i sorprenent. "Les matemàtiques són un art, i així és com les hauríem d'ensenyar, perquè l'enllaç amb les emocions és directe", diu Belmonte, que no rebutja seguir part del currículum establert. Si les matemàtiques fossin música, diu -i en part ho són-, tan important és "estudiar solfeig" com "aprendre a disfrutar dels compassos".

Concursos matemàtics

Cada any Catalunya celebra nombrosos concursos de renom amb les matemàtiques com a centre. Alguns dels més famosos són els Problemes a l'Esprint, les Proves Cangur -a l'abril hi van participar 90.000 persones-, l'Olimpiada Matemàtica, la Marató de Problemes, el Fem Matemàtiques i una llarga llista de concursos fotogràfics amb els números de protagonistes. Per a Antoni Gomà, que és una de les ments darrere les Proves Cangur, els concursos són una bona manera d'aprendre matemàtiques perquè afegeixen a l'assignatura un element essencial: la motivació. "Els concursos tenen una aproximació més creativa, i això motiva els estudiants", assenyala el professor, que afegeix: "Buscar situacions reals en què surtin les matemàtiques és una bona manera d'ensenyar-les. De vegades no entenem prou bé que les matemàtiques són a tot arreu, i això els concursos ho reverteixen", conclou.

La geometria de l'art

Dins de les matemàtiques, la geometria ha sigut històricament la que més ha fet baixar la mitjana de les notes a Catalunya. Per això la mestra Blanca Arteaga comença a estudiar amb els nens de cinc anys els principis geomètrics a partir d'obres d'art, que munten i desmunten a classe. "Quan poden manipular els objectes n'aprenen més. I no només matemàtiques", diu.

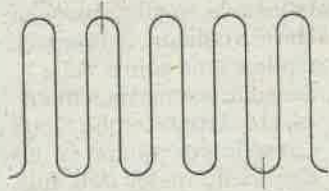


EXERCICIS

5 En un test de 30 preguntes l'Alba va contestar-les totes i va tenir un 50% més de respostes correctes que d'incorrectes. Quantes respostes correctes va tenir l'Alba?

- A) 10
B) 12
C) 15
D) 18
E) 20

6 Una corda de 40 cm de longitud s'ha doblegat com es veu al dibuix.



Tot seguit la corda es talla pels llocs marcats amb les línies de punts.

Quines són les longituds de les tres parts que en resulten?

- A) 8, 12 i 20 cm
B) 8, 8 i 24 cm
C) 4, 16 i 20 cm
D) 4, 12 i 24 cm
E) 12, 12 i 16 cm

7 En un jardí màgic creixen arbres màgics. Alguns arbres tenen 6 peres i 3 pomes i els altres tenen 8 peres i 4 pomes. Al jardí, en total, hi ha 25 pomes. Quantes peres hi ha?

- A) 35 B) 40 C) 45
D) 48 E) 50

PEDAGOGIA

Del nombre pi al DIN A4

Les matemàtiques han tingut un paper molt destacat en descobriments al llarg de la història, però sovint passen desapercebudes

NÚRIA MARTÍNEZ * BARCELONA

01

Irracionals famosos

EL NOMBRE PI, EL $\sqrt{2}$ I L'E.
ALGUNS DELS MÉS CONEGUTS

Des del pi, passant pel $\sqrt{2}$, fins a l'e. A tots ens són familiars els nombres irracionals després d'haver-los practicat durant hores a l'escola. Per exemple, el nombre pi. Quan a qualsevol cercle es compara el diàmetre amb el perímetre s'observa que el perímetre és tres vegades el diàmetre i una mica més, perquè els seus decimals no acaben mai: es tracta del 3,1415926535... També ens és familiar el nombre irracional $\sqrt{2}$. Per calcular l'àrea d'un quadrat, en mesurem el costat i multipliquem aquest valor per ell mateix. Un altre nombre irracional famós que sentíem a classe era l'e. És un nombre que surt en la matemàtica superior, concretament en el càlcul infinitesimal, i es relaciona directament amb els logaritmes. Jacob Bernoulli va ser el primer a calcular un valor aproximat d'e.

