

## **Del efecto fotoeléctrico (1905) a la condensación de Bose-Einstein (1925).**

### **Un curioso ejemplo de simbiosis en el desarrollo de teorías físicas.**

Luis Navarro Veguillas  
Universitat de Barcelona

#### **Contenido**

Introducción.

1. Del método estadístico combinatorio de Boltzmann (1877) a los elementos de energía de Planck (1900).
2. Cuantos de energía y efecto fotoeléctrico (1905).
3. Un *Gedanken-Experiment* (1909) que profetizaba la dualidad onda-corpúsculo.
4. El nacimiento del fotón (1916).
5. Partículas indistinguibles y condensación de Bose-Einstein (1924-1925).
6. De las propiedades ondulatorias de las moléculas de los gases a la formulación de la mecánica ondulatoria (Schrödinger, 1926).
7. Epílogo.

Bibliografía.

## Introducción

Nos proponemos analizar desde un punto de vista esencialmente historiográfico dos aspectos del desarrollo conceptual de la física del primer cuarto del siglo XX que, en nuestra opinión, no han recibido la atención que merece. Por una parte prestaremos atención preferente al papel jugado por las ideas estadísticas en el nacimiento y desarrollo de las primeras ideas cuánticas. Pero, además, trataremos de poner de manifiesto que la propia física estadística recibió fuertes impulsos en su desarrollo, como consecuencia de su participación en la aventura cuántica.

Varios son los ejemplos con los que se puede ilustrar esta cooperación entre ambas teorías. He aquí una muestra:

- El método combinatorio de Boltzmann (1877).
- Los elementos de energía de Planck (1900).
- Los cuantos de energía de Einstein (1905).
- Un famoso *Gedanken-Experiment* de Einstein (1909).
- El Primer Congreso Solvay (1911).
- La ley del equivalente fotoquímico (1912).
- El nacimiento del fotón (Einstein, 1916).
- La teoría cuántica de la radiación (Bose, 1924).
- El efecto Compton (1923) y teoría BKS (1924).
- La estadística de Bose-Einstein (1924-1925).
- Las moléculas ondulatorias y la formulación de la mecánica ondulatoria (1925-1926).
- Sistemas atómicos y descripción estadística (Born, 1926).
- La estadística de Fermi-Dirac (1926).
- El Quinto Congreso Solvay (1927).

Son sólo algunos episodios, más o menos puntuales en el tiempo, que servirían para poner de manifiesto aspectos variados de la simbiosis que hemos comentado. Pero también se podría recurrir a otros temas más dilatados en el tiempo que en su desarrollo implicaron profundamente a ambas disciplinas. Un ejemplo altamente representativo en esta dirección podría ser el referido al papel jugado por el principio de Boltzmann en relación con la aparición e implantación de las nuevas ideas cuánticas, esencialmente entre 1900 y 1925. Otro ejemplo en la misma dirección podría venir representado por

los intentos por resolver las anomalías observadas en el comportamiento de los calores específicos a bajas temperaturas, a la luz de las nuevas concepciones cuánticas.

Nosotros consideraremos en este trabajo algunos de los episodios antes reseñados. Escogeremos entre aquellos que nos parezcan más ilustrativos en relación con la simbiosis entre teorías que pretendemos poner de manifiesto y que requieran menos formalismo para su exposición, dada la variedad de intereses y de formación de aquellos a los que va dirigido nuestro análisis. Como tendremos ocasión de comprobar Albert Einstein (1879-1955) será el protagonista destacado de nuestra historia.

### **1. Del método estadístico combinatorio de Boltzmann (1877) a los elementos de energía de Planck (1900)**

Rudolf Clausius (1822-1888), James Clerk Maxwell (1831-1879) y Ludwig Boltzmann (1844-1906) son tal vez los tres máximos exponentes del desarrollo de la teoría cinética de los gases en la segunda mitad del siglo XIX. En particular este último dedicó los mayores esfuerzos de su vida científica a la búsqueda de una justificación mecanicista de la validez estadística del segundo principio de la termodinámica; en clara oposición a la corriente más extendida que, desde un principio, lo concibió como una ley de validez absoluta. Aunque las principales ideas del método estadístico de Boltzmann –y, sobre todo, una gran cantidad de sus aplicaciones– figuran recogidas en sus famosas *Vorlesungen über Gastheorie*,<sup>1</sup> el aspecto concreto de sus investigaciones que nos interesa en este trabajo se encuentra en una memoria suya aparecida en 1877, y de gran repercusión posterior.<sup>2</sup>

Para Boltzmann la “probabilidad” de un cierto estado (macroscópico) de un gas, entendido éste como un agregado de moléculas, es proporcional al número de los posibles estados microscópicos –estados mecánicos de las moléculas– compatibles con las variables termodinámicas que se empleen para definir el estado del gas, que no ha de ser necesariamente un estado de equilibrio. Tras admitir que un sistema termodinámico evoluciona siempre hacia estados de igual o mayor probabilidad, definió el estado de equilibrio como el de mayor probabilidad, lo que automáticamente implica una tendencia universal hacia el equilibrio.

---

<sup>1</sup> BOLTZMANN (1896, 1898).

<sup>2</sup> BOLTZMANN (1877).

Aquí sólo nos interesará hacer mención de una parte concreta del razonamiento empleado por Boltzmann para obtener, entre otros interesantes resultados, la distribución establecida por Maxwell –unos veinte años antes– para la energía cinética de las moléculas. Nos referimos concretamente a la introducción –aunque puramente formal y a efectos de simplificar el cálculo matemático– de una especie de unidad de energía cinética. En concreto Boltzmann considera un gas de  $n$  moléculas, cada una de las cuales sólo puede tener como valor de su energía cinética un término de la progresión aritmética

$$0, \quad e, \quad 2e, \quad 3e, \quad \dots \quad pe, \quad [1]$$

donde  $e$  representa una cantidad arbitraria de energía y  $p$  es un número natural. La energía máxima de una molécula es  $pe$  y la energía total de las  $n$  moléculas valdrá  $L = Ie$ , donde  $I$  también representa un número natural.<sup>3</sup> El estado mecánico del gas, seguimos con Boltzmann, queda determinado por la energía que tiene cada una de sus moléculas: esa especificación es lo que él entiende por “compleción”. La energía total  $L$  del gas se puede distribuir de diferentes formas entre las  $n$  moléculas; cada distribución de la energía –es decir, cada estado termodinámico del gas– queda caracterizado por un cierto conjunto de números naturales:

$$w_0, \quad w_1, \quad w_2, \quad w_3, \quad \dots \quad w_p, \quad [2]$$

donde  $w_k$  representa el número de moléculas con la correspondiente energía  $ke$ . Mientras que en la caracterización de una compleción hay que especificar cuál es la energía de cada una de las moléculas que integran el gas, el estado macroscópico (es decir, termodinámico) de éste queda determinado por la serie de números [2], por lo que un estado del gas es compatible con

---

<sup>3</sup> En relación con el uso del discreto por parte de Boltzmann, antes de 1877, puede verse BACH (1990), 15-19.

$$W = \frac{n!}{(w_0)!(w_1)! \dots (w_p)!} \quad [3]$$

complejiones distintas. Y éste número  $W$  es precisamente el que Boltzmann adopta como una medida de la probabilidad –relativa– del estado representado por [2].

La distribución de equilibrio, en virtud del postulado establecido por Boltzmann, corresponde al máximo valor de  $W$  –o, equivalentemente, de  $\ln W$ – teniendo en cuenta las ligaduras correspondientes a los valores dados de  $n$  y  $I$ . Al recuperar el continuo para la energía de las moléculas (tomando el límite  $e \rightarrow 0$ ), obtuvo dos resultados de gran calado: dedujo la distribución de Maxwell para la energía cinética de las moléculas y justificó que el valor de  $\ln W$ , para esa distribución de equilibrio, coincidía –salvo factores irrelevantes– con la entropía termodinámica del gas.

