

LLIÇÓ INAUGURAL

Einstein: Física, Tecnologia i Matemàtiques

Professor Ramon Vilaseca
Departament de Física i Enginyeria Nuclear
Universitat Politècnica de Catalunya
Director general d'Universitats

Tampoc puc fer més que al·ludir a les moltes formes en les que el treball d'Einstein [...] ha inspirat i guiat moltes de les transformacions revolucionàries de la nostra imatge del món físic durant el segle XX, a més d'haver contribuït, amb la seva influència, al desenvolupament tecnològic, a transformacions igualment revolucionàries en el nostre mode de vida. No es pot mencionar l'òptica quàntica o la teoria quàntica de camps, per esmentar només un parell d'avenços teòrics; ni els màsers i làsers, klystrons i sincrotrons; ni [la fissió o fusió nuclears], per esmentar només algunes de les moltes invencions que han canviat la nostra imatge del món per a bé o per a mal, sense invocar l'herència de l'any miraculós d'Einstein.

[John Stachel, Introducció a *Einstein 1905: un año milagroso*, col·lecció Drakontos Clásicos, editorial Crítica]

L'any 2005 fou declarat Any Mundial de la Física. Coincideix amb el centenari de publicacions d'Albert Einstein sobre el moviment brownià, sobre els quanta de llum i sobre relativitat especial. Les idees d'Einstein publicades fa un segle van canviar per sempre la manera d'entendre la física. També han afectat significativament la tecnologia i diverses àrees de les matemàtiques, i previsiblement seguiran influïnt d'una manera decisiva en els desenvolupaments d'aquest segle. És per tot això que ens felicitem que la Facultat de Matemàtiques i Estadística hagi decidit dedicar el curs 2004-2005 a Albert Einstein, no només per contribuir a commemorar l'*annus mirabilis* que fou 1905, i potser també per commemorar l'Einstein persona, sinó també per contribuir a que la interacció entre física i matemàtiques segueixi essent el factor clau del desenvolupament científic-tecnològic que des de sempre ha estat.

La biografia *Albert Einstein*, d'Albrecht Fölsing (Penguin, 1997), conté una llista de tres-centes "publicacions científiques" d'Einstein. Sense tenir en compte recensions d'articles o de llibres, ni els treballs de natura biogràfica, històrica o filosòfica, ni els de natura purament divulgativa, queden més de dos-cents treballs, els quals es poden agrupar en les àrees següents:

E Física estadística en un sentit general. Es tracta d’inferir propietats de sistemes formats per un nombre molt gran d’unitats (àtoms, molècules, quanta de llum) a partir de propietats hipotètiques d’aquestes unitats. La metodologia depèn essencialment de procediments matemàtics (incloent-hi l’anàlisi combinatòria). Einstein veu aquests treballs com de natura “heurística” (útils per descobrir nous fenòmens, però pendents d’una comprensió teòrica més profunda de les propietats de les unitats bàsiques). Va ser seguint aquest camí basat en la física estadística que va anar descobrint fins quin punt la física quàntica era un element essencial per entendre l’univers, pel que fa a les propietats de les unitats més bàsiques del mateix.

Subdividim els seus estudis de Física estadística, i les seves implicacions, quan correspongui, en Física quàntica, en quatre subcategories:

E0 E en un sentit clàssic, incloent-hi la termodinàmica

E1 E aplicada a la radiació electromagnètica (*quanta* de llum)

E2 E aplicada a gasos, líquids o sòlids, però amb idees quàntiques

E3 E aplicada conjuntament a radiació i matèria, també amb idees quàntiques

G Relativitat, restringida i general. Des del punt de vista matemàtic, són treballs de natura profundament geomètrica i Einstein els considerava “fonamentals” o “de principi” (és a dir, que qualssevol altra teoria ha de tenir en compte), com de fet han resultat ser. Els subdividim en tres subcategories.

G0 Relativitat especial o restringida

G1 Relativitat general (teoria relativista de la gravitació, incloent-hi les aplicacions cosmològiques)

G2 Teories del camp unificat (relativitat general + electromagnetisme)

Q Contribucions crítiques a la nova mecànica quàntica.

M Contribucions essencialment matemàtiques (càlcul tensorial, geometria diferencial; és interessant remarcar que a partir de 1938, i fins a 1954, Einstein publica, sovint en col·laboració, vuit treballs als *Annals of Mathematics*).

D’aquesta manera s’obté, com a primera aproximació, la taula de la pàgina següent (a cada casella hem posat el corresponent nombre d’articles). Aquesta taula mostra que havent començat a publicar treballs de física estadística en el primer lustre d’activitat, en els vint anys següents el seus esforços es reparteixen entre la física estadística i la relativitat.

En els trenta anys subsegüents, en canvi, els treballs són bàsicament de relativitat general, de teoria del camp unificat (intents d’incorporar, sense arribar a cap resultat definitiu, la teoria del camp electromagnètic a la relativitat general), junt amb contribucions de natura essencialment matemàtica i amb incursions de crítica a la nova teoria quàntica.

L'organització d'aquest article és com segueix. Després de consignar breument els aspectes biogràfics i cronològics més rellevants de la vida d'Einstein, i de presentar resums de les seves contribucions més destacades en el camp de la relativitat especial i de la relativitat general, tractarem amb més detall les seves contribucions a la física estadística i la física quàntica, que en perspectiva han resultat ser tan importants com les contribucions a la relativitat, i que són les que l'autor coneix millor. Els aspectes més matemàtics, així com les repercussions actuals de l'obra d'Einstein, només seran tractats ocasionalment, però entenc que aquest buit serà cobert en activitats que es desenvoluparan a la Facultat durant el curs, i molt especialment en la “Jornada Einstein” del proper mes de febrer.

Lustre	E	E0	E1	E2	E3	G	G0	G1	G2	Q	M
00-04	5	5									
05-09	13	5	2	3	3	11	11				
10-14	17	3	2	6	6	21	5	15	1		
15-19	11	1		5	5	28	2	21	5		
20-24	13	2		4	7	15	2	9	4		
25-29	6			2	4	17	2	7	8		
30-34	2		1		1	15		6	9	2	4
35-39						8	1	6	1	1	
40-44						4		2	2		3
45-49						9	1	4	4	1	
50-55						3		1	2	1	2
	67	16	5	20	26	131	24	71	36	5	9

Aspectes biogràfics i cronològics

Albet Einstein neix el 14 de març de 1879 a Ulm (Alemanya), si bé la seva família es trasllada aviat a Munich, i mor a Princeton el 18 d'abril de 1955. L'any del seu naixement coincideix amb el de la mort de Maxwell.

Als cinc anys es meravella amb el comportament de la brúixola. Tal com va deixar dit a la seva *Autobiografia*, fou “una profunda i duradora experiència; alguna cosa profundament amagada havia d'estar darrere”. Es pot prendre aquesta anècdota com a senyal de la seva faceta “heurística”. Als sis anys comença a tocar el violí.



Als dotze anys es meravella amb el teorema de Pitàgores, però sobretot amb un “sagrat” llibret de Geometria que li proporciona el seu oncle. Tal com deixà també dit a la seva *Autobiografia*, “aquesta lucidesa i certesa em va produir una impressió indescriptible...”. Es pot prendre aquesta anècdota com a senyal de la seva faceta “fonamental”.



Disgustat amb un model educatiu antiquat i autoritari, als quinze anys abandona l'Institut d'educació secundària de Munich. Es trasllada a Itàlia, on la seva família havia reiniciat (des de 1894 a Pavia) una companyia de materials i aparells elèctrics que, després d'alguns anys d'èxit a Munich, darrerament no els havia anat bé. Intenta entrar, dos anys abans de l'edat mitjana d'admissió, a l'Institut Politècnic de Zurich, però és rebutjat..

Tot seguit Einstein segueix els cursos de l'escola cantonal d'Aarau (Suïssa). Obté matrícula d'honor en Àlgebra, Geometria, Geometria Descriptiva, Física i Història. El 1896 es matricula a l'Institut Politècnic de Zurich, on es gradua el 1900 (Física). Sobre l'haver escollit l'especialitat de Física en lloc de la de Matemàtiques, a la seva *Autobiografia* deixà escrit: “Com a estudiant, no tenia clar ... que ... un coneixement més profund dels principis bàsics de la Física està relligat als mètodes matemàtics més intricats. ...



D'això només me'n vaig adonar gradualment després d'anys de treball científic independent.” A més a més, “En el cas de la Física, aviat vaig aprendre a fixar-me en allò que podia dur a qüestions fonamentals i a rebutjar tot el demés ...”. També té interès recordar que el 1933 havia dit: “Si és cert, doncs, que aquesta base axiomàtica de la física teòrica no es pot extreure de l'experiència, sinó que s'ha d'inventar lliurement, podem esperar de trobar alguna vegada el camí correcte? ... Estic convençut que podem descobrir, mitjançant construccions purament matemàtiques, els conceptes, i les lleis que els interrelacionen ... el principi creatiu resideix en les matemàtiques”. No obstant, al mateix temps Einstein demostraria al llarg de la seva vida científica un profund sentit físic, en el sentit que els raonaments que feia sobre els fenòmens observats, o sobre les teories, no eren en abstracte, sinó sempre tenint en la seva ment el món real, de manera que, d'una banda, es preocupava d'aspectes sempre molt rellevants des del punt de vista físic (i tenint ben present els resultats experimentals), i, d'altra banda, evitava arribar a conclusions que potser matemàticament podrien haver estat justificades, però que no semblaven “realistes” (“*Déu no juga als daus ...*”, diria, per exemple, més endavant).

El 1901, Einstein obté la nacionalitat suïssa (havia renunciat a l'alemanya el 1896), i la conserva tota la vida. Durant dos anys des de la seva graduació, no troba cap treball estable. A final, accepta un lloc de treball a l'Oficina de Patents de Berna. Mentre exercia aquesta feina, entre 1901 i 1904 publica cinc articles (física estadística). “En aquests treballs “redescobri” els resultats de Boltzmann i Gibbs. Això el convertí en un mestre absolut de les tècniques de la mecànica estadística. Tenia tanta confiança en aquestes idees que fou capaç d'aplicar-les en tota mena de nous dominis, i [...] foren la base de les seves contribucions a la física quàntica”. (J. Bernstein, *Einstein*, p. 183). A principis de 1903, Einstein es casa amb Mileva Maric.

A l'Oficina de patents treballa amb Michele Besso, enginyer. Es van conèixer el 1897, i mantindran una valuosa correspondència des de 1903 fins a la mort d'Einstein el 1955. N'hi ha una traducció al castellà amb el títol *Albert Einstein: correspondència con Michele Besso* (Metatemas 36, Tusquets, 1994).

El 1905, com ja s'ha dit, Einstein publica articles sobre el moviment brownià, sobre els *quanta de llum* i l'efecte fotoelèctric, i sobre la relativitat restringida (incloent-hi una nota sobre la relació $E = mc^2$). Qualsevol dels tres l'hauria confirmat com a un físic extraordinari. Els tres junts, i les circumstàncies en què els va elaborar, fan que sigui perfectament just qualificar el 1905 com el seu *annus mirabilis* i que se'l pugui considerar com un dels físics més extraordinaris de tota la història.



A l'esquerre, els membres de l'“Acadèmia Olímpica”: Conrad Habicht (matemàtic), Maurice Solovine, i Albert Einstein. Llegeixen i comenten obres que són importants per a la formació d'Einstein. A la dreta, Marcel Grossmann, matemàtic, i Albert Einstein. Grossmann ajuda Einstein a trobar feina a l'Oficina de Patents; anys després, l'ajuda amb el càlcul tensorial de la relativitat general.