05

Rivalitats entre matemàtics

NEWTON I LEIBNIZ, ENFRONTATS
PEL CÀLCUL DIFERENCIAL

Com en qualsevol sector, a les matemàtiques també hi ha rivalitats històriques. Una és la d'Isaac Newton i Gottfried Wilhelm Leibniz, que competien per veure qui era el descobridor del càlcul diferencial. Tal com explica el doctor en història de la ciència Joaquim Berenguer, Newton va escriure l'any 1671 un text en llatí en què s'introduïa per primera vegada una tècnica per calcular les fluxions. Aquest text no es va publicar fins a l'any 1736, quan Newton ja era mort. El primer text de Gottfried Wilhelm Leibniz en què s'introduïen les bases del nou càlcul diferencial es va publicar el 1684. El fet que Newton no arribés a publicar el seu primer tractat va ser l'origen de la polèmica sobre a qui calia considerar com a autèntic iniciador del càlcul diferencial.



03

02

L'escriptura de números

CADA CULTURA REPRESENTAVA
ELS NOMBRES DE MANERA DIFERENT

Moltes cultures han necessitat escriure nombres i han hagut d'inventar com fer-ho. Els egipcis tenien un símbol per al 1, un altre per al 10 i un altre per al 100 i els repetien tant com fes falta. Segons apunta Joan Jareño (Creatmat), a la Xina per escriure el 439 dibuixaven un 4 i un símbol per al 100, un 3 amb un 10 i un 9. A l'Índia se'ls va acudir una solució més pràctica: amb la posició n'hi havia prou per indicar les centenes o les desenes. Amb nou símbols es podia escriure el nombre més gran imaginable. Van haver d'afegir-ne un desè per indicar una posició buida i va néixer el zero: un nombre per representar el no res.

06

El calendari

DESCOBRIR QUANT DURA UN ANY,
UNA RECERCA HISTÒRICA

¿Com adaptem l'organització del temps al pas de les estacions o dels equinoccis? Aquesta pregunta se l'han formulat al llarg del temps les diferents cultures, que han intentat fer el calendari el màxim d'acurat possible. "Veien com cada any feia fred o sortien les flors, però no sabien quant durava el període", explica el catedràtic Anton Aubanell. En aquest sentit, explica que el calendari és la història "d'un procés d'ajustament progressiu a un nombre desconegut".

L'organització del temps o l'escriptura dels números, algunes de les curiositats històriques



05

03

Ramon Llull

EN LA TEORIA DE LES VOTACIONS
ES VA AVANÇAR GAIREBÉ 500 ANYS

Pensador global, conegut arreu com el primer gran escriptor en llengua catalana, Ramon Llull també va fer incursions interessants en l'àmbit de les matemàtiques. Tal com explica Lluís Pol i Llompart, professor de l'IES Marratxí Josep, l'art és el centre gravitacional de gairebé tota l'obra de Llull, un mecanisme rotatori de lògica simbòlica que viatjarà a través del temps i serà la inspiració de pensadors com Gottfried Wilhelm Leibniz. Seguint la seva estela, seran concebuts en la primera meitat del segle XX els primers ordinadors. En altres disciplines, com en la teoria de les votacions, Llull és considerat avui com un veritable referent que es va avançar gairebé 500 anys a mètodes pensats al segle XVIII.



02

04

Pel·lícules amb matemàtiques

'EL HOMBRE QUE CONOCÍA
EL INFINITO' I 'DESXIFRANT L'ENIGMA'

Sense adonar-nos-en, les matemàtiques apareixen en àmbits de la nostra vida que no imaginem. També les trobem sovint al cinema. El clar exemple és *El hombre que conocía el infinito*, on es barregen qüestions científiques amb aspectes personals. Hi apareix la recerca matemàtica, la carrera científica i la vida acadèmica d'un departament de la Universitat de Cambridge, entre altres temes. Una altra pel·lícula amb especial protagonisme de les matemàtiques és *Desxifrant l'Enigma*, amb el paper destacat del matemàtic Alan Turing. S'hi explica el paper clau de Turing per desxifrar dels codis de la màquina Enigma, de l'Alemanya nazi, fet que va contribuir a la victòria dels aliats a la Segona Guerra Mundial. Turing va ser processat per ser homosexual.