Aunque no es éste el camino que nos interesa seguir aquí, sí conviene resaltar que esta especie de “cuantización” introducida por Boltzmann en 1877 mediante los elementos de energía  $e$ , y a pesar del curso que la historia habría de seguir, no tiene la pretensión de representar propiedad de realidad física alguna. Tan sólo es una forma simple de tratar el continuo de energía partiendo del discreto; un recurso matemático relativamente habitual, entonces y hoy.

Max Planck (1858-1947) figuraba entre los que, a finales del siglo XIX, estaban interesados por lograr encontrar una justificación mecanicista del segundo principio de la termodinámica. Pero no una justificación estadística, como pretendía Boltzmann, sino de carácter absoluto. Por razones cuya exposición desbordaría los límites de este trabajo, la radiación térmica le pareció un campo adecuado para tratar de lograr resultados en aquella dirección, por lo que dedicó varios trabajos –sobre todo desde 1895– al análisis de diferentes problemas asociados con el comportamiento de la radiación del cuerpo negro.<sup>4</sup>

En 1899 Planck dedujo que la relación existente entre la función  $r(\mathbf{n}, T)$ , la densidad espectral de la energía de la radiación del cuerpo negro en equilibrio a la temperatura  $T$ , y  $E(\mathbf{n}, T)$ , la energía media de un resonador monocromático de frecuencia  $\nu$ , venía dada por la expresión:

---

<sup>4</sup> Para más detalles sobre las ideas termodinámicas y electromagnéticas de Planck previas a 1900 puede verse, por ejemplo, KUHN (1980), 95-116.

$$r(\mathbf{n}, T) = \frac{8\pi n^2}{c^3} E(\mathbf{n}, T), \quad [4]$$

donde  $c$  representa la velocidad de la luz en el vacío. Estos resonadores planckianos no representaban sino un cierto recurso –permitido por la ley de Kirchhoff– para obtener un modelo de interacción entre la radiación y la materia, suponiendo concretamente que la cavidad que contenía a la radiación estaba integrada por un elevadísimo número de aquellos resonadores.

Por otro lado, el ingenioso ajuste de los últimos resultados experimentales disponibles condujo a Planck en 1900 hasta su famosa fórmula para la distribución espectral de la densidad de energía de la radiación del cuerpo negro:<sup>5</sup>

$$r(\mathbf{n}, T) = \frac{8\pi n^2}{c^3} \frac{hn}{e^{kT} - 1}. \quad [5]$$

Para lograr una justificación teórica de la expresión [5] a partir de la [4] bastaba –en principio– evaluar  $E(\mathbf{n}, T)$ , lo que se podía lograr, por ejemplo, mediante la determinación de la entropía media  $S$  de un resonador de frecuencia  $\nu$ , en función de la energía  $E$ , e introducir la temperatura a partir de la relación termodinámica

$$\frac{1}{T} = \frac{\partial S(\mathbf{n}, E)}{\partial E(\mathbf{n}, T)}, \quad [6]$$

como es usual al operar en el marco de la colectividad microcanónica.

Es el momento en que Planck, decepcionado ante sus reiterados fracasos a la hora de obtener la entropía apropiada para deducir la expresión [5], recurrió a su famoso “acto de desesperación”, consistente en la adopción del método estadístico de Boltzmann que hemos comentado, incluyendo el empleo de los elementos discretos de energía. Sin entrar aquí en detalles del cálculo –tampoco lo hizo Planck en su trabajo de

---

<sup>5</sup> PLANCK (1900). Por comodidad, hemos escrito la fórmula empleando notación actual.

1900, sino que lo publicó unas semanas después, ya en 1901<sup>6</sup> – baste con señalar que obtuvo una doble sorpresa. Por un lado, si como había hecho Boltzmann, tomaba el límite  $e \rightarrow 0$ , no obtenía la expresión perseguida –la [5]– sino la ley de Rayleigh-Jeans, una fórmula para la radiación con graves problemas teóricos y desajustes experimentales. Por el contrario, para obtener la fórmula de Planck, los elementos de energía, lejos de ser arbitrarios, habían de tener exactamente el valor  $e = hn$ , donde  $h$  representa una nueva constante universal a la que, a la vista de los datos experimentales del momento, Planck asignó el valor  $6.55 \times 10^{-27}$  erg. seg. ¡Así nació el cuanto de Planck!

## 2. Cuantos de energía y efecto fotoeléctrico (1905)

Einstein dirigió su atención hacia la radiación del cuerpo negro, en 1904, por considerarlo un sistema adecuado para contrastar ciertos aspectos relacionados con la mecánica estadística que acababa de formular.<sup>7</sup> En 1905, su famoso *annus mirabilis*, publicó su primer artículo sobre el tema, llegando a una conclusión que, entre otros resultados, proporcionaba una explicación del efecto fotoeléctrico.

El razonamiento de Einstein siguió –muy esquemáticamente– la siguiente vía. Si se deduce, a partir de la mecánica estadística, la variación de la entropía de un gas ideal con  $n$  moléculas en un cambio reversible de volumen a temperatura constante, y se tiene en cuenta el principio de Boltzmann, la probabilidad estadística –noción que aquí no nos detendremos en analizar por tratarse de una idea no del todo clara, y de escasa relevancia para nuestros objetivos– de que esas  $n$  moléculas ocupen una parte  $V$  del volumen total  $V_0$  resulta ser

$$W = \left( \frac{V}{V_0} \right)^n. \quad [7]$$

Aplicando el cálculo para la radiación en un proceso análogo, pero tomando ahora como dato experimental la ley fenomenológica de Wien –¡no la de Planck!–, Einstein obtiene para la probabilidad de que la radiación de frecuencia  $\nu$  y energía  $E$  esté contenida en una parte  $V$  del volumen total  $V_0$  el valor:

---

<sup>6</sup> PLANCK (1901).

<sup>7</sup> Véanse, por ejemplo, PAIS (1984), 79-83 y NAVARRO (1998), 148-161.

$$W = \left( \frac{V}{V_0} \right)^{\frac{E}{h\nu}}. \quad [8]$$

La comparación de las dos últimas expresiones es la que permitió a Einstein llegar a la conclusión fundamental de su trabajo:<sup>8</sup>

“La radiación monocromática de baja densidad (dentro del rango de validez de la ley de Wien) se comporta termodinámicamente como si estuviera constituida por cuantos de energía, mutuamente independientes, de valor  $h\nu$  [en notación actual].”

Hay que distinguir claramente la profunda diferencia entre las respectivas concepciones de Einstein y de Planck. Éste impuso como condición previa –es decir, como suficiente– la cuantización de la energía de un oscilador cargado, para lograr una justificación teórica de la ley que lleva su nombre. El talante con el que Planck abordó el problema se refleja en ciertos párrafos de su contestación al requerimiento que se le hizo en 1931 para que, con la suficiente perspectiva, explicara el tipo de consideraciones que le llevaron a proponer su hipótesis cuántica en 1900.<sup>9</sup>

“Resumiendo brevemente, lo que hice puede ser descrito tan simplemente como un acto de desesperación. Por naturaleza yo soy pacífico y rehuyo todo tipo de aventuras dudosas. Pero llevaba seis años (desde 1894) de lucha infructuosa con el problema del equilibrio entre radiación y materia y sabía que este problema era de fundamental importancia para la física; también conocía la fórmula que expresa la distribución de energía en el espectro. Por todo ello *había que* encontrar una interpretación teórica a cualquier precio, por muy alto que éste fuera. Para mí resultaba claro que la física clásica no podía ofrecer solución al problema... Boltzmann había explicado cómo el equilibrio termodinámico se

---

<sup>8</sup> EINSTEIN (1905),

<sup>9</sup> Carta de Planck a R. W. Wood, de 7 de octubre, 1931. (Énfasis en el original). Reproducida en HERMANN (1971), 23-24.



establece por medio de un equilibrio estadístico, y si un tratamiento similar se aplica al equilibrio entre materia y radiación, se llega a que la pérdida continua de energía [en un oscilador cargado] en forma de radiación se puede evitar suponiendo, como principio, que la energía ha de permanecer reunida en ciertos cuantos. Se trataba de una hipótesis puramente formal y ciertamente no le dediqué mucha atención salvo que, a toda costa, me debía conducir a un resultado positivo.”