Einstein és nomenat (per fí!) professor de física, a l'Institut Politècnic de Zurich, el 1909 (l'any anterior havia estat nomenat professor ajudant). Aquest mateix any formula la dualitat ona-partícula de la radiació electromagnètica.



Primera Conferència Solvay (1911), sobre el tema “Teoria de la radiació i quanta”. Einstein presenta el treball *L'estat actual del problema de les calor específiques*

Després d'ocupar una càtedra a la Universitat de Praga durant 18 mesos, a principis de 1912 retorna a l'Institut Politècnic de Zurich. Comença la col·laboració amb Marcel Grossmann sobre la teoria de la relativitat general. Dos anys més tard, el 1914, Einstein és nomenat Professor a l'Institut Kaiser Wilhelm de Berlín (però reté la nacionalitat suïssa).

L'any 1915 arrodoneix la formulació de la teoria de la relativitat general (la seva obra mestra, publicada el 1916). Un primer èxit d'aquesta teoria és l'explicació de l'avançament anòmal (en el marc de la teoria de Newton) del periheli de Mercuri. Dóna sis conferències a Göttingen, invitat per Hilbert.



“Com més temps i més desesperadament intentava descobrir les lleis vertaderes a partir dels fets coneguts, tant més em convenia que només el descobriment d'un principi formal universal podia conduir-nos a resultats segurs” (*Autobiografia*). “Podia haver afegit que els pioners d'aquest mètode postulacional havien estat dos dels seus herois: Euclides i Newton” (Gerald Holton, *Einstein's Third Paradise*. Deadalus, 2003).

1917. Einstein publica un article que marca l'inici de la cosmologia moderna. També analitza, altra vegada a partir de la física estadística (i tenint en compte la llei de Planck), els fenòmens bàsics d'interacció entre la llum i els àtoms, posant en evidència aspectes quàntics dels mateixos (en particular, el seu caràcter aleatori). Einstein es veu constret a postular l'existència d'un fenomen addicional al de l'emissió espontània i que anomena *emissió estimulada*; el qual, en el decurs del temps, serà el fonament dels màsers i làsers. També introdueix la noció d'*emissió direccional*, la qual fou confirmada experimentalment el 1923 per Compton (premi Nobel el 1928).

El 1918 obté una fórmula sobre la radiació d'ones gravitacionals. Com veurem posteriorment, l'evidència experimental sobre l'existència d'aquest efecte es va fer esperar més de seixanta anys. En canvi, la predicció de la desviació dels raigs de llum de les estrelles en passar ran del sol fou confirmada per Eddington el 1919 amb ocasió d'un eclipsi total de sol. Aquest mateix any Einstein es divorcia de Mileva i Einstein i es casa amb Elsa.

Theodor Kaluza, seguint el consell d'Einstein, publica el 1921 una teoria unificada de la teoria general de la relativitat i de l'electromagnetisme. Kaluza afegeix una cinquena coordenada que varia en un petit cercle i les seves idees, amb d'altres introduïdes posteriorment per O. Klein, i pel mateix Einstein, resulten un punt de partida fonamental per a la recerca sobre partícules elementals a partir dels anys 60 (teories *gauge*).

El 1922 Einstein és guardonat amb el Premi Nobel de Física del 1921, especialment per la seva explicació de l'efecte fotoelèctric. En el discurs de recepció, el 1923, Einstein parla de relativitat: *Idees i problemes fonamentals de la teoria de la relativitat*.

1923. Einstein visita Barcelona i imparteix un curs a l'Institut d'Estudis Catalans sobre relativitat, el qual dissortadament no arribà a publicar-se (aparentment per la situació social d'aquells dies). Fou presentat per Josep Puig i Cadafalch i per Esteve Terrades (Terrades fou un dels impulsors principals de les idees relativistes a Catalunya). També visità l'Escola Industrial.

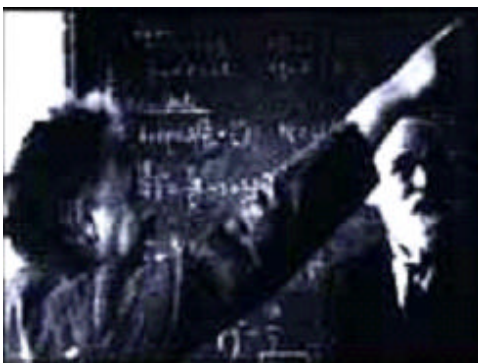


L'any 1925, Einstein publica un article sobre l'estadística dels gasos quàntics, el qual aporta un argument a favor del caràcter ondulatori de la matèria. Aquest mateix any, en què proposen l'anomenada estadística de Bose-Einstein, Einstein descobreix el "condensat de Bose-Einstein". També publica una teoria unificada del camp gravitatori i del camp electromagnètic. Val a dir que seguirà treballant sobre aquesta qüestió la resta de la seva vida, sense resultats definitius, però tanmateix prosseguits per molts investigadors en les darreres dècades (amb resultats molt interessants, però de moment sense una solució satisfactòria).

La cinquena Conferència de Solvay (1927) representa l'inici de les discussions entre Einstein i Niels Bohr sobre la interpretació de la mecànica quàntica de Heisenberg, Schrödinger i Born.



Bohr i Einstein



El 1932, Einstein i de Sitter formulen la seva teoria de l'Univers

Einstein i de Sitter

Atacat durament pel nazisme des dels anys vint, Einstein emigra als Estats Units (1933). Dos anys després, Einstein, Podolsky i Rosen publiquen un article, que es fa famós de seguida, sobre les estranyeses de la mecànica quàntica (paradoxa EPR).

El 1939, Einstein signa una carta al president Roosevelt advertint de la possibilitat que els alemanys puguin estar construint armes nuclears. El 1945 li va enviar una altra carta per dissuadir-lo d'utilitzar la bomba atòmica.

El darrer treball teòric important és una "teoria de la relativitat generalitzada" (1949). Amb ocasió del seu setantè aniversari, es publica l'obra col·lectiva *Albert Einstein, Philosopher-Scientist*, la qual conté unes notes autobiogràfiques (*Autobiografia*).

Relativitat [1]

Relativitat especial

The core of relativity theory consists of a new physical theory of space and time, and we specifically say “physical” rather than “philosophical” because this theory can be tested experimentally. W. Rindler, *Essential Relativity*, pàg. 1.

Les equacions de Maxwell impliquen que el camp elèctric i el camp magnètic en el buit satisfan l'equació d'ones de velocitat $1/\sqrt{\mathbf{m}_0\mathbf{e}_0}$, on \mathbf{m}_0 i \mathbf{e}_0 són constants anomenades, respectivament, permeabilitat i permitivitat del buit. Aquest fet, junt amb la constatació que numèricament es té la igualtat $\mathbf{m}_0\mathbf{e}_0 = c^{-2}$, on c és la velocitat de la llum en el buit, va conduir a la teoria electromagnètica de la llum (Maxwell), amb la consegüent unificació de l'òptica i l'electromagnetisme.

Tanmateix, de seguida va sorgir la pregunta, per analogia amb la propagació del so en un fluid, sobre quin era el medi en el qual es propagava la llum. D'aquest hipotètic medi, identificat sovint amb l'espai absolut de Newton, se n'ha dit de diverses maneres des dels temps de Descartes: *èter*, *èter còsmic*, *èter lumínic* o *medi lumínic*. Sense entrar ara en les estranyes propietats mecàniques que aquest medi hauria de tenir (segons Maxwell “similars a les d'un sòlid elàstic incompressible), el cas és que es va plantejar el dubte sobre si les equacions de Maxwell eren (a) només vàlides en el referencial en repòs respecte de l'èter, o bé (b) si de fet eren vàlides en tota referència inercial. La possibilitat que les equacions de Maxwell fossin incorrectes no es va plantejar seriosament, ja que s'havien comprovat en nombroses i molt diverses circumstàncies, i amb un grau de precisió superior al de les mesures mecàniques. Notem que en la hipòtesi (a), i com a conseqüència de la natura ondulatoria de la llum, en una referència en repòs respecte de l'èter la velocitat c és la mateixa en totes les direccions i independent de l'estat del moviment del focus emissor.

L'opció (b), que s'anomena *principi de relativitat*, i que ja havia estat enunciat per H. Poincaré (*El valor de la Ciència*, Espasa-Calpe, Austral 628, p. 111: “... les lleis dels fenòmens físics han de ser les mateixes per un observador fix que per un observador en moviment uniforme de translació respecte d'aquell”), avui ens sembla més natural, ja que d'una banda les lleis de la mecànica tenen la mateixa formulació en qualsevol referència inercial “principi de relativitat de Galileu”) i de l'altra perquè les observacions experimentals que van servir de base per obtenir les equacions de Maxwell no es van fer en una referència en repòs respecte de l'hipotètic èter. Ultra el ben conegut moviment de la Terra al voltant del Sol, a una velocitat de l'ordre de 30 km/s, avui se sap (a partir de les dades del satèl·lit COBE sobre la radiació còsmica de fons) que el sistema solar s'està movent a una velocitat 365 ± 18 km/s envers la constel·lació de Virgo a causa del moviment de la Via Làctea respecte de les galàxies veïnes i del Sol respecte del centre de la Via Làctea (220 km/s).

Sigui com sigui, Einstein parteix d'acceptar (b). En la introducció del seu article del 1905, ho justifica així:

Sabem que l'electrodinàmica de Maxwell —tal com la solem entendre actualment— aplicada a cossos en moviment, condueix a asimetries que no semblen inherents als fenòmens. Pensem, per exemple, en la interacció electrodinàmica entre un imant i un conductor. El fenomen observable només depèn, en aquest cas, del moviment relatiu del conductor i l'imat, mentre que la concepció habitual distingeix molt clarament dos casos, segons quin d'aquests dos cossos es mou. Si l'imat es mou i el conductor està en repòs, es crea al voltant de l'imat un camp elèctric de certa energia, que genera un corrent en el [...] conductor. Però si l'imat està en repòs i el conductor es mou, no es crea al voltant de l'imat cap camp elèctric, sinó una força electromotriu en el conductor, a la qual no correspon pròpiament cap energia, però que —suposant que el moviment relatiu sigui idèntic en tots dos casos— genera corrents elèctrics de la mateixa intensitat i la mateixa evolució temporal que les que produeixen les forces elèctriques en el primer cas.

Exemples d'aquesta mena, així com els intents fallits de constatar cap moviment de la Terra respecte el *medi lumínic* [experiment de Michelson–Morley, 1887, o de Trouton–Noble, 1903] fan conjecturar que cap propietat dels fenòmens no correspon al concepte de repòs absolut, tant en la mecànica com en l'electrodinàmica, sinó que, més aviat, en *tots els sistemes de coordenades en què són vàlides les equacions mecàniques, són vàlides també les mateixes equacions electrodinàmiques i òptiques*, com ja s'ha demostrat per a magnituds de primer ordre [Lorentz, 1895]. Volem elevar aquesta conjectura (el contingut de la qual anomenarem *principi de relativitat*) a la categoria de postulat i introduir, a més, el postulat —només en aparença incompatible amb l'anterior— segons el qual *la llum es propaga en l'espai buit amb velocitat constant c , independentment de l'estat del moviment del cos emissor*. Aquests dos postulats basten per formular una electrodinàmica dels cossos en moviment simple i coherent, basada en la teoria de Maxwell per a cossos en repòs.