07

El format del DIN A4

EL CONTINGUT ES POT REDUIR I
ADAPTAR A ALTRES FORMATS

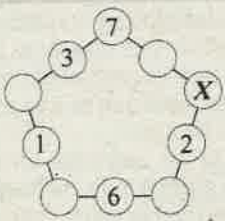
Actualment s'utilitza com a criteri la norma ISO 216, que dona forma a la mida de paper DIN A4. Segons explica el director del Cesire, Lluís Mora Cañellas, la norma ISO 216 consta de dues sèries, la A i la B. En totes dues, la proporció entre el costat gran i el petit del paper és de $\sqrt{2}$, amb una aproximació fins als mil·límetres. Per tant, la relació és de 1:1,414. El format A0 es defineix com la mida de paper rectangular de costats que estan en proporció d'1 a $\sqrt{2}$, que té 1 m². El fet que la proporció sempre sigui la mateixa entre els diferents formats permet fer ampliacions i/o reduccions del contingut d'un format per adaptar-lo als altres formats.



07

EXERCICIS

27 La Cristina vol escriure nombres en els deu cercles que es veuen a la figura. Ho vol fer de manera que la suma dels tres nombres de cada costat del pentàgon sigui la mateixa. Ja ha posat cinc nombres. Quin nombre ha d'escriure en el cercle marcat amb la X?



- A) 11
B) 13
C) 15
D) -7
E) Amb els cinc nombres que ja té posats no podrà assolir el seu objectiu.

28 En una illa hi ha gnoms (que sempre diuen la veritat) i follets (que menteixen sempre). Passejant per l'illa el cangur troba set d'aquests habitants, que no pot distingir, que s'asseuen al voltant d'una foguera. Cadascun d'aquests personatges li diu: "Els dos personatges del meu costat són tots dos follets, són mentiders". Quants follets hi ha a la rotllana?

- A) 3
B) 4
C) 5
D) 6
E) Es necessita més informació.

MARTA SANZ-SOLÉ

Professora de matemàtiques a la Universitat de Barcelona

“Els professors de matemàtiques no han de desanimar l'alumne quan fracassa”



ANTONI BASSAS

Quin problema tenim amb les matemàtiques?

Tots els que hem tingut fills sabem què representa. Un problema de les matemàtiques és el grau d'abstracció. Després hi ha l'etiqueta de si són difícils... Aquesta mena de tabús penso que vénen del desconeixement. I el desconeixement ve de no saber trencar unes rutines en l'ensenyament. I també la mofa que es fa amb l'analfabetisme científic. Ningú diria que fa faltes d'ortografia. I en canvi, sí que s'admet que en matemàtiques treien notes dolentíssimes. Sembla que això doni una mica més de glamur a qui ho diu. S'hauria d'explicar que les matemàtiques tenen unes propietats molt importants.

Quines?

La primera és que són superútils. Repassi què ha fet avui: ha sortit de casa, ha circulat, potser anirà al supermercat, agafarà el mòbil, gravarà una entrevista, com ara mateix. Tot això sense les matemàtiques no seria possible. Una altra propietat molt interessant és el plaer intel·lectual d'aprendre matemàtiques. Als nens i nenes potser no els ho pots explicar així, però els jocs matemàtics o les competicions o jugar a resoldre enigmes els pot generar una certa atracció. I la tercera i última qualitat: són indispensables per entendre el món. Sense matemàtiques els físics no s'entendrien entre ells. Les teories físiques s'escriuen amb equacions, i les equacions són matemàtiques.

¿Que tanta gent les tingui com una de les pitjors experiències d'infància

i joventut no és responsabilitat dels professors?

Sí, crec que en part sí. Alguna cosa falla. Potser hi ha un problema de comunitat. ¿Per què les persones que es dediquen a tasques molt abstractes tenen una mentalitat més tancada? Les tasques creatives requereixen isolament en el bon sentit. No estar sol, sinó aïllar-se voluntàriament.

¿Potser encara no insistim prou en la comprensió dels processos? Que un nen se sàpiga les taules de multiplicar però no entengui exactament què està fent quan diu "set per set"... Això es fa cada vegada molt millor, sobretot aquí a Catalunya, que tenim una tradició de pedagogia notable. L'exercici de la memòria és important en la formació, és obvi, però la comprensió és vital. Ara, li diré una cosa: els llicenciats en matemàtiques i estadística, al món, són el perfil professional que troba sortida més ràpidament, i més bona.