Por el contrario Einstein invirtió completamente su línea de razonamiento. En lugar de partir –como hizo Planck– de los cuantos para justificar el comportamiento de la radiación, Einstein razonó que la ley de radiación –por cierto, la propuesta por Wien, no la de Planck– parecía conducir a la cuantización de la energía de la radiación. Por decirlo brevemente, mientras que Planck demostró que la hipótesis cuántica era suficiente para explicar el comportamiento de la radiación térmica en equilibrio, Einstein optó por deducir la necesidad de los cuantos –dada la extraordinaria novedad del concepto– para explicar ese comportamiento.

Pero había otras diferencias notables. Mientras los cuantos de Planck se asociaban a una propiedad de ciertos osciladores materiales, los cuantos de Einstein parecían hacer referencia a la estructura interna de la radiación. Así, en tanto que los cuantos de Planck –aunque extraños y pendientes de aclaración– tal vez podrían resultar compatibles con el discreto que rige en la mecánica clásica, los de Einstein parecían sugerir –cuando menos– una revisión de la doctrina del campo electromagnético, en el que la propagación continua de energía a través del espacio era un supuesto esencial.

La consulta de este trabajo de Einstein puede deparar otras sorpresas. Por ejemplo, permite comprobar que el efecto fotoeléctrico no juega allí un papel especialmente destacado. Su explicación teórica no constituye la motivación; es simplemente una de las tres aplicaciones que Einstein sugiere –junto con la regla de Stokes para la luminiscencia y la ionización de gases por luz ultravioleta– para contrastar tímidamente algunas consecuencias que se deducirían de la existencia de los cuantos de energía.

El artículo de Einstein de 1905, lejos de resolver un problema grave, parecía abrir la puerta a otro de mayor envergadura: el de la aparente incompatibilidad entre los cuantos y la por entonces muy prestigiosa teoría del campo electromagnético. Ante la

disyuntiva de elegir entre el rechazo de la hipótesis cuántica de Einstein o la revisión – cuando menos– de la teoría del campo electromagnético, la inmensa mayoría de los líderes del momento se inclinaron por la primera opción. Esta posición generalizada se refleja con nitidez en un párrafo de la presentación –sumamente elogiosa, en su conjunto– que Planck hizo de Einstein como candidato a la Academia de Ciencias de Prusia ¡en 1913!:<sup>10</sup>

“En suma, puede afirmarse que entre los problemas importantes, tan abundantes en la física moderna, difícilmente exista uno ante el que Einstein no adoptara una posición de forma notable. Que, a veces, errara en sus especulaciones, como por ejemplo en su hipótesis acerca del cuanto de luz, no puede esgrimirse realmente demasiado en su contra. Porque sin correr un riesgo de vez en cuando es imposible, incluso en la ciencia natural de mayor exactitud, introducir verdaderas innovaciones.”

Está sobradamente documentado que la hipótesis cuántica de Planck fue mejor aceptada –o, como mínimo, menos explícitamente rechazada– que la de Einstein. Ello fue debido principalmente a que fueron percibidas con diferentes implicaciones físicas. Pais, entre otros, ha analizado el desigual impacto con mayor detalle; nos conformamos con señalar aquí la ínfima aceptación del cuanto einsteiniano no varió sustancialmente ni siquiera después de que Robert A. Millikan (1868-1953), en 1916, comprobara experimentalmente, con un elevadísimo grado de fiabilidad, la validez de la ecuación de Einstein para el efecto fotoeléctrico.<sup>11</sup>

A pesar del ambiente generalizado contra la aceptación del cuanto de radiación, Einstein publicó, entre 1906 y 1917, más de una veintena de trabajos acerca de la incipiente teoría cuántica. Esencialmente constituyen intentos –más o menos logrados– de justificar la necesidad del cuanto de radiación, a partir de los datos experimentales. Nos limitaremos a comentar ciertos aspectos de algunos de ellos<sup>12</sup>.

---

<sup>10</sup> La presentación está reproducida en BECK (1995), 337-338.

<sup>11</sup> PAIS (1984), 386-390.

<sup>12</sup> Para detalles más abundantes y precisos en relación con estas aportaciones de Einstein, véase, por ejemplo, NAVARRO (1990), 111-134.

### 3. Un *Gedanken-Experiment* (1909) que profetizaba la dualidad onda-corpúsculo.

En 1909 Einstein presentó una comunicación en la reunión de físicos germánicos, en Salzburgo, en la que aportaba nuevos elementos para la comprensión de la naturaleza de los cuantos de radiación.<sup>13</sup> Una contribución que Wolfgang Pauli (1900-1958) no dudó en calificar como “uno de los hitos en el desarrollo de la física teórica”.<sup>14</sup> Mediante el análisis de uno de sus famosos *Gedanken-Experimente* y el empleo magistral de sus métodos estadísticos, Einstein obtuvo resultados ciertamente adelantados para su época. No sólo argumentó con rigor a favor de la necesidad de admitir la existencia de los cuantos de radiación, sino que también puso de manifiesto sus dudas en cuanto a la ampliamente supuesta incompatibilidad entre los cuantos de radiación y el electromagnetismo maxwelliano:<sup>15</sup>

“Resulta innegable que existe un amplio conjunto de hechos, referentes a la radiación, que muestran que la luz tiene ciertas propiedades fundamentales que pueden ser entendidas mucho más apropiadamente a partir del punto de vista newtoniano de la teoría de la emisión, que desde el punto de vista de la teoría ondulatoria. Es mi opinión, por consiguiente, que la próxima fase del desarrollo de la física teórica nos aportará una teoría de la luz que pueda ser interpretada como una especie de fusión de las teorías ondulatoria y de emisión.”

El sistema objeto de estudio estaba integrado por un espejo –que se puede mover libremente en la dirección perpendicular a su propio plano– suspendido en una cavidad llena de radiación electromagnética y de un gas ideal monoatómico; todo en equilibrio térmico a una cierta temperatura  $T$ . El espejo es perfectamente reflectante, por ambas caras, para frecuencias comprendidas en el intervalo  $(n, n+dn)$  y transparente para el resto. El espejo aparecía, en primer lugar, sometido a una especie de movimiento browniano como consecuencia de los impactos de las moléculas del gas. Por otro lado, la presión de radiación ofrecería una resistencia al movimiento del espejo. Para que el

---

<sup>13</sup> Para el texto íntegro de la comunicación, véase EINSTEIN (1909).

<sup>14</sup> PAULI (1970), 154.

<sup>15</sup> EINSTEIN (1909), 379. La lectura del párrafo resultará esclarecedora para todo aquél que piense que la insatisfacción de Einstein ante la mecánica cuántica pueda deberse a la dualidad onda-corpúsculo.

[Nota: cuando, como en este caso, en la bibliografía se incluye una traducción, la nota de pie de página está referida a dicha traducción.]

equilibrio no se rompiera, Einstein pensó que era necesario otro proceso que compensara la tendencia del espejo a detenerse como consecuencia de aquella fricción; este proceso –en opinión de Einstein– no es otro que el originado por la existencia de fluctuaciones irregulares en la presión de radiación.

El análisis detallado de las fluctuaciones del impulso y de la energía de la radiación –con cierta similitud con su tratamiento del movimiento browniano– permitió a Einstein deducir las correspondientes expresiones:

$$\frac{\langle \Delta^2 \rangle}{t} = \frac{1}{c} \left( hnr + \frac{c^3}{8\pi n^2} r^2 \right) S dn \quad [9]$$

$$\langle e^2 \rangle = \left( hnr + \frac{c^3}{8\pi n^2} r^2 \right) V dn$$

donde  $\Delta$  representa el impulso transferido al espejo, durante  $t$  segundos, como resultado de las fluctuaciones irregulares de la presión de radiación;  $c$  la velocidad de la luz en el vacío;  $r$  la densidad de energía de la radiación;  $S$  la superficie del espejo y  $V$  el volumen de la cavidad.