[A. Einstein, *Zur Elektrodynamik bewegter Körper*, Annalen der Physik, 17, 1905, pàg. 891-921; en podeu trobar una traducció al català en el llibre *Einstein en català* (els tres articles de 1905 publicats amb motiu del 75è aniversari de la seva visita a Barcelona). Traducció d'O. Strunck i X.

Així doncs, resumidament, el desenvolupament que fa és com segueix. Primer enuncia els dos (sic!) postulats dels quals partirà:

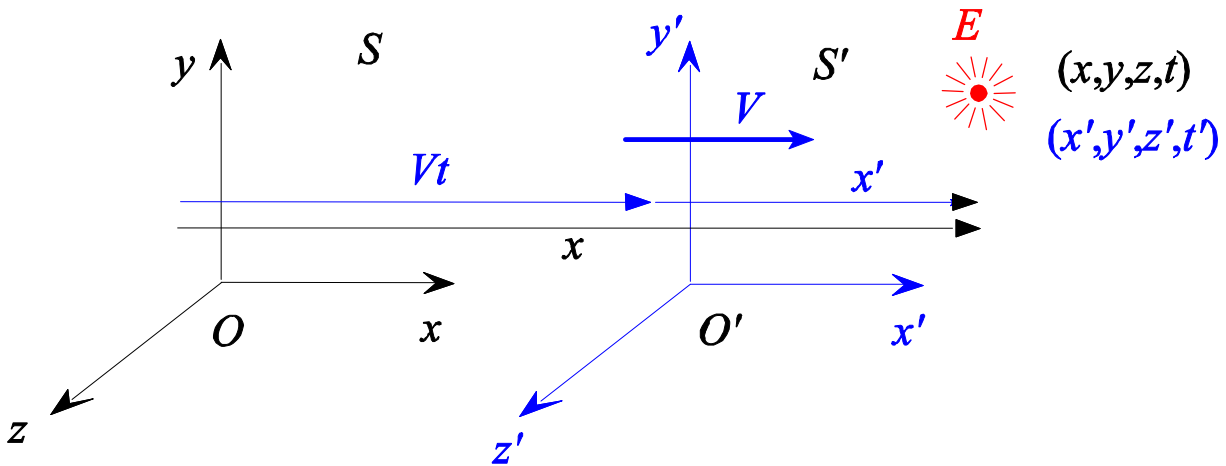
Principi de relativitat (PR): les lleis de la física —mecànica i electromagnetisme— tenen la mateixa forma en tots els sistemes de referència inercials.

Constància de la velocitat de la llum: la velocitat de la llum, c , és la mateixa per a tots els observadors inercials (en totes les direccions i independentment del moviment del focus emissor).

Notem que el PR implica el segon postulat si existeix un sistema inercial en el qual c és la mateixa en totes direccions i independent del moviment del focus emissor. En el marc de la hipòtesi (a), aquest sistema existeix, ja que podem pensar en un referencial en repòs respecte de l'èter. Vist així, el segon postulat és una manera de reduir l'èter a un concepte superflu. Ara, és clar que aquest postulat és incompatible amb la llei d'addició de velocitats de Galileu, que en darrer anàlisi acaba essent una incompatibilitat amb la noció de temps absolut de Newton.

Transformacions de Lorentz

El següent pas, és la determinació de les transformacions que relliguen les coordenades i el temps d'un esdeveniment relativament a dos sistemes inercials diguem S i S' . No és difícil veure que, sense pèrdua de generalitat, es pot suposar que els dos sistemes estan relacionats tal com indica la figura:

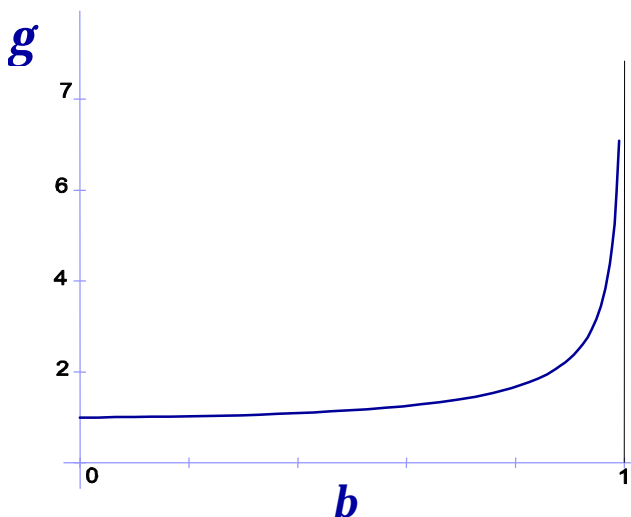


La conclusió a la que arriba Einstein, amb medis matemàtics molt elementals, és que les transformacions coincideixen amb les que ja havia proposat Lorentz. Aquestes transformacions van ser estudiades per Poincaré (va demostrar, entre altres coses, que formaven un grup, el qual des d'aleshores s'anomena *grup de Lorentz*) i venen donades per les equacions següents:

$$x' = g(x - \mathbf{b}(ct)), \quad y' = y, \quad z' = z,$$

$$(ct') = g((ct) - \mathbf{b}x)$$

on hem posat, si V és la velocitat de S' respecte de S , $\mathbf{b} = V/c$, $g = 1/\sqrt{1 - \mathbf{b}^2}$ (hem usat l'expressió ct , en lloc de t i c per separat, per posar més de relleu la simetria entre la transformació de la coordenada d'espai i la transformació relativa al temps; notem que ct és una longitud).



Si V és petita comparada amb c , llavors $\mathbf{b} \approx 0$, $g \approx 1$, i les transformacions de Lorentz es converteixen en les de Galileu. Tal com mostra la gràfica de g com a funció de \mathbf{b} , g tendeix a ∞ quan \mathbf{b} tendeix a 1 (és a dir, quan V tendeix a c), essent el creixement molt lent quan \mathbf{b} és petit i molt gran quan s'apropa a 1. Vegeu la taula per alguns exemples.

Exemples	g
Cotxe ($V = 100 \text{ km/h}$)	1.00000000000000043
Avió ($V = 1000 \text{ km/h}$)	1.000000000000043
Nau espacial escapant gravetat terrestre (40000 km/h)	1.0000000007
Electró en àtoms, partícules en acceleradors ($V \sim 0.5c$)	1.15
$V \sim 0.9c$	2.29
Raigs còsmics $V \sim 0.99c$	7.08

De les transformacions de Lorentz se'n dedueixen fàcilment conseqüències sorprenents pel que fa al concepte de simultaneïtat, a la mesura del temps i de les longituds, i a la composició de velocitats.

Desaparició del concepte absolut de simultaneïtat

Donat que la transformació de Lorentz ens barreja espai i temps, dos “esdeveniments” que tinguin lloc a dos punts diferents i siguin simultanis per a un determinat observador, no ho seran per a un altre observador que es desplaci respecte del primer.

Dilatació del temps (o retard dels rellotges) i contracció de longituds

Si Δt és el temps transcorregut, mesurat amb un rellotge en el sistema S , entre dos “esdeveniments” físics que tenen lloc en un mateix punt del sistema (per exemple, l'encendre's i apagar-se un llum) i $\Delta t'$ és el corresponent temps transcorregut mesurat des del sistema S' , llavors

$$\Delta t' = g \Delta t$$

fet que es coneix com de la “dilatació del temps” (atès que $g > 1$), deguda al moviment de l'observador. També podem dir que S' veu que els rellotges en moviment van més lents. És important observar que mentre a S només li cal un rellotge per mesurar Δt , a S' li'n calen dos per mesurar $\Delta t'$: un coincident amb la posició inicial del rellotge mòbil i l'altra coincident amb la posició final.

Anàlogament, si l és la longitud d'una barra en repòs en el sistema S , situada sobre l'eix x , i l' és la corresponent longitud mesurada des del sistema S' , llavors

$$l' = l/g.$$

Així, doncs, S' veu que els objectes mòbils es contreuen en la direcció del moviment (*contracció de Fitzgerald*).

Composició relativista de velocitats

Si S'' és un sistema que es mou a velocitat V' respecte de S' , en una disposició similar a la de S' respecte de S , llavors es troba que la velocitat de S'' respecte de S és

$$\frac{V + V'}{1 + VV'/c^2}.$$

En el cas en què V i V' siguin petites respecte de c , llavors la composició es redueix a la suma de les velocitats, que és la composició galileiana. D'altra banda, per grans que siguin V i V' , la seva composició mai superarà c , per sorprenent que resulti!

Dinàmica relativista

El principi de relativitat no és compatible, ni formalment ni experimentalment, amb la mecànica de Newton. Formalment, perquè les transformacions que deixen invariants les equacions de Maxwell resulten ser les transformacions de Lorentz, mentre les transformacions que deixen invariants les lleis de la mecànica són les transformacions de Galileu. I físicament perquè hi ha nombrosos experiments que mostren la incompatibilitat de les lleis de la mecànica amb les de l'electromagnetisme. Un dels més reveladors és l'experiment de Fizeau (1851), el qual posà de manifest que la llei de la suma de velocitats vàlida en el context de la mecànica de Galileu no és vàlida en el cas de la llum. Així, doncs, si admetem el principi de la relativitat per a l'electromagnetisme, aleshores estem obligats a modificar la mecànica, i a acceptar un seguit de conseqüències que sovint s'adiuen poc amb la intuïció ordinària.

Massa relativista i energia

Una conclusió fonamental de la mecànica relativista és que la massa m d'una partícula creix amb la velocitat segons la fórmula

$$m = m_0 \gamma,$$

on m_0 és la massa en repòs.

Per altra banda es troba que si de l'aportació d'una energia ΔE n'obtenim un increment Δm de la massa, llavors

$$\Delta E = (\Delta m)c^2.$$

De fet, amb alguns arguments suplementaris es pot establir que una massa qualsevol m equival a una energia E segona la relació $E = mc^2$.

Explicació del magnetisme com efecte relativista de l'electricitat

En la darrera part de l'article d'Einstein s'estableixen les relacions que relliguen els camps elèctrics i magnètics mesurats per S' i per S . Si (E_x, E_y, E_z) i (B_x, B_y, B_z) denoten, respectivament, els camp elèctric i magnètic mesurats per S , i $(E_{x'}, E_{y'}, E_{z'})$ i $(B_{x'}, B_{y'}, B_{z'})$

els mesurats per S' , llavors es tenen les relacions

$E_x = E_{x'}$	$E_y = \mathbf{g}(E_{y'} + VB_{z'})$	$E_z = \mathbf{g}(E_{z'} - VB_{y'})$
$B_x = B_{x'}$	$B_y = \mathbf{g}(B_{y'} - \frac{V}{c^2} E_{z'})$	$B_z = \mathbf{g}(B_{z'} + \frac{V}{c^2} E_{y'})$

Aquestes fórmules mostren que el camp elèctric i el camp magnètic no tenen un significat absolut per separat, sinó només com una entitat conjunta (el *camp electromagnètic*). Per exemple, a una càrrega puntual en repòs a l'origen de S' només produeix un camp elèctric $(E_{x'}, E_{y'}, E_{z'})$, el camp de Coulomb de la càrrega. Aplicant les fórmules anteriors es troba que aquesta càrrega, vista per S , produeix un camp elèctric $(E_{x'}, \mathbf{g}E_{y'}, \mathbf{g}E_{z'})$ i un camp magnètic $(0, -\mathbf{g} \frac{V}{c^2} E_{z'}, \mathbf{g} \frac{V}{c^2} E_{y'})$. El camp elèctric coincideix amb el resultat de transformar el camp de Coulomb segons les lleis de transformació de les forces (que no hem escrit aquí), de manera que per a S és el camp de Coulomb de la càrrega puntual mòbil, mentre que el camp magnètic coincideix amb el donat per la fórmula de la força de Lorentz per a càrregues en moviment. Veiem així que de fet el camp magnètic el podem interpretar, si volem, com un efecte relativista de les forces elèctriques.