Sovint, per treballar a Wall Street. Sí, esclar. Els agafen al món financer, però també a Google o Microsoft. I precisament per aquesta capacitat de saber entendre una situació. La majoria d'estudiants que surten de la facultat no se'n van a ensenyar matemàtiques, se'n van a la indústria en sentit ampli. Tenen la formació de saber formular el problema i les eines per buscar models que expliquin aquella realitat. I el que es valora de la formació és precisament això.

Vostè ja fa unes quantes dècades que es dedica a donar classes de mate-

Perfil Marta Sanz-Solé (Sabadell, 1952) va ser presidenta de la Societat Matemàtica Europea i, anteriorment, degana de la Facultat de Matemàtiques de la UB. I és especialista en la teoria de la probabilitat. Parla amb l'alegria i la seguretat de qui ha trobat el seu lloc a la vida: les matemàtiques. I ho fa amb agraïment pels professors que van veure que tenia una facilitat poc corrent. Perquè a aquestes altures, esclar, ha tingut nombroses ocasions de comprovar que el que a ella l'apassiona a la majoria els fa fugir cames ajudeu-me. "Per què deu ser?", es pregunta la doctora Sanz-Solé. La resposta arriba fins a reconèixer que els apassionats de les matemàtiques tenen una mentalitat que fa que la seva mare els qualifiqui d'"estranys".

Entrevista sencera a l'Ara.cat



Reputació "Un dels problemes de les matemàtiques és el grau d'abstracció. I la mofa que es fa amb l'analfabetisme científic" **Ensenyament** "Alguna cosa falla. Potser els matemàtics tenen una mentalitat més tancada?"



RUTH MARIGOT

màtiques. Ha tingut alumnes pre i post calculadora i, en general, pre i post pantalles. Quines diferències ha observat?

És una diferència notable. No només per les calculadores sinó també pels plans d'estudi. Tot el sistema d'ensenyament de Bolonya ha portat a la fragmentació dels continguts. Abans desenvolupaves un contingut en un any, una línia argumental que et permetia fer cursos molt interessants. Amb aquest sistema de semestralització, i fins i tot ara de trimestralització, aquests continguts es parteixen en blocs temàtics. No és additiu. Al final, la quantitat d'informació que has

transmès és molt més petita. I després hi ha totes les tecnologies de la informació. La quantitat de material que té l'estudiant a la seva disposició és immensa. El professor pot donar unes referències bàsiques per seguir, però arriba un moment que t'has perdut. Per a l'estudiant que té una certa visió i sap discriminar, és fantàstic. Abans se'ls portava una mica de bracet des que eren petits. Però té un perill, i és que l'autonomia els dugui a mirar la mala web, diguem-ne, i es perdin.

Com són els seus alumnes d'ara?
Els trobo molt espavilats. Jo, per descomptat, sóc molt optimista sobre la

Psicologia
"En general, els matemàtics, els científics o qui té un esperit creatiu tenen una mentalitat que la meva mare diria que són «estrany»"

joventut d'aquest país. N'hi ha de superbons. Aquest any m'he trobat un alumne de primer que m'ha dit: "Sóc un apassionat de les probabilitats, sisplau, digui'm què he de fer per saber-ne més". També hi ha els nois i noies que arriben amb mancances però que creuen en l'esforç, que veus que els primers anys els passen molt justets, però després els veus a l'últim any i no pateixes.

¿Aquestes mancances són les mateixes que fa 20 anys?

Crec que abans arribaven amb més bona formació. Podies començar uns cursos donant per sabudes una sèrie de coses que ara no pots. Penso que els programes al batxillerat, si mirem fa 20 anys, tenien més contingut que ara. Però després hi ha el tema de pensar en què consisteix formar un individu. Això és molt complicat. ¿En què consisteix? Deixar-lo a punt per a la vida en general. El mercat de treball és important, perquè si no potser cau en marginalitats, però també és important saber com afrontar un problema greu. Això és complicat i ho fan les matemàtiques i l'ensenyament en general, l'aprenentatge. Quan aprens literatura, llengua, són recursos per després anar per la vida.