A la vista de las dos últimas igualdades, uno se sorprende de que Einstein no “se atreviera” a asignar impulso –y no sólo energía, como hasta entonces– a los cuantos de radiación. Aunque algunas ideas de este tipo no se le pudieron pasar por alto al creador de la teoría de la relatividad, lo cierto es que no las mencionó en sus conclusiones. Tal vez unos argumentos basados en un *Gedanken-Experiment*, y en algo tan escasamente considerado por entonces como era la evaluación de las fluctuaciones estadísticas, no le debieron parecer suficientemente convincentes.

El análisis, por parte de Einstein, de las relaciones [9] fue por otros derroteros, indudablemente de singular importancia. En efecto, mientras que los primeros sumandos se pueden interpretar mediante una imagen corpuscular de la radiación, los segundos sumandos en ambas se pueden justificar –siempre según Einstein– a partir de un proceso de interferencias basado en la interpretación ondulatoria de la radiación electromagnética. Tras constatar que, por el momento, no existe una teoría de la radiación que involucre ambos aspectos –el corpuscular y el ondulatorio que ha inferido

de su análisis de las fluctuaciones— sugiere que el papel de los cuantos en el campo electromagnético bien pudiera guardar ciertas analogías con el de los electrones en el campo electrostático. Precisamente lo que había tratado de justificar en su intervención —con la ayuda de su original tratamiento de las fluctuaciones— es que posiblemente era el momento de comenzar a pensar en la compatibilidad entre aspectos ondulatorios y corpusculares dentro de una misma teoría, aunque no se vislumbraran las bases de ésta. Nada más explícito al respecto que el párrafo con el que cierra su participación en Salzburgo:<sup>16</sup>

“Estoy seguro de que no es necesario insistir en que no hay que dar importancia a tal imagen [una visión personal de Einstein basada en la posible localización de la energía del campo electromagnético en ciertas singularidades de éste] en la medida en que no conduce a una teoría exacta. Todo lo que yo quería era señalar brevemente con su ayuda [la del *Gedanken-Experiment*] que las dos propiedades estructurales (la ondulatoria y la corpuscular) desplegadas simultáneamente por la radiación de acuerdo a la fórmula de Planck no deberían ser consideradas como mutuamente incompatibles.”

Einstein bautizó como “ley de la equivalencia fotoquímica” al siguiente enunciado: la descomposición de un equivalente gramo de cualquier sustancia, en virtud de un proceso fotoquímico producido por radiación de frecuencia  $\nu$ , exige por parte de ésta la aportación de una energía  $Nh\nu$ , donde  $N$  representa el número de Avogadro. La ley resulta una trivialidad si se describe la radiación en términos de cuantos. Pero puede dar más juego si se contempla desde otra perspectiva.

Es lo que hizo Einstein, en 1912. Publicó un artículo —y un suplemento— en el que, una vez más, invirtió la línea deductiva usual para demostrar que, con razonamientos puramente termo-estadísticos, se podía justificar la ley de Wien y, a partir de ésta, la necesidad de que cada molécula que se descomponga por efecto de la radiación absorba, en promedio, una energía  $h\nu$ .<sup>17</sup> Es una aportación que hemos analizado con detalle en otra ocasión, pues no sólo representa un paso más en su búsqueda de la necesidad de los cuantos, sino que —sobre todo— contiene una innovación: Einstein introducía unos

---

<sup>16</sup> *Ibid.*, 394.

<sup>17</sup> EINSTEIN (1912).

procesos elementales –aquí de dos tipos, uno de excitación y otro de des-excitación– que representan un claro precedente de los que cuatro años más tarde –aunque ampliados de dos a tres procesos y adecuadamente formalizados– habrían de dar pie a la instalación definitiva de los cuantos de radiación en la física.<sup>18</sup>

No quisiéramos acabar este apartado sin hacer mención de otra semidesconocida publicación de Einstein, en 1917: una regla de cuantización con pretendidas ventajas en relación con otras reglas anteriores.<sup>19</sup> Se trata, en nuestra opinión, de una contribución relevante por distintos aspectos, pero que ha sido prácticamente ignorada, incluso en varias reconstrucciones famosas del desarrollo de la teoría cuántica.<sup>20</sup>

Ésta regla de cuantización nació con la pretensión de establecer una formulación de las condiciones de cuantización que resultara independiente de las coordenadas elegidas para su tratamiento, lo que no sucedía con las reglas de cuantización entonces existente, que privilegiaban las coordenadas en las que se daba la separación de variables de la correspondiente ecuación de Hamilton-Jacobi, hecho que –en opinión de Einstein– nada tiene que ver con el problema físico de la cuantización.

El enunciado de la regla y sus posibles aplicaciones fue sometido a severas críticas, resultando como consecuencia de ello que las pretendidas ventajas no resultaban tan claras. Pero aunque el objetivo no se logró del todo, la regla enunciada por Einstein se mostró eficaz en manos de Louis de Broglie (1892-1987). Éste encontró argumentos que permitían interpretarla como una condición de resonancia, lo que le ayudó –en cierta medida y como el propio De Broglie reconoció– a reforzar sus originales ideas acerca de las ondas de fase asociadas a los puntos materiales.<sup>21</sup>

#### **4. El nacimiento del fotón (1916)**

Poco a poco, el terreno había quedado abonado para el surgimiento de nuevas ideas acerca de formas de interacción entre los átomos de Niels Bohr (1885-1962) y la radiación, que condujeran a la ley de radiación de Planck. El paso clave en esa dirección lo dio Einstein, tras completar su formulación de la relatividad general –su

---

<sup>18</sup> BERGIA; NAVARRO (1988), 85-90.

<sup>19</sup> EINSTEIN (1917 b).

<sup>20</sup> No se cita, por ejemplo, en JAMMER (1966).

<sup>21</sup> Para un análisis detallado del contexto y del impacto asociados a esta contribución de Einstein, véase BERGIA; NAVARRO (2000).

preocupación principal hasta entonces– a finales de 1915. Al retomar el problema cuántico se le ocurrió una nueva línea, que describió con estas palabras a Besso:<sup>22</sup>

“He tenido un destello de lucidez a propósito de la absorción y la emisión de radiación; esto te interesará. Una demostración completamente sorprendente de la fórmula de Planck, yo incluso diría *la* demostración. Todo completamente cuántico. Estoy ahora redactando este resultado.”

Veamos cuál era ese “destello” al que se refería Einstein para lograr una demostración “completamente cuántica”, pues introducía aspectos que habían de resultar cruciales para el desarrollo posterior de la teoría cuántica.

Aunque los razonamientos empleados por Planck en 1900 conducían a una fórmula indudablemente válida para el espectro de la radiación del cuerpo negro, la deducción se apoyaba –según Einstein– en supuestos incompatibles: en el tratamiento se simultaneaba el análisis clásico (electromagnetismo maxwelliano) de la emisión y absorción de radiación por osciladores cargados, con la cuantización de la energía de los mismos osciladores. Por coherencia lógica –y dada la demostrada impotencia de la física clásica para resolver por sí sola la situación – había que abolir cualquier recurso al electromagnetismo y tratar de encontrar una deducción estrictamente cuántica.

En esta línea, Einstein presentó una formulación original que pretendía liberar a la justificación teórica de la ley de Planck de esos –y de otros– inconvenientes: en su deducción afirmaba prescindir del marco maxwelliano y, además, reemplazaba aquellos oscuros resonadores planckianos –asociados a la materia como recurso para disponer de un modelo capaz de hacer posible la interacción entre ésta y la radiación– por moléculas susceptibles de experimentar transiciones bohrianas. La base del nuevo tratamiento era la consideración del equilibrio estadístico entre la radiación y las moléculas, suponiendo que éstas sólo pueden existir en un conjunto discreto de estados energéticos.<sup>23</sup>

La principal innovación afectaba a la descripción de la interacción entre materia y radiación en función de tres procesos elementales: uno espontáneo (*Ausstrahlung*), en el

---

<sup>22</sup> Carta de Einstein a M. Besso, de 11 de agosto, 1916. En SPEZIALI (1994), 129. (Énfasis en el original).