Efecte Doppler relativista

Una altre conseqüència remarcable de les transformacions del camp electromagnètic és la fórmula per a l'efecte Doppler relativista. Si $(E_{x'}, E_{y'}, E_{z'})$ i $(B_{x'}, B_{y'}, B_{z'})$ són el camp elèctric i magnètic d'una ona electromagnètica de freqüència n' que es propaga en la direcció de x' , llavors es pot veure que les transformacions d'Einstein donen que (E_x, E_y, E_z) i (B_x, B_y, B_z) són els camps elèctric i magnètic d'una ona electromagnètica de freqüència

$$n = \sqrt{\frac{1-b}{1+b}} n' .$$

Notem que l'efecte Doppler clàssic per al canvi de freqüències ve donat per la relació

$$n = \frac{1-b}{1+b} n' .$$

Relativitat general

El 1907 Minkowski va posar de manifest que el grup de Lorentz coincideix amb el de les transformacions lineals que deixen invariant la forma diferencial

$$ds^2 = c^2 dt^2 - (dx^2 + dy^2 + dz^2) = (dx^0)^2 - (dx^1)^2 - (dx^2)^2 - (dx^3)^2,$$

anomenada *mètrica de Minkowski*, on posem $x^0 = ct$, $x^1 = x$, $x^2 = y$, $x^3 = z$. Això permet veure l'espai-temps, per analogia amb la geometria euclidiana, com una geometria. Físicament, és la geometria d'un espai sense matèria.

L'objectiu de la relativitat general és descriure la geometria de l'espai en presència de matèria. En coordenades arbitràries

$$x^a \equiv [x^0, x^1, x^2, x^3]$$

(els índexs grecs prenen els valors 0, 1, 2, 3), el camp gravitatori es representa per quantitats $g_{\mathbf{m}}$ tals que $g_{\mathbf{m}} = g_{\mathbf{m}}$, amb les quals es pot formar la *mètrica d'Einstein*

$$g_{\mathbf{m}} dx^{\mathbf{m}} dx^{\mathbf{n}}$$

(seguint el criteri de sumació d'Einstein, hi ha un sumatori per als índexs repetits). Per exemple, en coordenades rectangulars en l'entorn d'un punt en caiguda lliure, la *mètrica d'Einstein* coincideix amb la mètrica de Minkowski. Un altre exemple interessant és el cas de les mètriques amb simetria esfèrica que en coordenades polars es poden escriure en la forma

$$a dr^2 + r^2(d\mathbf{q}^2 + \sin^2 \mathbf{q} d\mathbf{f}^2) - bc^2 dt^2,$$

on a i b són funcions de r que tendeixen a 1 quan r tendeix a infinit.

Les expressions

$$\Gamma^l_{\mathbf{m}} = g^{ls} (\partial_{\mathbf{m}} g_{s\mathbf{n}} + \partial_{\mathbf{n}} g_{s\mathbf{m}} - \partial_s g_{\mathbf{m}\mathbf{n}}),$$

on $\partial_a = \partial / \partial x^a$, s'anomenen *símbols de Christoffel* ($g^{\mathbf{m}}$ es defineixen de manera que $g^{\mathbf{m}} g_{\mathbf{a}\mathbf{n}} = \mathbf{d}_{\mathbf{n}}^{\mathbf{m}}$, essent $\mathbf{d}_{\mathbf{n}}^{\mathbf{m}} = 1$ quan $\mathbf{m} = \mathbf{n}$ i $\mathbf{d}_{\mathbf{n}}^{\mathbf{m}} = 0$ si $\mathbf{m} \neq \mathbf{n}$).

Els dos resultats principals de la teoria de la relativitat general són l'equació del moviment d'una partícula sota la influència del camp gravitatori i les equacions que determinen la mètrica d'Einstein a partir de la matèria-energia (*equacions d'Einstein*).

El moviment d'una partícula sota la influència del camp gravitatori es regeix per l'equació

$$\frac{d^2 x^a}{dt^2} = -\Gamma^a_{bg} \frac{dx^b}{dt} \frac{dx^g}{dt},$$

on t és el temps propi de la partícula (és el temps donat per un rellotge que es mou amb la partícula). En termes geomètrics, les solucions d'aquesta equació són les geodèsiques de la mètrica d'Einstein.

Abans de formular les equacions d'Einstein, convé introduir algunes nocions prèvies. De la mateixa manera que el camp gravitatori es tradueix en les quantitats g_{mm} , la distribució de matèria-energia es descriu per quantitats T_{mm} . Per altra banda, el *tensor de Riemann*, R^l_{ms} , i el *tensor de Ricci*, R_{mm} , de la mètrica d'Einstein es defineixen per les fórmules

$$R^l_{ms} = \partial_n \Gamma^l_{ms} - \partial_s \Gamma^l_{mn} + \Gamma^h_{ms} \Gamma^l_{hn} - \Gamma^h_{mn} \Gamma^l_{hs}$$

$$R_{mm} = R^l_{mln}$$

La *curvatura escalar*, R , es defineix per la fórmula

$$R = g^{mm} R_{mm}.$$

Finalment podem escriure les equacions d'Einstein:

$$R_{mm} - \frac{1}{2} R g_{mm} = 8\pi T_{mm}.$$

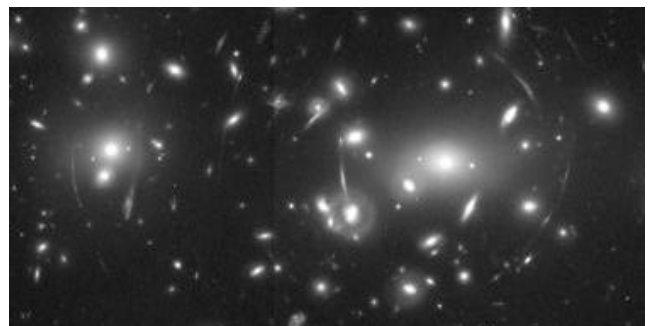
En resum, la distribució de matèria-energia determina la mètrica d'Einstein via les equacions d'Einstein i la mètrica d'Einstein determina el moviment de les partícules via l'equació geodèsica.

Per exemple, la mètrica

$$a dr^2 + r^2(d\mathbf{q}^2 + \sin^2 \mathbf{q} d\mathbf{f}^2) - bc^2 dt^2$$

que hem considerat anteriorment satisfà les equacions d'Einstein per $b = 1 - 2m/r$, $a = 1/b$, m una constant (aquesta solució fou descoberta per Schwarzschild el 1916).

En l'establiment de la relativitat general, Einstein va usar l'anomenat *principi d'equivalència*, el qual estipula que les referències accelerades i les referències en un camp gravitatori són equivalents. Entre les conseqüències força directes d'aquest principi hi ha el desviament dels raigs de llum que passen prop d'objectes massius (la



primera observació d'aquest efecte es va fer en l'eclipsi total de Sol de 1919), efecte que explica el fenomen de les lents gravitatòries. Una altra predicció és el retard dels rellotges situats en un camp gravitatori, o, equivalentment, un efecte Doppler gravitatori. Més concretament, la relació entre els temps t_A i t_B marcats per rellotges situats en punts A i B d'un camp gravitatori és, en primera aproximació,

$$t_A = t_B \left(1 + \frac{f_A - f_B}{c^2}\right),$$

on f_A i f_B són els potencials en els punts A i B , respectivament. Prenent inversos dels temps obtenim que la freqüència n_B d'una ona electromagnètica rebuda a B ve donada, en termes de la freqüència de la mateixa ona emesa a A , i també en primera aproximació, per

$$n_B = n_A \left(1 + \frac{f_A - f_B}{c^2}\right).$$

Aquestes fórmules, així com el retard dels rellotges en moviment, són fonamentals per garantir un funcionament correcte dels sistemes de posicionament global, ja que de no tenir-los en compte se'n deriva que en menys de mitja hora els resultats ja serien inservibles.

La relativitat general és un ingredient indispensable en totes les teories astrofísiques i cosmològiques modernes. Prediu l'existència d'ones gravitacionals, i la quantitat d'energia que poden transportar, efectes que s'han mesurat indirectament, però amb molta precisió, mitjançant l'observació de púlsars en sistemes binaris d'estrelles de neutrons (un dels reptes que tenen plantejats actualment els científics és el de la detecció de les ones gravitacionals, d'un cert rang de longituds d'ona, que arriben a la Terra, necessitant-se poder detectar variacions en la posició d'uns pèndols massius –degudes a l'acció de les ones gravitacionals que provenen d'altres punts de l'univers– que afectin la 20-ava xifra significativa!). Prediu l'existència de forats negres, l'existència dels quals és avui fora de tot dubte, en base a una multiplicitat d'observacions que s'han fet en els darrers anys. Altres prediccions que s'estan experimentant en l'actualitat són la precessió de l'eix de rotació d'un giroscopi en òrbita al voltant de la Terra causada pel camp gravitatori de la Terra i, en menor proporció, per la rotació de la Terra al voltant del seu eix.

En regions en les quals $T_{mm} = 0$, l'equació d'Einstein s'escriu

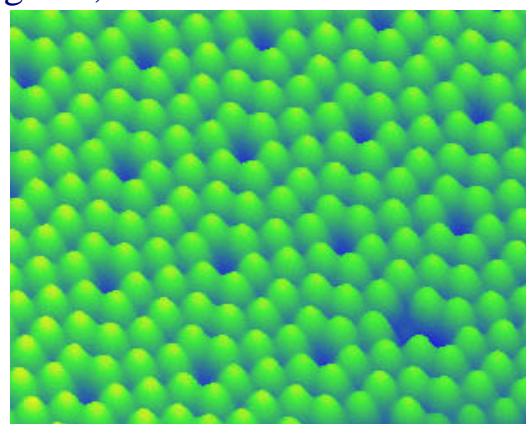
$$R_{mm} = I g_{mm}, \quad I = \frac{1}{2} R.$$

L'equació $R_{mm} = I g_{mm}$ és una equació purament matemàtica i els espais amb mètrica g_{mm} que la compleixen, anomenats *espais d'Einstein*, han estat, i són, objecte de recerques importants en el camp de la geometria diferencial.

Física Estadística, clàssica i quàntica

Mida dels àtoms i moviment brownià

En la seva tesi (1905), Einstein proposa un nou mètode per a la determinació de les dimensions moleculars i del nombre d'Avogadro, N . Fins aquell moment, aquestes qüestions s'havien enfocad mitjançant la teoria cinètica dels gasos, i els resultats eren més o menys concordants. Einstein, en canvi, usa líquids, per als quals no hi havia una teoria cinètica (és a dir, de física estadística) suficientment desenvolupada, i la precisió que obté és similar a la dels altres mètodes. En un moment històric en què encara molts científics dubtaven de l'existència dels àtoms, aquests treballs d'Einstein van contribuir d'una manera molt substancial a què fos generalment acceptada. La imatge mostra com es veuen, avui en dia, els àtoms de Si amb el microscopi d'efecte túnel.