Com anem de noies? Vaig entrevistar la Núria Oliver, una enginyera de telecomunicacions que lamentava que hi ha poques noies que fan el batxillerat tecnològic, i la majoria volen fer arquitectura. Que les carreres tecnològiques a les noies no els semblen gens cool.

A matemàtiques anem bé, al grau són un 50% i a vegades més. Ara, com més amunt anem, menys dones hi ha en llocs de responsabilitat. Això ja es veu al màster, n'hi ha moltes menys. Que facin la tesi encara menys. I que acabin tenint un lloc estable a la universitat, menys. Catedràtiques, poques. Penso que és la dificultat de la carrera en el sentit d'escalar. Em fa la sensació que això està lligat a la psicologia femenina. A nosaltres ens interessen moltes coses. He tingut alumnes de tesi, nois i noies, i els nois es posen les orelles i van a pinyó fix. En canvi, les noies potser tenen un problema i el somatitzen més que els nois. O els interessa compaginar això amb una altra activitat i ho fan. O volen tenir fills, formar una família. Encara ara està més ben vist que l'home treballi fora tota la setmana i sigui la dona qui cuidi la criatura, si n'hi ha, que no a l'inrevés.

Deixi'm que parli un moment de vostès, dels matemàtics. ¿Es pot dir que hi ha un cervell matemàtic?

Em sembla que podem dir que hi ha persones que tenen més desenvolupada l'àrea del pensament abstracte. D'altres la zona del llenguatge. Crec que sí que és una actitud innata. I després, com tot, hi ha l'entrenament. En la vida, aquest pensament més racional, més pragmàtic, t'ajuda a enfocar els problemes. En general, els ma-

temàtics, i els científics o qui té un esperit creatiu, tenen una mentalitat una mica peculiar.

Pot definir peculiar?

Potser és el que la meva mare en diria "estrany". En el sentit que potser un cap de setmana estàs obsessionat per un problema i tant te fa si treballes de dia o de nit. Vols acabar allò. I tant te fa que la gent de casa estigui cridant perquè és a la piscina. Trobes plaer en certes coses que la gent no entén. I hi ha un cert aïllament, potser perquè costa una mica explicar què fas. I les relacions socials és veritat que són molt endogàmiques. Hi ha molts matemàtics casats amb matemàtiques. Crec que ho fa la comprensió. Jo, a l'estiu, quan acabo les classes faig recerca, o vaig a congressos. Els amics no sempre ho entenen.

¿Va tenir algun moment d'epifania, com a estudiant?

Vaig néixer l'any 52 i vaig viure l'ensenyament franquista. El meu va ser relativament dolent, entre altres coses perquè no vaig anar a escoles religioses perquè els meus pares no eren catòlics. Però vaig tenir excepcions, professors que van veure que jo tenia un cert talent per les ciències, i en particular per les matemàtiques. I això em va animar. I recordo molt bé un moment a cinquè de batxillerat, a l'Institut Montserrat, amb uns problemes de geometria que crec que ara ni a la carrera els fan. I recordo un dissabte a casa, exactament la taula on era, i el plaer que vaig tenir després de donar-hi 40 voltes i resoldre'ls. Això és curiós. Va ser potser la primera vegada d'una consciència especial. Vaig veure que allò era més difícil de l'habitual.

Per als professors de primària i secundària que estiguin llegint l'entrevista, i els pares que veuen que als seus fills els costa, doni'ls algun consell.

Primer, fomentar que no s'aconsegueixi res sense esforç. Cal fer deures. Després penso que és molt important que pares i professors, davant d'una frustració o un fracàs, siguin molt positius. Crec que als joves se'ls ha d'animar, no desanimar. I després, dir-los que si el pensament abstracte no és el seu fort, hauran d'adquirir un cert nivell obligatori. Després que facin una altra cosa, perquè a la vida hi ha lloc per a tothom. L'important és no deixar de banda el gust per l'aprenentatge. Pot agradar més o menys, però cal inculcar als joves que la seva funció mentre s'estan formant és aprendre i fer-ho bé. Que això és una cosa que m'amoïna molt i no tenim en aquest país. I als joves, els mestres els han d'inculcar que han de retornar alguna cosa a la societat. La societat està invertint molts esforços i diners per ells. I en certa manera, el seu esforç formant-se bé és una manera de retornar. Crec que aquesta cultura de ser agraït s'ha de fomentar. —