<sup>23</sup> La condición de equilibrio térmico se impone, como es usual, a través del empleo del formalismo asociado a la colectividad canónica.

que las moléculas emiten radiación sin estímulo exterior, y dos inducidos por la radiación presente (*Einstrahlung*). Estos últimos –uno de emisión y otro de absorción– se suponía que ocurrían con una probabilidad proporcional a la densidad de radiación presente, mientras que la emisión espontánea era independiente de la radiación. El tratamiento –esencialmente consistente en la imposición del equilibrio estadístico– conducía al anhelado resultado: la deducción de la ley de Planck.

Dos de estos procesos –la absorción de radiación y la emisión espontánea– eran adaptaciones de los previamente introducidos en el análisis de la equivalencia fotoquímica: los de excitación y des-excitación, respectivamente. Pero empleando únicamente estos dos procesos se obtenía la ley de Wien, y no la de Planck, por lo que la emisión inducida por la radiación presente –que habría de convertirse en el fundamento teórico del láser– resultaba una novedad imprescindible para obtener la ley de Planck, que era el objetivo esencial.

Es importante destacar que entre las hipótesis de partida figura la naturaleza discreta de los intercambios de energía entre materia y radiación; es decir, la existencia de los cuantos de radiación, pero no se incluyen supuestos sobre su valor. El que esta unidad elemental de intercambio energético –para el caso de radiación monocromática de frecuencia  $\nu$ – valga  $h\nu$ , es otro resultado del trabajo, que se obtiene a partir de la ley del desplazamiento, por entonces ampliamente confirmada por los experimentos.

Hasta aquí, la primera parte del trabajo. Pero la deducción de la fórmula de Planck sin recurrir al electromagnetismo maxwelliano no le pareció a Einstein el resultado más importante de su trabajo, a juzgar por una carta en la que se lo anticipaba a Besso:<sup>24</sup>:

“Lo que hay de esencial [en Einstein (1917 a)] es que las consideraciones *estadísticas* que conducen a la ley de Planck se han *sistematizado* (...). Esto conduce al resultado (que todavía no se encuentra en el trabajo que te he enviado) de que, cuando existe intercambio de energía elemental entre la radiación y la materia, se transfiere el impulso  $h\nu/c$  a la molécula. Se deduce que todo proceso elemental de esta naturaleza es un proceso *enteramente orientado*. Así queda establecida la existencia de los cuantos de luz.”

---

<sup>24</sup> Carta de Einstein a M. Besso, de 6 de setiembre, 1916. En SPEZIALI (1994), 131-132. (Énfasis en el original). La versión en español que citamos, contiene un error de fechas: escribe diciembre, en lugar de setiembre.



En el mismo artículo, a la hora de comentar las conclusiones, Einstein señalaba como resultado principal, precisamente, esta transferencia de impulso a la molécula en los procesos elementales. A tal conclusión había llegado en la segunda parte de su trabajo, en la que se planteaba un test de coherencia, ante la novedad de las hipótesis empleadas. Para ello Einstein recurrió, como en tantas otras ocasiones, al análisis de las fluctuaciones de energía –otra vez mediante su *Gedanken-Experiment* de 1909– llegando a un resultado no necesario para deducir la ley de Planck, pero sí para que el tratamiento tuviera coherencia lógica. Es el momento en el que los cuantos de radiación, hasta entonces imprecisas unidades de intercambio energético, se transforman en auténticas partículas –los fotones– con características específicas, que dotaban ya plenamente a la radiación de un carácter discreto en su interacción con la materia.<sup>25</sup>

Pero el impacto del fotón introducido por Einstein en 1916-1917 no fue del todo positivo, por decirlo suavemente. Su aceptación imponía un alto precio, pues parecía implicar la revisión –cuando menos– de la teoría del campo electromagnético; todo ello en virtud de algo tan recurrente en Einstein, aunque ajeno a la teoría y a la práctica de la mayoría de sus colegas, como era el análisis de las fluctuaciones, en un experimento mental.<sup>26</sup> La actitud más generalizada fue la de mantener a toda costa la imagen clásica del electromagnetismo maxwelliano y, en la medida de lo posible, tratar de profundizar en el mecanismo de la interacción materia-radiación, siempre con la esperanza de lograr en algún momento eliminar la noción de fotón, por innecesaria.

En 1923 se operó un cambio sustancial, como consecuencia de la publicación de la explicación teórica del efecto Compton, a partir de la aplicación conjunta de la cinemática relativista y de la teoría cuántica –en principio dos teorías independientes– al choque elástico entre un fotón y un electrón libre. Puede considerarse que desde entonces el fotón quedó definitivamente instalado en la física, a pesar de que la resistencia no desapareció del todo en esa fecha.

---

<sup>25</sup> El nombre de *fotón*, aunque lo utilizaremos desde ahora para designar lo que se siguió denominando *cuanto* de radiación, es posterior. Lo introdujo G. Lewis en 1926 y su empleo se generalizó en el Quinto Congreso Solvay (1927).

<sup>26</sup> La concepción y las manifestaciones de las fluctuaciones en mecánica-estadística es una característica del método de Einstein que no se da en el de Gibbs, por ejemplo, a pesar de que ambos suelen aceptarse como equivalentes; véase NAVARRO (1998), especialmente 158.

En este sentido cabe recordar que en 1924 Bohr, Kramer y Slater protagonizaron un último intento por prescindir del fotón, a pesar del crucial papel representado por éste en la explicación del efecto Compton. Publicaron un conocido artículo en el que rechazaban sin ambigüedad la realidad del fotón, aún a costa de introducir en la interacción radiación-materia propiedades entonces tan inusuales como la no conservación de la energía ni del impulso en los procesos elementales. El artículo de Bohr, Kramer y Slater no tuvo repercusión –por lo que al destierro del fotón se refiere– pues, en 1925, Bothe y Geiger pusieron de manifiesto experimentalmente lo inadecuado de ciertas predicciones de aquellos, y lo acertado de las basadas en la existencia del fotón.<sup>27</sup>

### **5. Partículas indistinguibles y condensación de Bose-Einstein (1924-1925)**

El joven físico bengalí Satyendranath Bose (1894-1974) publicó en 1924 un trabajo –traducido por Einstein al alemán y recomendado para su urgente publicación– en el que, por primera vez, se deducía la fórmula de Planck de una forma verdaderamente independiente del electromagnetismo clásico<sup>28</sup>. A cambio se hacía pleno uso del concepto de fotón y de la hipótesis de que sus estados no estaban asociados a los puntos del espacio de las fases, sino a regiones de éste –celdas– de volumen finito, de valor  $h^3$ .

La deducción pasaba por una original forma de distribuir los fotones entre las celdas, para calcular la probabilidad de un estado. Introducida dicha probabilidad en el principio de Boltzmann se obtenía la entropía de la radiación, de la que se deducía sin dificultad –tras la imposición de la condición de equilibrio como estado de máxima entropía– la fórmula de Planck para la radiación. Hoy diríamos que la idea de Bose consistió simplemente en tratar a los fotones como partículas indistinguibles. Pero la terminología no sólo resulta anacrónica, sino que conduce a una idea falsa del contexto en el que se produjo la aportación de Bose quien, según propia confesión, nunca fue consciente de que su tratamiento representara una innovación, pues siempre pensó que actuaba plenamente dentro de la más pura ortodoxia de Boltzmann.<sup>29</sup>

---

<sup>27</sup> Véase, por ejemplo, PAIS (1984), capítulo 22, titulado “Interludio: la propuesta BKS”.

<sup>28</sup> BOSE (1924).

<sup>29</sup> Manifestaciones de Bose a Mehra que aparecen reproducidas en PAIS (1984), 426. Para un análisis más preciso del contenido de BOSE (1924), puede verse, por ejemplo, NAVARRO (1990), 161-170. Y para más detalles acerca de la trayectoria científica del físico bengalí, véase NAVARRO (1996).

“No tenía idea de que lo que había hecho era realmente novedoso (...) No era yo estadístico hasta el punto de saber que lo que hacía era algo distinto de la estadística de Boltzmann.”