Einstein parteix d'un solvent de viscositat k i d'una solució en aquest solvent de viscositat k^* . Si j i D són, respectivament, la fracció del volum ocupat pel solut i el seu coeficient de difusió, Einstein obté les equacions

$$(1) \quad k^* = k(1+j), \quad (2) \quad D = \frac{RT}{6\pi k} \cdot \frac{1}{NP},$$

on P és el radi de les molècules del solut. Això li permet obtenir P i N :

$$N = 2.1 \times 10^{23}, \quad P \approx 10^{-9} \text{ m}.$$

L'equació (1) va resultar errònia. Ho va descobrir Jaques Bancelin experimentalment. La fórmula fou corregida, a sol·licitud d'Einstein, per Ludwig Hoff (1911), obtenint

$$k^* = k\left(1 + \frac{5}{2}j\right),$$

d'on resulta que $N = 6.56 \times 10^{23}$, molt més proper al valor actualment acceptat,

$$N = 6.0221367(36) \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}.$$

Pel que fa al moviment brownià, és a dir, al moviment irregular de partícules microscòpiques en suspensió en un líquid, la hipòtesi d'Einstein va ser que era degut als xocs amb les partícules de les molècules del líquid i es va proposar trobar el recorregut mitjà l d'aquestes partícules en un temps t . El resultat al qual va arribar és que si T és la temperatura absoluta del líquid i r el radi de les partícules, llavors

$$l = \sqrt{\frac{RT}{3\pi N r \eta}} t,$$

on η és la viscositat del líquid, R la constant dels gasos i N el nombre d'Avogadro.

La fórmula de difusió d'Einstein, i el fenomen de “rotació browniana” que va preveure el mateix 1905, van ser confirmats experimentalment i amb molta precisió per Jean Perrin (1908; premi Nobel 1926). El 1906 Einstein va aplicar les idees que havia emprat per al seu model del moviment brownià a la descripció de l'anomenat “soroll brownià” en circuits electrònics.

Quanta de llum i efecte fotoelèctric

Partint de la llei de Wien (1896), segons la qual la densitat d'energia $r(\nu, T)$ de la radiació d'un cos negre a temperatura T i per a la freqüència ν és

$$r(\nu, T) = a \nu^3 e^{-b\nu/T} \quad (a \text{ i } b \text{ constants}),$$

(fòrmula vàlida en el límit de freqüències elevades) i considerant la radiació com un sistema termodinàmic en equilibri, arriba a la fórmula

$$S - S_0 = (E / b\nu) \log(V / V_0)$$

per al canvi d'entropia en passar d'un volum S_0 a un volum S tot mantenint l'energia E constant. Comparant amb la fórmula de Boltzmann

$$S - S_0 = k \log W$$

(on k pot ser la constant de Boltzmann) que expressa la variació de l'entropia en termes de l'anomenada “probabilitat termodinàmica” W (un nombre que es calcula essencialment per mètodes de combinatòria), Einstein conclou que la llum monocromàtica de freqüència ν es comporta, respecte de l'equilibri tèrmic, i des d'un punt de vista estadístic (macroscòpic), com si estès formada per

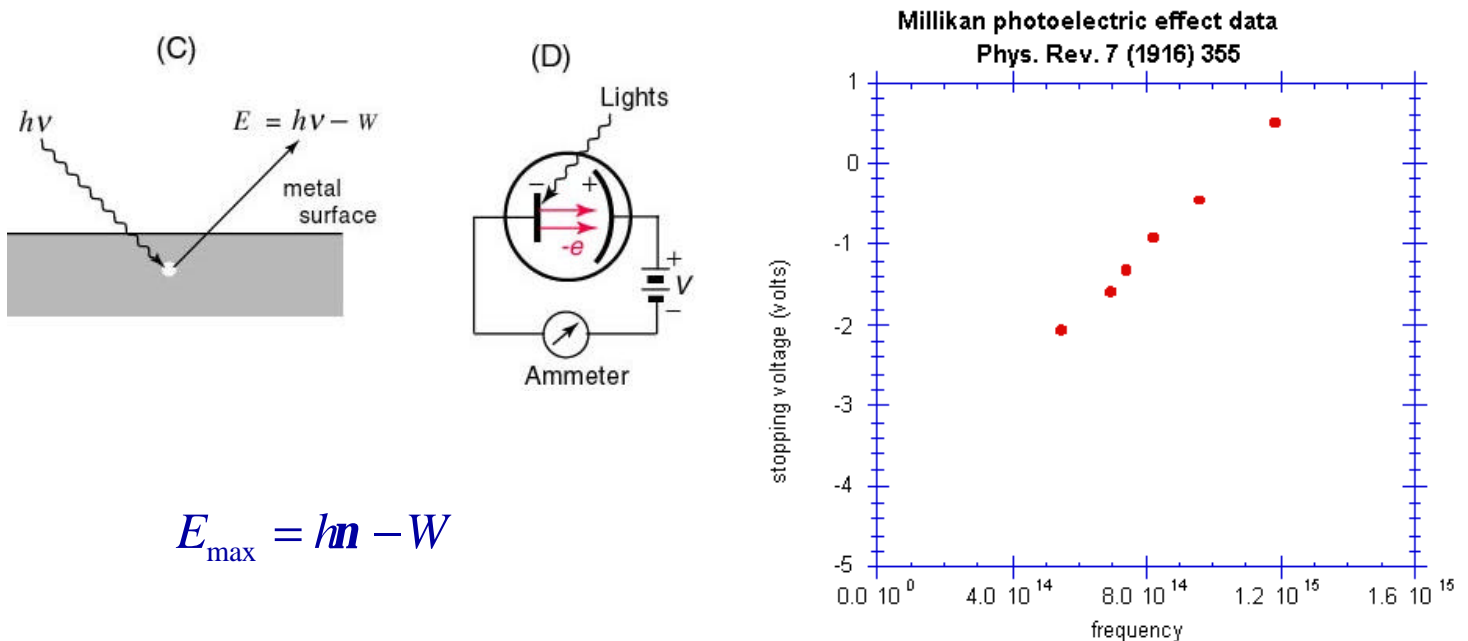
$$N' = E / kbn$$

quanta d'energia independents (cadascun amb una energia $kbn = hn$, on h és la constant de Planck, i on la darrera relació s'obté comparant amb la llei de Planck; v. pàg. 27).

Com aplicació, Einstein analitza l'efecte fotoelèctric, és a dir, el fet, descobert per Hertz, que una superfície metàl·lica emet electrons quan s'hi fa incidir un raig de llum. Si la llum incident té freqüència n , i es suposa que l'energia d'aquesta radiació està formada per quanta d'energia hn , llavors l'energia màxima dels electrons emesos serà

$$E_{\max} = hn - W,$$

on W és l'energia necessària per arrencar un electró. Això implica que no hi haurà emissió d'electrons si $hn < W$; i que si $hn > W$, llavors l'energia dels electrons no depèn de la intensitat de llum, sinó només de la freqüència n , essent de fet una funció lineal de n . Aquestes remarcables conclusions, tan allunyades de la concepció ondulatoria de la llum vigent fins aleshores, van ser confirmades experimentalment per Robert Millikan el 1916 (premi Nobel 1923), obtenint, en particular, una nova determinació de h . A la figura següent podeu veure esquematitzacions de l'efecte fotoelèctric, de l'arranjament experimental de Millikan i dels valors experimentals que obtingué.



$$E_{\max} = hn - W$$

Essent partidari convençut de la teoria ondulatoria, la posició de Millikan davant de la teoria d'Einstein és d'absoluta consternació, com ho mostra que el 1916 deixés dit que “he passat 10 anys de la meua vida intentant demostrar experimentalment que les diverses prediccions d'Einstein sobre l'efecte fotoelèctric eren falses (en tant que atemptaven frontalment contra les teories clàssiques), i l'únic que he fet és anar comprovant, una darrera l'altra, la correcció de totes i cada una d'aquelles prediccions!”

Convé adonar-se que el quàntum d'Einstein és conceptualment diferent del quàntum de Planck. Per bé que l'energia dels dos s'expressa per la mateixa fórmula, $h\nu$, la freqüència del quàntum de Planck és la d'un oscil·lador harmònic, mentre que la del d'Einstein és la freqüència d'una ona electromagnètica. Einstein no tardarà en investigar la relació entre els dos, com veurem tot seguit.

Calor específica dels sòlids

Al 1906 i 1907, Einstein aplica les idees quàntiques a l'anàlisi de la calor específica dels sòlids i no només resol les dificultats que fins aleshores s'havien acumulat (una incomprendible disminució, a baixes temperatures, de la calor específica, la qual sembla tendir a 0 quan $T \rightarrow 0$, en contra del valor constant que dona la teoria clàssica!), sinó que troba connexions noves i inesperades entre les propietats tèrmiques, òptiques i elàstiques dels sòlids. Es tracta, de fet, del primer argument aportat en Física que mostra la necessitat d'introduir consideracions quàntiques per a la *matèria*, sense intervenció rellevant de la radiació electromagnètica. Einstein fa la hipòtesi que l'energia d'oscil·lació mecànica dels "àtoms" en un sòlid, al voltant de les seves posicions d'equilibri, no pot prendre qualsevol valor, sinó que (seguint un camí similar al que havia seguit Planck) sols pot prendre valors múltiples d'una quantitat fonamental, hf , on h és la mateixa constant introduïda per Planck, i f és la freqüència de vibració dels àtoms. En particular, introdueix doncs que el valor mitjà de l'energia d'un oscil·lador ja no és kT com en la teoria cinètica clàssica (principi d'equipartició de l'energia), sinó $hf / (e^{hf/kT} - 1)$, i així arriba a una expressió explícita per a la calor específica dels sòlids en la forma:

$$C = 3R \cdot e^x \left(\frac{x}{e^x - 1} \right)^2, \quad x = T_E / T,$$

on $T_E \equiv hf / k$ es coneix actualment com la "temperatura d'Einstein", de manera que C en efecte tendeix a 0 quan $T_E / T \rightarrow \infty$. Això mostra, en particular, que la llei clàssica de Dulong-Petit (segons la qual la calor específica és sempre $3R$, $R = N \cdot k = 8.314$ J/K/mol la constant dels gasos, ~ 6 cal/grau) només és vàlida per a temperatures altes respecte la freqüència de vibració dels àtoms (tals que $T_E / T \rightarrow 0$). La teoria d'Einstein, algunes hipòtesis de la qual (com per exemple el fet de suposar una única freqüència de vibració possible dels àtoms) podien ser simplificacions excessives (com ell mateix reconeixia), va resultar ser remarcablement correcta, com comprovà experimentalment Nernst el 1910 (premi Nobel de Química el 1920), i van constituir el primer argument a favor de la quantificació de la matèria.

Dualitat ona-partícula

Prosseguint amb les anàlisis quàntiques, i emprant els mètodes de física estadística, estableix que la fluctuació quadràtica mitjana $(\Delta E)^2$ de l'energia de la radiació electromag-

nètica en equilibri ve donada, en el cas que com a densitat de radiació electromagnètica en equilibri tèrmic es prengui la de Planck, per la fórmula

$$(\Delta E)^2 = V dn [h\nu r + (c^2 / 8\pi n^2) r^2],$$

on $r = r(n, T) = \left(\frac{8\pi n^2}{c^3} \right) h\nu / (e^{h\nu/kT} - 1)$ és la densitat de Planck, i en la qual $h\nu r$, dominant per a freqüències altes, té la mateixa forma que la que dona la fluctuació d'un gas de partícules, i $(c^2 / 8\pi n^2) r^2$, dominant per a freqüències baixes, s'explica com a una fluctuació produïda per la interferència d'ones electromagnètiques.