Einstein percibió inmediatamente que la deducción de Bose representaba una forma de aunar ideas cuánticas y mecánico-estadísticas, lo que implicaba –de hecho– reemplazar la mecánica estadística de Boltzmann por una teoría diferente. Aunque era demasiado prematuro precisar el significado y el alcance del nuevo método, vio enseguida una aplicación del mismo. El trabajo de Bose ofrecía la peculiaridad de considerar a los fotones como si de partículas ordinarias se tratara, con la salvedad de que tenían masa nula y dos estados de polarización. Einstein invirtió el sentido de la analogía que en 1905 le llevó desde el gas ideal a los cuantos, para ahora transplantar las ideas de Bose sobre éstos a las moléculas. Tan inmediata le resultó la adaptación que ¡en una semana! elaboró una teoría cuántica de los gases materiales ideales, completada cuatro meses después con algunos detalles a los que nos referiremos más adelante.<sup>30</sup> había nacido así –¡antes de que apareciera cualquier formulación de la mecánica cuántica!– la luego llamada mecánica estadística (cuántica) de Bose-Einstein.

La nueva teoría de los gases resolvía varios enigmas largamente pendientes. Entre otros, aclaraba diversos problemas asociados con el teorema de equipartición de la energía y explicaba ciertas anomalías experimentalmente observadas en relación con la ley de Dulong-Petit.<sup>31</sup> También precisaba en qué situaciones la mecánica estadística de Boltzmann se podía considerar una aproximación aceptable de la nueva estadística. Incidentalmente, esta teoría predecía el fenómeno luego conocido como condensación de Bose-Einstein: por debajo de una cierta temperatura –que dependía del volumen y del número de moléculas del gas– se producía una sorprendente acumulación de partículas en su estado fundamental. Este fenómeno se tomó en un principio como poco más que una curiosidad académica sin repercusiones experimentales reales. Hasta que

---

<sup>30</sup> EINSTEIN (1924 y 1925).

<sup>31</sup> En relación con los problemas asociados al teorema de equipartición de la energía entre 1905 y 1925 puede verse, por ejemplo, BERGIA; NAVARRO (1997).

en 1938 Fritz London (1900-1954) propuso interpretar la superfluidez del helio líquido en términos de una condensación de ese tipo.<sup>32</sup>

Un aspecto concreto del nuevo tratamiento sirve de ejemplo idóneo para ilustrar las íntimas relaciones existentes los respectivos desarrollos de la física cuántica y de la física estadística por aquellos días. Había un aspecto especialmente oscuro en el nuevo tratamiento cuántico que fue puesto de manifiesto por Paul Ehrenfest (1880-1933), entre otros. Einstein lo abordó en su segunda memoria –la de 1925– planteando la cuestión en los siguientes términos:<sup>33</sup>

“Ha sido criticado por el Sr. Ehrenfest y otros colegas que en la teoría de Bose, y en la análoga mía para el gas ideal, los cuantos (y las moléculas, respectivamente) no son tratados como entidades estadísticamente independientes entre sí, sin que ello se haya indicado explícitamente en nuestros respectivos trabajos. Ello es completamente exacto. Si se trata a los cuantos como estadísticamente independientes los unos de los otros, por lo que respecta a su localización, se obtiene la ley de Wien; si se trata a las moléculas de gas de forma análoga, se obtiene la ecuación de estado clásica de los gases perfectos, aunque en el resto se proceda exactamente como Bose y yo mismo hemos hecho. Voy a comparar aquí los dos métodos para el gas, con objeto de mostrar claramente en qué se diferencian y facilitar la comparación entre nuestros resultados y los de la teoría de moléculas independientes.”

La cuestión, desde una perspectiva actual, estribaba en que, en efecto, Bose y Einstein habían tratado –sin especificarlo– a los fotones por un lado, y también a las moléculas, como si de partículas indistinguibles se tratara. Es lo mismo que había hecho Boltzmann con sus elementos de energía, sólo que ahora no se estamos ante simples elementos de cálculo sino ante auténticas realidades físicas. La parte del tratamiento donde se introducía tal peculiaridad era aquella en la que se asignaban probabilidades a los respectivos estados. Según Einstein –siguiendo a Bose– el número de complejiones (realizaciones microscópicas) correspondientes a la distribución de  $n$  moléculas en  $z$  celdas viene dado por

---

<sup>32</sup> Para un pequeño resumen histórico y material bibliográfico puede verse PAIS (1984), 434-435.

<sup>33</sup> EINSTEIN (1925), 182.

$$W = \frac{(n+z-1)!}{n!(z-1)!} . \quad [10]$$

Pero si las moléculas fueran verdaderamente tratadas como partículas distinguibles, la expresión para  $W$  sería obviamente

$$W = z^n . \quad [11]$$

La justificación de la elección de [10] frente a [11] –es decir, de la nueva teoría frente a la clásica– la hizo Einstein comparando los resultados que se obtenían empleando una y otra, respectivamente. La conclusión fue contundente: operando dentro del formalismo de la colectividad microcanónica, sólo partiendo de la expresión [10] se lograba obtener simultáneamente una entropía aditiva y la deducción del tercer principio de la termodinámica. Por el contrario, si se partía de [11], sólo se podía obtener uno u otro resultado, pero no los dos a la vez. Ello, en opinión de Einstein, justificaba definitivamente la adopción del nuevo método estadístico basado en [10], diferente del de Boltzmann, basado en [11].

Una vez más, ante la novedad de las ideas asociadas con el nuevo método estadístico, Einstein no se conformó con los resultados obtenidos. En la línea seguida en otras ocasiones, también ahora se planteó una prueba de coherencia de los supuestos empleados. Y volvió a recurrir a un *Gedanken-Experiment* con cierta analogía con el de 1909: ahora dos gases separados por una pared que sólo permitía el intercambio de moléculas de energía comprendida en un intervalo  $(E, E+dE)$ . También optó por analizar las fluctuaciones en el mismo. Y volvió a saltar la sorpresa.

## **6. De las propiedades ondulatorias de las moléculas de los gases a la formulación de la mecánica ondulatoria (Schrödinger, 1926).**

El análisis de las fluctuaciones del número de partículas en el anterior experimento mental condujo a Einstein a un sorprendente resultado pues, en lugar de obtener la expresión que cabía esperar según la antigua mecánica estadística de Boltzmann, llegó a otra diferente que incorporaba un término inesperado y misterioso.

Parecía como si el nuevo término le “recordara” fluctuaciones asociadas a interferencias de movimientos ondulatorios. Dado que en aquellos días Einstein tenía conocimiento –a través de Paul Langevin (1872-1946)– de la tesis doctoral que acababa de presentar De Broglie (1892-1987) en Paris, escribió en el mismo artículo las siguientes reflexiones acerca de los resultados obtenidos:<sup>34</sup>

“De las consideraciones anteriores parece que, con cada movimiento [de una molécula], hay un campo ondulatorio asociado, de la misma forma que el campo ondulatorio óptico se asocia al movimiento de los quanta de luz. Este campo ondulatorio, cuya naturaleza física resulta por el momento oscura, debe en principio poder detectarse a través de los efectos de los movimientos correspondientes. Así, un haz de moléculas de gas que atraviesa una abertura deberá sufrir una difracción, análoga a la que experimenta un rayo luminoso. Para que un fenómeno de este tipo sea observable, la longitud de onda  $\lambda$  [que escribe como  $\lambda=h/mv$  para el caso no relativista] debe ser comparable con las dimensiones de la abertura.”

Tan inesperado resultado llevó a Einstein a pensar que todo ello –la teoría cuántica de los gases ideales que acababa de formular– resultaba más coherente si se asociaba alguna característica de tipo ondulatorio a las moléculas, lo que no le pareció una idea intrascendente.<sup>35</sup>

“Me propongo profundizar un poco en esta interpretación porque creo que se trata de algo más que de una simple analogía. En una publicación verdaderamente destacada L. De Broglie [se cita la tesis doctoral de éste, de 1924] ha expuesto cómo se puede asociar un campo de ondas (escalar) a una partícula material, o a un sistema de partículas materiales.”

Un sencillo cálculo que Einstein afirma haber hecho, pero que no expone en su trabajo, le lleva a manifestarse convencido de la coherencia entre estas ideas de L. de

---

<sup>34</sup> *Ibid.*, 188.

<sup>35</sup> *Ibid.*, 187.

Broglie, y el resultado de su análisis de las fluctuaciones; pero no se piense que estas consideraciones de Einstein acerca de la idea de asociar un campo escalar ondulatorio a cada partícula era algo puramente formal. En su trabajo incluye sugerencias acerca de la posible detección de esos campos, mediante experimentos en torno a fenómenos de difracción asociados a haces de partículas:<sup>36</sup>

“Este campo ondulatorio –cuya naturaleza física nos resulta oscura por ahora– debe, en principio, poder ser detectado por los movimientos que le corresponden. Así, un haz de moléculas de gas que atraviesa una abertura deberá sufrir una difracción, análoga a la que experimenta un rayo luminoso. Para que un fenómeno tal pueda ser observado, hace falta que la longitud de onda  $\lambda$  sea de un orden de magnitud comparable al de las dimensiones de la abertura.”

Einstein llegó a pensar en difracciones de haces de moléculas mediante colisiones con moléculas en reposo. Como es bien conocido, en poco tiempo se dispararon acontecimientos –desarrollos teóricos y experimentos– que modificaron la situación y llegaron mucho más lejos que las arriesgadas previsiones de Einstein y De Broglie. En esta línea el auténtico impulso llegó meses después de la mano de Erwin Schrödinger (1887-1961). Éste es el momento en el que las ideas estadísticas de Einstein, entre otras, dejaron la puerta abierta para la inmediata formulación de la mecánica ondulatoria. Schrödinger lo reconoció en diversas ocasiones, como en esta carta dirigida a Einstein en 1926:<sup>37</sup>:

“Le agradezco de todo corazón su tan amable carta del día 16. Su aprobación y la de Planck son tan preciosas para mí como las de medio mundo. Por lo demás, todo ello [el desarrollo de la teoría de Schrödinger] no habría aparecido aún, y puede que jamás (al menos por lo que a mí respecta) si, en su segundo artículo sobre el gas degenerado, Vd. no me hubiera abierto los ojos acerca de la importancia de las ideas de De Broglie.”

---

<sup>36</sup> *Ibid.*, 188.

<sup>37</sup> Carta de Schrödinger a Einstein, de 23 de abril, 1926. En BALIBAR *et al.* (1989), 202.

## 7. Epílogo

Dado que, de hecho y como anticipábamos al principio, Einstein se ha erigido en el personaje central de nuestra historia, puede resultar conveniente referirse, aunque sea ligeramente, a la automarginación que Einstein se impuso desde este mismo momento en relación con el desarrollo de las nuevas concepciones cuánticas. A finales de 1925, se refería al formalismo de la mecánica matricial –con tono un tanto irónico– en estos términos:<sup>38</sup>

“La cosa más interesante suministrada últimamente por la teoría es la de Heisenberg-Born-Jordan de los estados cuánticos. Un verdadero cálculo de hechicería, donde aparecen determinantes infinitos (matrices) en lugar de las coordenadas cartesianas. Esto es eminentemente ingenioso y, a causa de su complicación, está suficientemente protegido contra toda demostración de falsedad.”

El formalismo de la mecánica ondulatoria le mereció, en principio, mayor consideración, llegando a dedicar ciertos elogios a los primeros desarrollos de la misma, presentados por Schrödinger en 1926.<sup>39</sup> Parece que ésta fue su última alabanza a cualquier presentación de la mecánica cuántica. Sin duda, estuvo estrechamente relacionado con el mazazo que para Einstein representó, no tanto el desarrollo del formalismo cuántico, como sus implicaciones; en particular, la interpretación probabilística de la función de onda –introducida por Max Born (1882-1970) a mediados de 1926– fue la gota que llenó el vaso de su insatisfacción. En una famosa carta a éste, escrita a finales de 1926, Einstein explicaba su posición:<sup>40</sup>

“La mecánica cuántica es ciertamente impresionante. Pero una voz interior me dice que no constituye aún la última palabra. La teoría explica muchas cosas, pero realmente no nos acerca más al secreto de “El Viejo” [*sic*]. Yo, en cualquier caso, estoy convencido de que *Él* no juega a los dados.”

---

<sup>38</sup> Carta de Einstein a M. Besso, de 25 de diciembre, 1925. En SPEZIALI (1994), 228.

<sup>39</sup> La alabanza se encuentra en una carta de Einstein a M. Besso, de 1 de mayo, 1926. En SPEZIALI (1994), 235. Hace referencia a las dos primeras memorias, de las cuatro de SCHRÖDINGER (1926).

<sup>40</sup> Carta de Einstein a M. Born, de 4 de diciembre, 1926. En BORN (1971), 91. (Énfasis en el original).



Su marginación científica llegó casi a ser una marginación social, a pesar del interés que gran parte de los colegas –especialmente los de su generación– tenían por mantener a Einstein como uno de los protagonistas del desarrollo de la nueva teoría cuántica. Un ejemplo que corrobora lo anterior es su actitud en relación con el Quinto Congreso Solvay, convocado en el otoño de 1927 –bajo el título de “Electrones y fotones”– para analizar y discutir los múltiples aspectos de los diferentes desarrollos cuánticos surgidos en los dos o tres últimos años. Hendrik A. Lorentz (1853-1928), como presidente del congreso, le cursó una invitación para presentar en el mismo una ponencia acerca de las estadísticas cuánticas, dado su protagonismo en el nacimiento de la primera de ellas. La contestación de Einstein contiene elementos suficientes para detectar el profundo desaliento que comenzaba a embargarle:<sup>41</sup>

“Recuerdo haberme comprometido con usted a hacer un informe sobre estadística cuántica en el Congreso Solvay. Después de mucha reflexión por sí y por no, llegué al convencimiento de que no soy competente para hacer tal informe, de una forma que realmente corresponda al estado de cosas. La razón está en que no he podido participar en el desarrollo moderno de la teoría cuántica, tan intensamente como hubiera sido necesario para este propósito. Esto se debe, en parte, a que tengo muy escaso talento receptivo para seguir por completo los desarrollos tormentosos, y en parte también, porque no apruebo la forma de pensar puramente estadística sobre la que están basadas las nuevas teorías... Hasta ahora continué confiando en poder contribuir con algo de valor en Bruselas; he abandonado esa esperanza. Le ruego no se disguste conmigo por ello; no lo tomé a la ligera, sino que probé con todas mis fuerzas... Quizá el señor Fermi de Bolonia... o Langevin... podrían hacerlo bien.”

En el congreso estaban presentes, además de los mencionados Lorentz y Einstein, los principales creadores de la antigua y de la nueva teoría cuántica. Finalmente Einstein no presentó comunicación alguna en el congreso; no obstante mostró insistentemente su desacuerdo –también Schrödinger y De Broglie, aunque con distintos matices– con la

---

<sup>41</sup> Carta de Einstein a Lorentz, de 17 de junio de 1927; citada en PAIS (1984), 434.

interpretación que se daba al formalismo de la nueva teoría, centrado especialmente en torno a las intervenciones de Bohr. El debate que allí surgió entre ambos no puede considerarse del todo extinguido, pues no sólo afecta a la interpretación del formalismo de la mecánica cuántica, sino –en nuestra opinión– a la misma forma de entender el conocimiento científico.

Einstein nunca dejó de pensar que había que investigar en torno a la búsqueda de una nueva teoría –algo así como una “estructura fina” de la mecánica cuántica– en la que los fenómenos físicos pudieran ser descritos con independencia de peculiaridades asociadas a las formas de observación. Por supuesto que aceptaba plenamente los resultados proporcionados por la aplicación de la mecánica cuántica; pero siempre entendidos como algún tipo de promedio deducible de la nueva teoría, aún por encontrar. Sus discusiones con Bohr, aunque colaboraron enormemente a la clarificación de variados aspectos relacionados con la interpretación de la mecánica cuántica, no parece que le hicieran cambiar sustancialmente sus ideas sobre estos temas.