Una altra aplicació de la relació (quàntica) entre matèria i radiació és l'anomenada llei d'equivalència fotoquímica per a reaccions químiques induïdes per la llum, que obtingué el 1913. Aquesta llei estipula que reacciona una única molècula de la substància per a cada quàntum de llum absorbit. En honor a aquest descobriment, un mol de quàntums de llum (o fotons) s'anomena un *einstein* (és una unitat dependent de la freqüència).

Efectes quàntics en la interacció llum-matèria

Quan Einstein culmina el seu treball sobre relativitat general el 1916, retorna amb més intensitat a les qüestions quàntiques. En aquella època (1916-1917) es disposava d'arguments sòlids clars per a introduir la quantificació en la matèria (calor específica dels sòlids –Einstein 1907–, i model d'òrbites atòmiques –Bohr 1913–), i alguns arguments, molt poc acceptats, per a la quantificació de la radiació electromagnètica –Einstein 1905 i 1909–. De fet, tothom menys Einstein estaven convençuts que la radiació era clàssica (la teoria ondulatoria electromagnètica de Maxwell estava tan provada!...), i que, si de cas, els aspectes aparentment quàntics que s'havien observat en la radiació (Planck 1900; Einstein 1905, Millikan 1916) no eren intrínsecs d'aquesta, sinó que tindrien el seu origen en algun detall de la interacció de la llum amb la matèria (en el moment de la generació o de l'absorció de la llum); detall que s'acabaria entenent algun dia, per descomptat en el marc de la teoria clàssica (almenys per a la radiació)

Einstein va publicar tres articles en els anys 1916 i 1917 [2-4] (el més conegut és el tercer) on, precisament, abordava aquest difícil tema: quins eren, i quines propietats tenien, els fenòmens bàsics d'interacció entre la llum i la matèria (àtoms)? En aquells moments, Einstein (ni ningú altre), no tenia una teoria microscòpica que pogués descriure els fenòmens d'interacció incorporant-hi els aspectes quàntics; però, a partir de la llei de Planck, del model de Bohr i de les seves idees sobre els quanta de llum, i manejant, com sempre, de manera senzilla, elegant i eficient els coneixements sobre física estadística, va avançar bastant en el procés. Va considerar un conjunt de molècules (cadascuna amb dos estats d'energia E_1 i E_2 , veure figura 1 més avall) en interacció amb radiació electromagnètica, estant tot el sistema en equilibri termodinàmic a temperatura T , i va imposar el següent:

- La llei de Planck per a la radiació electromagnètica, $r = r(n, T)$, ja indicada.

- La llei de Boltzmann, per a la “població” (nombre de molècules N_1 i N_2) dels estats moleculars d’energies E_1 i E_2 :

$$\frac{N_2}{N_1} = e^{-(E_2-E_1)/k_B T} .$$

- L’estacionarietat de les poblacions N_1 i N_2 , i
- L’assumpció que un sol quàntum de llum intervé en cada procés d’interacció.

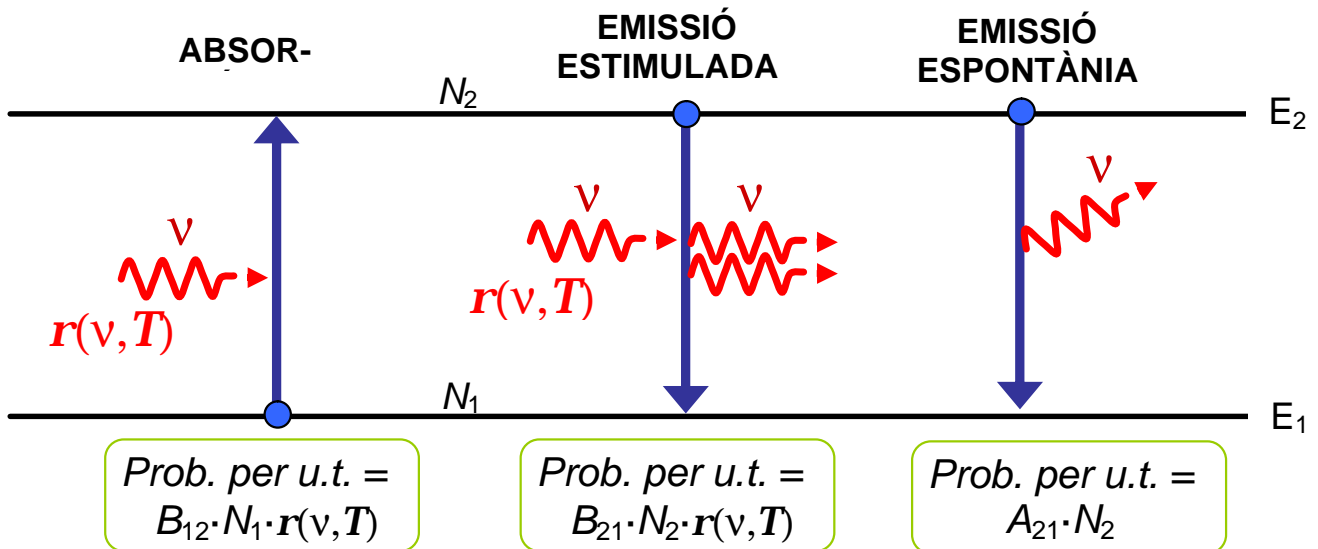


Figura 1. Els tres processos bàsics d’interacció llum-matèria descrits per Einstein al 1917.

Amb tot això, va concloure fàcilment que la (segurament única) manera que aquestes condicions siguin compatibles entre sí és que han d’existir tres processos bàsics a través dels quals té lloc pràcticament tota la interacció entre la llum i els àtoms o molècules (v. figura 1):

- El d’*absorció*, amb una probabilitat de transició per unitat de temps

$$P_{1 \rightarrow 2} = B_{12} \cdot N_1 \cdot \mathbf{r}(\mathbf{n}, T) .$$

- El d’*emissió estimulada*, amb

$$P_{2 \rightarrow 1} = B_{21} \cdot N_2 \cdot \mathbf{r}(\mathbf{n}, T) , \quad \text{i}$$

- El d’*emissió espontània*, amb

$$P_{2 \rightarrow 1} = A_{21} \cdot N_2 .$$

El primer i el tercer eren ja coneguts anteriorment, si més no de manera qualitativa (l’emissió espontània és el procés pel qual es genera la major part de la llum que utilitzem en la nostra vida). El segon era completament nou (sense aquest procés no hi ha compatibilitat amb la llei de Planck, sols n’hi ha amb la llei de Wien!), i no va ser descobert experimentalment fins uns anys després (1928, Landenburg i Kopfermann). Com és

ben sabut, aquest procés és el que, molt més tard, va donar lloc primer al *màser* i després al *làser* –ho veurem amb més detall després–.

Els coeficients B_{12} , B_{21} i A_{21} són els denominats “coeficients d’Einstein”, i el seu valor depèn de cada parella d’estats moleculars concreta. Einstein no els podia calcular, però avui en dia es poden calcular a partir de les lleis bàsiques de la mecànica i l’electrodinàmica quàntiques. No obstant, Einstein va deduir, de les consideracions anteriors, que aquests coeficients verifiquen necessàriament les següents relacions:

$$\begin{aligned} B_{12} &= B_{21} \\ A_{21} &= B_{21}(8\pi h\nu^3 / c^3) \end{aligned} \tag{1}$$

La primera relació expressa la simetria de processos inversos a nivell microscòpic. La segona relació ens indica que la probabilitat del procés de l’emissió espontània conté un factor que creix proporcionalment a la freqüència de la llum al cub. Això indica que, per exemple, l’eficiència de l’emissió espontània és molt més elevada en el domini òptic de l’espectre (dominis infraroig, visible i ultraviolat) que no en el domini de les microones o de radiofreqüència. Això explica per què el màser es va descobrir abans que el làser, ja que l’emissió espontània és un competidor de l’emissió estimulada.

Un altre fet a destacar és que Einstein va haver de suposar que els tres processos d’interacció llum-matèria assenyalats són estocàstics, en quant al moment exacte en què tindran lloc. Això vol dir que l’instant en què es produirà un procés d’absorció, o d’emissió, no es pot precisar, sols se’n pot donar una informació estadística, probabilística.

En el tercer article citat, Einstein fa una aportació addicional, que ell considerava altament important: per primera vegada de forma explícita, es fixa no sols en l’energia de les ones lluminoses (o dels *quanta* de llum), sinó també en el seu moment lineal. El resultat més rellevant és que, per tal que hi hagi compatibilitat amb la física estadística, en particular perquè la distribució de Maxwell de les velocitats de translació moleculars es mantingui en el temps, en presència dels processos d’absorció i emissió de la radiació (altra vegada un raonament de física estadística...), en cada procés d’emissió o d’absorció hi ha d’haver necessàriament un intercanvi de moment en una quantitat $\vec{p} = \hbar\vec{k}$, on \vec{k} és el vector d’ona de la llum absorbida o emesa ($|k| = 2\pi\nu / c$, $\hbar = h / 2\pi$):

“Si un paquet (*bundle*) de radiació fa que una molècula emeti o absorbeixi una quantitat d’energia $h\nu$, llavors un moment $h\nu/c$ és transferit a la molècula, dirigit al llarg del del paquet en cas d’absorció, i oposat al del paquet en cas d’emissió”.
[Einstein, 1917 (veure ref. 4)]

Einstein donava, doncs, el 1917, una imatge gairebé completa del quàntum lluminós: aquest té una energia $E = \hbar\omega$, $\omega = 2\pi\nu$, i un moment $\vec{p} = \hbar\vec{k}$. És sorprenent que Einstein

no hagués considerat explícitament el moment ja uns quants anys abans, tant més quan satisfà també les fórmules de dinàmica relativistes (amb massa 0).

Aquest intercanvi de moment pot semblar lògic en el cas de l'absorció o l'emissió estimulada, però va resultar molt sorprenent en el cas de l'emissió espontània. Aquesta, es tendia a considerar que era com l'emissió d'un oscil·lador, de manera que radia una ona electromagnètica que es propaga de forma simètrica, en pràcticament totes direccions. Si fos aquest el cas, llavors no hi hauria transmissió d'impuls de la molècula al camp electromagnètic, contràriament a les clares conclusions d'Einstein. Per assegurar la compatibilitat de les fórmules estadístiques, Einstein va haver de considerar que l'emissió espontània es produïa en una direcció determinada qualsevol, i que aquesta direcció canviava a l'atzar, d'un esdeveniment d'emissió a un altre.