Finalmente una anécdota al respecto.<sup>42</sup> Durante una de las sesiones del Quinto Congreso Solvay, Ehrenfest le pasó una nota a Einstein en la que escribió: “¡No te rías! Existe una sección especial en el purgatorio para los profesores de teoría cuántica, donde están obligados a escuchar clases de física clásica diez horas cada día”. A lo que Einstein contestó: “Sólo me río de su ingenuidad. ¿Quién sabe el que reirá dentro de unos pocos años?”. Teniendo en cuenta las direcciones según las que estas cuestiones se desarrollaron después, bien puede firmarse que Einstein nunca llegó a esbozar una sonrisa.

---

<sup>42</sup> Citada en MEHRA (1975), 152.

## Bibliografía

- BACH, A. (1990): "Boltzmann's probability distribution of 1877". *Archive for History of Exact Sciences* **41**, 1-40.
- BALIBAR, F.; DARRIGOL, O.; JECH, B. (eds.) (1989): *Albert Einstein. Œuvres choisies*, vol. 1, *Cuantos*. Paris, Seuil/CNRS.
- BECK, A. (1989): *The collected papers of Albert Einstein*, vol. 2, *The Swiss years: writings, 1900-1909*. (English translation). Princeton, Princeton University Press.
- BECK, A. (1995): *The collected papers of Albert Einstein*, vol. 5, *The Swiss years: correspondence, 1902-1914*. (English translation). Princeton, Princeton University Press.
- BERGIA, S.; NAVARRO, L. (1988): "Recurrences and continuity in Einstein's research on radiation between 1905 and 1916". *Archive for History of Exact Sciences* **38**, 79-99.
- BERGIA, S.; NAVARRO, L. (1997): "Early quantum concepts and the theorem of equipartition of energy in Einstein's work (1905-1925)". *Physica* **34**, 183-223.
- BERGIA, S.; NAVARRO, L. (2000): "On the early history of Einstein's quantization rule of 1917". *Archives Internationales d'Histoire des Sciences* **50**, 321-373.
- BOLTZMANN, L. (1877): "Über die Beziehung zwischen dem zweiten Hauptsatze der mechanischen Wärmetheorie und der Wahrscheinlichkeitsrechnung respective den Sätzen über das Wärmegleichgewicht". *Kaiserliche Akademie der Wissenschaften (Vienna). Mathematisch-naturwissenschaftliche Classe. Zweite Abtheilung. Sitzungsberichte* **76**, 373-435. Un resumen suficiente de la parte de esta memoria que es relevante para nuestro artículo puede verse en DUGAS (1959), 192-199.
- BOLTZMANN, L. (1896, 1898): *Vorlesungen über Gastheorie*. Leipzig, J. A. Barth. I Teil, 1896; II Teil, 1898. Versión inglesa, en un sólo volumen, en *Lectures on gas theory*, New York, Dover, 1995.
- BORN, M. (ed) (1971): *The Born-Einstein Letters. Correspondence between Albert Einstein and Max and Hedwig Born from 1916 to 1955, with commentaries by Max Born*. (Traducción por Irene Born de la versión original alemana, de 1969). London, MacMillan.

- BOSE, S. N. (1924): “Plancks Gesetz und Lichtquantenhypothese”. *Zeitschrift für Physik* **26**, 178-181. Versión inglesa en Theimer and Ram (1976).
- DUGAS, R. (1959): *La théorie physique au sens de Boltzmann*. Neuchâtel, Le Griffon.
- EINSTEIN, A. (1905): “Über einen die Erzeugung und Verwandlung des Lichtes betreffenden heuristischen Gesichtspunkt”. *Annalen der Physik* **17**, 132-148. Versión inglesa en: Beck (1989), 86-103.
- EINSTEIN, A. (1909): “Entwicklung unserer Anschauungen über das Wesen und die Konstitution der Strahlung”. *Physikalische Zeitschrift* **10**, 817-826. Versión inglesa en Beck (1989), 379-394.
- EINSTEIN, A. (1912): “Thermodynamische Begründung des photochemischen Äquivalentgesetzes”. *Annalen der Physik* **37**, 832-838 y **38**, 881-884.
- EINSTEIN, A. (1917 a): “Zur Quantentheorie der Strahlung”. *Physikalische Zeitschrift* **18**, 121-128. Con el mismo título y contenido había aparecido previamente en *Physikalische Gesellschaft Zürich, Mitteilungen* **18** (1916), 47-62. Versión inglesa en Ter Haar (1967), 167-183.
- EINSTEIN, A. (1917 b): “Zum Quantensatz von Sommerfeld und Epstein”. *Verhandlungen der Deutschen Physikalischen Gesellschaft* **19**, 82-92.
- EINSTEIN, A. (1924): “Quantentheorie des einatomigen idealen Gases”. *Preussische Akademie der Wissenschaften, Phys.-math. Klasse, Sitzungsberichte* **22**, 261-267. Versión francesa en Balibar *et al.* (1989), 172-179.
- EINSTEIN, A. (1925): “Quantentheorie des einatomigen idealen Gases. Zweite Abhandlung”. *Preussische Akademie der Wissenschaften, Phys.-math. Klasse, Sitzungsberichte* **23**, 3-14. Versión francesa en Balibar *et al.* (1989), 180-192.
- HERMANN, A. (1971): *The genesis of quantum theory (1899-1913)*. Cambridge, Massachusetts. The MIT Press. (Versión original alemana, 1969).
- JAMMER, M. (1966): *The conceptual development of quantum mechanics*. New York, McGraw-Hill.
- KUHN, T. S (1980): *La teoría del cuerpo negro y la discontinuidad cuántica, 1894-1912*. Madrid, Alianza Editorial. (Versión original inglesa, 1978).
- NAVARRO, L. (1990): *Einstein, profeta y hereje*. Barcelona, Tusquets.
- NAVARRO, L. (1996): “Satyendranath Bose: un cometa fugaz”. *Arbor* **CLIII**, 45-65.

- NAVARRO, L. (1998): “Gibbs, Einstein and the foundations of statistical mechanics”.  
*Archive for History of Exact Sciences* **53**, 147-180.
- PAIS, A. (1984): ‘*El Señor es sutil...*’ *La ciencia y la vida de Albert Einstein*.  
Barcelona, Ariel. (Versión original inglesa, 1982).
- PAULI, W. (1970): “Einstein’s contributions to quantum theory”. En Schilpp (1970),  
147-160.
- PLANCK, M. (1900): “Ueber eine Verbesserung der Wien’schen Spectralgleichung”.  
*Deutsche Physikalische Gesellschaft. Verhandlungen* **2**, 202-204. Reproducido en  
Planck (1958), vol. 1, 687-689. Versión inglesa en Ter Haar (1967), 79-81.
- PLANCK, M. (1901): “Ueber das Gesetz der Energieverteilung in Normalspectrum”.  
*Annalen der Physik* **4**, 553-563. Reproducido en Planck (1958), vol. 1, 717-727.
- PLANCK, M. (1958): *Physikalische Abhandlungen und Vorträge* (3 vols.).  
Braunschweig, F. Vieweg und Sohn.
- SCHILPP, P.A. (ed.) (1970): *Albert Einstein: philosopher-scientist*. La Salle, Open  
Court. (Primera edición, 1949).
- SCHRÖDINGER, E. (1926): “Quantisierung als Eigenwertproblem”. *Annalen der  
Physik*: “Erste Mitteilung” **79**, 361-376, “Zweite Mitteilung” **79**, 489-527, “Dritte  
Mitteilung” **80**, 437-490, “Vierte Mitteilung” **81**, 109-139. Versión inglesa de las  
cuatro memorias en Schrödinger (1982).
- SCHRÖDINGER, E. (1982): *Collected papers on wave mechanics*. New York, Chelsea.  
(Esta versión incorpora –a la original inglesa, de 1928– cuatro conferencias de  
Schrödinger sobre mecánica ondulatoria).
- SPEZIALI, P. (ed.) (1994): *Albert Einstein. Correspondencia con Michele Besso (1903-  
1955)*. Barcelona, Tusquets. (Versión original francesa, 1979).
- TER HAAR, D. (1967): *The old quantum theory*. Oxford, Pergamon Press.
- THEIMER, O.; RAM, B. (1976): “The beginning of quantum statistics”. *American  
Journal of Physics* **44**, 1056-1057.