Amb tot això, la imatge dels *quanta* de llum es reforçava enormement (si bé no va ser suficient encara perquè els seus coetanis l'acceptessin!). Einstein n'estava ja plenament convençut (si bé el nom "fotó" no li va donar ell, sinó que va ser Lewis qui el va introduir el 1926), però és bo assenyalar aquí que aquesta problemàtica de l'estocasticitat en temps (dels processos d'absorció i emissió) i en direcció (de l'emissió espontània) començava a causar inquietud a Einstein. Cal observar que Einstein, quan els seus raonaments el portaven en alguna direcció, fos tan novedosa com fos, no dubtava gens en adoptar i defensar les corresponents conclusions; i, per tant, acceptava l'estocasticitat. No obstant, al mateix temps, estava veient que aquesta (és adir, l'atzar), començava a jugar un paper massa fonamental en els processos físics: per a ell, l'estadística havia estat sempre una simple eina matemàtica, la qual permetia seguir endavant en casos en que no es tenia una informació prou completa sobre l'estat detallat, a nivell microscòpic, d'un sistema macroscòpic. En canvi, ara, veia que, en els processos d'interacció llum-matèria, l'estocasticitat semblava estar en la pròpia arrel o natura de cada procés, sobretot en el cas de l'emissió espontània (qui determinava quan i en quina direcció s'emetria el quàntum de llum?). La idea que es va fer Einstein és que aquests trets estadístics dels processos bàsics en realitat no eren tals, sinó que ens ho semblaven a nosaltres per manca d'informació o de coneixement sobre els detalls del procés microscòpic que estava tenint lloc. Potser existien uns aspectes del fenomen que encara se'ns escapaven, o unes variables ocultes, o bé s'havia d'establir un altre enfocament de tot, etc.; i que quan es coneguessin, desapareixeria l'atzar, i es restabliria la causalitat.

Relació amb la Física actual

Els màsers i làsers

Tal com hem ja indicat i és ben sabut, l'emissió estimulada és a l'origen dels màsers (Townes 1954) i làsers (Maiman 1960). Com que en l'emissió estimulada l'ona (o el "fotó") que es genera té exactament les mateixes propietats que l'ona incident (mateixa freqüència, direcció de propagació, polarització, i fase), aquest procés és un regal de la natura que ens permet amplificar la llum fins a potències molt elevades, mantenint una elevada direccionalitat i monocromaticitat dels feixos de llum. Sobretot el làser, s'està convertint en els darrers anys en una eina imprescindible per a l'avenç en molts camps de la ci-

ència (física i química sobretot) i de la tecnologia. Avui en dia es poden fabricar làsers que són (i) o bé altament monocromàtics (freqüències definides amb 12 xifres significatives), útils per exemple per a espectroscopia d'alta resolució, metrologia, fotoquímica, control del moviment d'àtoms, etc. (i fins i tot, ja pràcticament avui en dia, per a fer tests de l'evolució en el temps, si és el cas, de les "constants" fonamentals de la física, degut a l'expansió de l'univers...); (ii) o bé que generen polsos ultracurts (el "record" actual està en 4 fs !), útils per exemple per a comunicacions òptiques i estudi de processos dinàmics ultraràpids en materials biològics; (iii) o bé que emeten amb alta potència (fins a desenes de kW en règim continu i fins a GW en règim polsat), útils per exemple per a tall, soldadura o marcatge industrial, (iv) o bé que són molt petits i fàcilment modulables, útils per exemple per a emmagatzemament d'informació, comunicacions i processat de la informació.

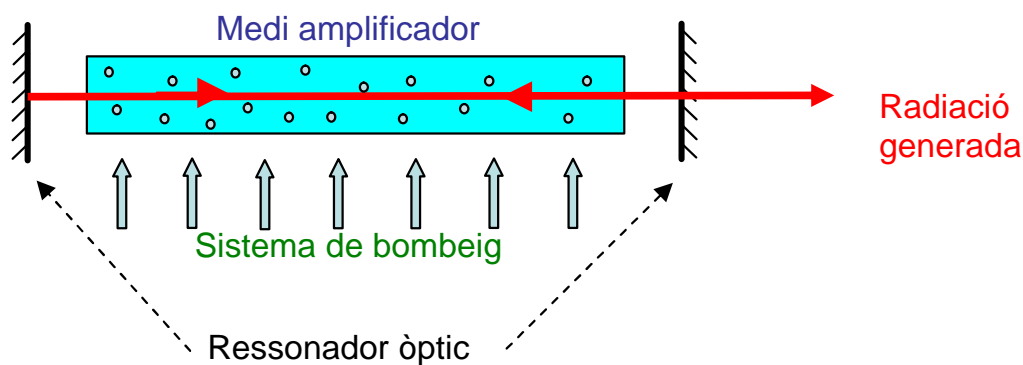


Figura 2. Esquema bàsic de l'estructura d'un làser. A l'interior del medi amplificador té lloc l'emissió estimulada, sempre que el sistema de bombeig produeixi una inversió de població ($N_2 > N_1$ a la figura 1) suficient en les molècules del medi. L'emissió estimulada amplifica la radiació electromagnètica, mantenint la monocromaticitat i direccionalitat.

Refredament i atrapament d'àtoms.

L'intercanvi d'impuls en una quantitat $\vec{p} = \hbar\vec{k}$ en cada procés elemental d'emissió o absorció, s'ha utilitzat en els darrers 15 anys per refredar i atrapar els àtoms. "Refredar" àtoms vol dir reduir la seva energia cinètica de translació, fins a valors el més petits possibles. Això es fa gràcies a la "frenada" que sofreix un àtom (que en condicions de temperatura ambient es mou en l'espai a velocitats de l'ordre de 1km/s) cada vegada que absorbeix un fotó que li ve de cara (els fotons són enviats mitjançant làsers). L'impuls $\vec{p} = \hbar\vec{k}$ és petit, però la massa d'un àtom també és petita, i si tenim en compte que un mateix àtom pot absorbir un fotó cada 10^{-6} - 10^{-8} s (temps en què l'àtom roman, estadísticament, en l'estat excitat, abans que torni a caure a l'estat fonamental a través d'un procés d'emissió espontània i per tant pugui tornar a absorbir un altre fotó), resulta que es pot pràcticament "parar" un àtom en una petita fracció d'un segon. Sols queda el moviment romanent produït per l'impuls generat en les emissions espontànies, però els físics han estat capaços de dissenyar estratègies per arribar a refredar un conjunt d'àtoms fins a temperatures properes al nK! (10^{-9} K). El Premi Nobel de Física de l'any 1997 va ser

atorgat a S. Chu, C. Cohen-Tannoudji i W.D. Phillips per les seves contribucions al refredament i atrapament d'àtoms.

Validesa actual del model d'Einstein

El model d'Einstein sobre els processos bàsics d'interacció llum-matèria s'utilitza encara bastant, ja que, a efectes estadístics (és a dir, aplicat sobre un conjunt d'àtoms elevat) i per a determinats aspectes del problema, dona resultats correctes. No obstant, una vegada va ser edificat l'edifici formal de la mecànica i electrodinàmica quàntiques, ja es va veure que el model d'Einstein tenia els trets correctes, però era incomplet. La diferència més important rau en l'estat atòmic. En temps dels articles d'Einstein [2-4], la idea que hi havia darrera el model era que l'àtom, en el cas de, per exemple, la figura 1 anterior, o bé estava en l'estat 1 (una de les "òrbites" atòmiques tipus Bohr per exemple) o bé estava en l'estat 2 (una altra òrbita), i que quan absorbia o emetia un fotó passava ràpidament d'un estat a l'altre. Avui en dia se sap que un àtom, o qualsevol sistema físic que tingui, per exemple, dos estats possibles d'energia E_1 i E_2 , pot estar no sols en aquests dos estats, sinó també en qualsevol estat que sigui una combinació lineal, amb coeficients complexos, dels dos estats d'energies E_1 i E_2 . Es diu que els dos estats de base defineixen un espai vectorial bidimensional d'estats possibles, definit sobre el cos dels números complexos. Podem dir doncs que existeix una "doble infinitud" d'estats "intermedis" entre els dos estats bàsics, i aquesta riquesa de possibilitats que ofereix la mecànica quàntica en qualsevol sistema és a la base de la potent recerca que s'ha despertat amb gran ímpetu en els darrers anys en física, i a la qual s'hi associen noms com *quantum entanglement*, *quantum computing*, etc. Doncs bé, quan una ona electromagnètica ressonant amb la transició $E_1 \leftrightarrow E_2$ actua sobre un àtom que inicialment es trobava, per exemple, en l'estat d'energia E_1 , l'àtom es veu induït a passar a un estat combinació lineal dels dos estats de base, amb uns coeficients complexos que van evolucionant amb el temps de manera fàcilment calculable amb les lleis actuals de la mecànica quàntica.

És curiós, no obstant, tal com hem apuntat, que a efectes de calcular, estadísticament, la quantitat de llum que absorbeix o emet per un conjunt d'àtoms, o les poblacions mitjanes dels nivells d'energia E_1 i E_2 , el model dels coeficients d'Einstein dona els resultats completament correctes (en valor mitjà), i per tant encara s'utilitza en molts casos, per exemple en espectroscòpia, o inclús per a models simplificats de làsers.

És interessant també assenyalar que el problema suscitat per Einstein de qui decideix quan i en quina direcció s'emet el fotó d'emissió espontània, ha resultat ser uns dels problemes més difícils de la física quàntica en el segle XX (i per a alguns encara no està totalment aclarit). Ha calgut introduir, tal com apareix de manera natural en un dels enfocaments possibles (no únic) de la teoria totalment quàntica, que existeix un camp electromagnètic residual en el buit, el qual en mitjana (vectorial) és zero, però que té unes fluctuacions diferents de zero (de fet, unes fluctuacions que tendeixen a infinit, si ens concentréssim en un punt). Aquest camp residual és el que va "donant petites empentes" a l'electró de l'àtom quan es troba en l'estat d'energia E_2 (figura 1) i li provoca que es desencadeni un procés de caiguda, per emissió espontània, a l'estat d'energia E_1 .

Finalment, hem d'assenyalar que els tres processos bàsics d'interacció llum-matèria descrits per Einstein el 1917 (figura 1), avui en dia se sap que són els més elementals possibles, però que no són pas els únics. Existeixen, per exemple, processos més complexos (no lineals), en els quals hi solen estar involucrats dos o més fotons simultàniament (són processos denominats no lineals, els quals en general són menys probables que tinguin lloc; requereixen potències lluminoses més altes que els processos bàsics aquí estudiats). Per exemple, podem assenyalar els processos d'emissió o absorció de n fotons, o els processos de suma o de resta de freqüències (en els quals dos fotons de diferent freqüència es fusionen per donar lloc a un únic fotó de freqüència suma o resta), els processos Raman que tant utilitzen els químics, etc.

Estadística de Bose-Einstein

La darrera gran contribució d'Einstein a la Física quàntica va ser l'establiment d'una estadística apropiada per ser aplicada a sistemes quàntics [5,6]. La idea li va sorgir de la proposta d'un jove físic indi, Satyendra Nath Bose (Universitat de Dacca), el qual li va demanar que l'ajudés a que li publicuessin un article que havia escrit, si li semblava prou interessant. Aquest físic va aplicar una manera de comptabilitzar els estats microscòpics possibles d'un camp electromagnètic que, de fet, i sense ser-ne gaire conscient del seu significat rupturista respecte de la física clàssica, d'alguna manera era compatible amb les idees d'Einstein sobre els quàntums de llum. Per tant a Einstein li va semblar interessant i rellevant. El va recolzar, i l'article es va publicar [7]; molts el consideren el quart (i darrer) dels articles revolucionaris de l'antiga teoria quàntica (els altres tres eren els de Plank 1900, Einstein 1905 i Bohr 1913). A més, Einstein va publicar poc després dos articles més inspirats en el treball de Bose, [5,6] i en els quals estenia les idees que contenia.

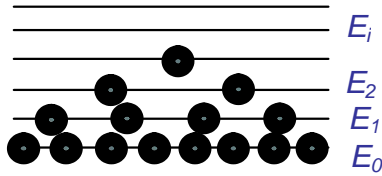


En el treball de Bose sobre la radiació electromagnètica, les idees subjacents eren les següents: enlloc de considerar raonaments d'ones electromagnètiques, considera partícules, de massa 0, amb dos estats de polarització; el nombre de partícules no té perquè conservar-se, i aquestes partícules obeeixen una nova estadística en la qual els nombres de partició es comptabilitzen calculant *no quines* partícules hi ha a cada cel·la de l'espai de fases (com tradicionalment es feia en la física clàssica –axioma de Boltzmann), sinó *quant*es partícules hi ha a cada cel·la (postulant que no hi ha límit al nombre de partícules que es poden trobar simultàniament en una mateixa cel·la); a més, són les cel·les, més que les partícules, les que es consideren estadísticament independents. A partir de tot això, per exemple, la llei de Planck en resultava verificada. El punt més rellevant de tot l'assumpte, doncs, és el relatiu a la manera de comptabilitzar les partícules, en les quals hi ha subjacent un principi fonamental d'*indistingibilitat* de les partícules elementals.

La contribució subseqüent d'Einstein va ser estendre el tipus d'enfocament a un cas no de radiació electromagnètica, sinó de partícules materials en general. Va suposar doncs que el seu sistema consistia de partícules no relativistes de massa finita, i que el nombre de

partícules es conservava. Se suposava que la interacció entre les partícules era nul·la, o petita. El model d'Einstein, o millor dit, de Bose–Einstein, se'l coneix també com el del “gas quàntic”, o “gas de Bose”, o “gas de Bose–Einstein”.

La fórmula més coneguda de l'estadística de Bose-Einstein és la que ens expressa el nombre mitjà de partícules, $n(E)$, que es troben en un estat d'energia E :



$$n(E) = \frac{1}{e^{(E-m)/k_B T} - 1} \quad (2)$$

on E pot prendre els diferents valors E_i possibles per al sistema considerat (enlloc de pensar en cel·les de l'espai de les fases, podem pensar en estats quàntics), i on m representa el potencial químic (el qual depèn del nombre total de partícules). Se'n dedueix que les partícules tenen tendència a acumular-se en els estats d'energia més baixa, tal com s'indica en la figura. A més, es varen adonar que, per a molt baixes temperatures (on m pren valors lleugerament negatius i tendeix cap a zero quan T tendeix cap a zero*), quan es decreix progressivament la temperatura, la massiva acumulació de partícules en l'estat més baix d'energia produeix, a partir d'una certa temperatura crítica, una veritable “transició de fase” (a manera semblant a com un gas corrent es comença a condensar i una part del mateix passa a estat líquid), separant-se doncs dues fases del sistema. És el que es coneix com la “condensació de Bose-Einstein” (BEC en anglès).

Relació amb la Física actual

Avui en dia, amb la mecànica quàntica, sabem que, quan tenim un conjunt o “gas” de partícules quàntiques**, hi han solament dues situacions possibles: el cas dels *bosons*, en que la funció d'ona del sistema és simètrica per l'intercanvi de la posició de dues qualsevol de les partícules, i correspon al cas de partícules amb espí 0 o enter (fotons, mesons, una bona part dels nuclis i dels àtoms,...), i el cas dels *fermions*, en que la funció d'ona és antisimètrica i correspon al cas de partícules d'espí semienter (electrons, protons, neutrons, una bona part dels nuclis i dels àtoms,...). Les primeres obeeixen a l'estadística de Bose-Einstein, mentre que les segones obeeixen a l'estadística de Fermi-Dirac. La diferència principal és que en el segon cas sols hi pot haver com a màxim una única partícula en el mateix estat. Per tant, entre altres conseqüències, no hi pot haver condensació de Bose-Einstein.

Un dels temes experimentals que ha suscitat més interès en Física en els darrers 10 anys és el de la condensació de Bose-Einstein d'àtoms (d'àtoms que siguin bosons, és clar).

* En el cas d'un gas de fotons, el nombre de “partícules” no és constant, i m s'ha de prendre 0.

** Com a “partícula” entenem no sols partícules elementals, sinó també agregats de partícules, com ara àtoms.

L'interès radica en que el fenomen quàntic de la condensació de Bose-Einstein sols s'havia assolit parcialment en molt pocs casos (en l' ^4He superfluid, en la superconductivitat i en excitons en semiconductors), i estava barrejada amb altres fenòmens que l'emascaraven. En canvi, la condensació de Bose-Einstein d'àtoms, atès que aquests en estat gasós interaccionen molt poc entre ells, podria aportar una primera realització clara, i bastant pura, del fenomen predit ja fa tants anys. El fet podria ser interessant, a més, perquè avui en dia se sap que, en l'estat condensat, les partícules constituents passen a ser descrites per una única funció d'ona quàntica, la qual cosa significa que les partícules sincronitzen la seva dinàmica, actuant de manera col·lectiva.

Doncs bé, la condensació de Bose-Einstein d'àtoms s'ha assolit a partir de l'any 1995. La idea és partir de les tècniques làser de refredament d'àtoms, i amb l'ajut de camps magnètics per seguir refredant i augmentant la densitat d'àtoms fins aconseguir la condensació. El Premi Nobel de Física del 2001 ha estat donat a Eric A. Cornell, Wolfgang Ketterle i Carl E. Wieman [8-10] per haver assolit la condensació de Bose-Einstein per primera vegada (el primer i el tercer són a la fotografia adjunta). Bose i Einstein poden estar contents! Avui en dia s'estan estudiant les propietats dels "condensats de Bose-Einstein", i al mateix temps veure si poden ser útils per a aplicacions. De moment, s'han aconseguit coses com un "làser d'àtoms", però encara no és té clar quines aplicacions pot tenir.

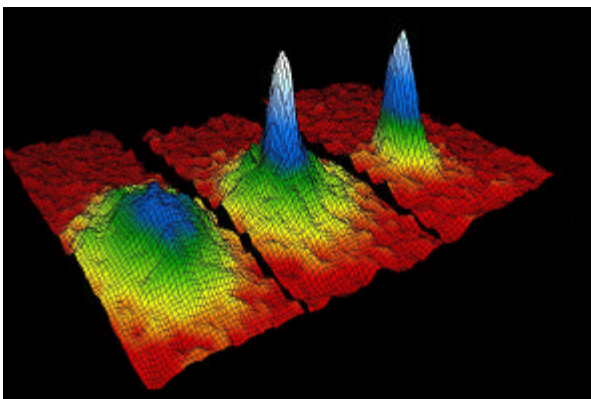


Figura 3. Primer condensat de Bose-Einstein d'àtoms aconseguit en Física. En abscisses, tenim la velocitat dels àtoms, i l'ordenada representa el nombre d'àtoms. Les tres subfigures, d'esquerra a dreta, corresponen la primera a un estat no condensat (temperatura per sobre de la temperatura crítica), i les altres dues, a dos estats condensats (temperatures per sota de la crítica). [8]

Darreres contribucions

A partir de 1926, a mida que l'edifici formal i rigurós de la mecànica quàntica es consolidava (amb Schrödinger, Heisenberg, Born, Dirac, Pauli, Bohr,...) i es confirmava que aquesta teoria incloïa l'atzar i la incertesa com a uns dels ingredient intrínsecs dels fenòmens naturals (per exemple, de la funció d'ona d'un sistema sols en podem extreure informació tal com la *probabilitat* que al fer una mesura en un determinat instant trobem el

sistema en un determinat punt, o la *probabilitat* que el trobem en un determinat estat, etc.), Einstein es va sentir insatisfet. És conegut el fet que, a partir de la 5a conferència de Solvay, on es solien reunir els físics més avançats en la ciència moderna, va mantenir interessants discussions amb Bohr, on Einstein posava exemples o experiments ideals, astuciosament escollits, on la flamant mecànica quàntica semblava, a primera vista, que entrava en contradicció, o que arribava a conclusions absurdes. No obstant, a cada exemple proposat per Einstein, Bohr, després de reflexionar-hi profundament (durant tota la nit següent, a vegades), arribava a donar l'explicació satisfactòria de l'experiment proposat, desfent la contradicció (dins del marc de la teoria quàntica). Aquestes discussions, de fet, ajudaren a consolidar la mecànica quàntica i a que fos àmpliament acceptada.

Després d'aquestes discussions, que es van perllongar durant alguns anys, Einstein ja va quedar convençut que la mecànica quàntica establerta era correcta, però considerava que era *incompleta*, i ho va seguir pensant fins a la seva mort. És ben coneguda la seva frase: “*Déu no juga als daus ...*”: les incerteses i la complementarietat en la mecànica quàntica, així com la transcendència de l'acte de mesura (en el qual el sistema es pot “decantar” a l'atzar sobre un resultat de la mesura o un altre), existeixen perquè (tal com ja hem comentat abans) no tenim suficient informació sobre el món real, i llavors no coneixem l'estat complet, exacte del sistema a cada moment. A partir del 1935 Einstein ho expressava en termes del concepte de “realitat objectiva”, la qual seria independent dels actes de mesura. Einstein va intentar buscar aquest nou marc, però no el va trobar (veure també més avall).

Una manifestació d'aquesta insatisfacció d'Einstein és la publicació d'un article amb Podolsky i Rosen [11], el qual conté el que avui en dia es coneix com a *paradoxa d'Einstein, Podolsky i Rosen* (EPR), i a la qual es fa sovint referència per assenyalar un cert tipus de problema d'interpretació dels fenòmens. Considerem un sistema que, de sobte, es descompon en dos subsistemes (per exemple, una desintegració radioactiva, o una emissió de dos fotons per part d'un àtom o un material), i que aquests dos subsistemes o partícules surtin a gran velocitat i es propaguin en direccions diferents. Cada subsistema o partícula pot estar en alguna determinada combinació lineal dels estats de base possibles de la partícula. Això vol dir que si, en un determinat instant, fem una mesura d'alguna magnitud relativa a una de les partícules, ens podrà donar un valor o un altre, a l'atzar. No obstant, si aquesta magnitud que mesurem estava ben definida per al sistema global, això ens implicarà que, *a l'instant*, ja coneixem el resultat que ens donarà una mesura de l'altra partícula, encara que aquesta mesura l'efectuem en un punt tan allunyat que no hi hagi manera que els dos subsistemes es “comuniquin” a la velocitat de la llum per transmetre's informació!. La cosa encara es complica més si fem mesures de dues magnituds, que, en cada subsistema, siguin complementàries entre sí (en el sentit que verifiquin el principi d'incertesa de Heisenberg).

De fet, encara que aquest resultat sigui sorprenent, és correcte, segons la teoria quàntica. Hi ha una “no localitat” de la mecànica quàntica que fa, amb especial claredat en el cas de mesures de moment angular, que quan una partícula o sistema es “precipita”, com a resultat d'una mesura, en un determinat estat quàntic, això té conseqüències sobre tot l'espai (ja que les funcions d'ona s'estenen també en principi sobre tot l'espai), i per això afecta a qualsevol futura mesura que es faci, relacionada amb ella, sigui quin sigui el punt i instant en que s'efectuï. Einstein va suggerir que potser existia alguna *variable oculta*,

que desconeixem de moment, i que si algun dia l'arribem a descobrir, ens permetrà explicar aquests fets tan sorprenents (per exemple, aquesta nova variable seria la que fés que l'estat de cada partícula estigués ja ben determinat, independentment dels actes de mesura posterior, des de l'instant de l'emissió de les dues partícules), i mantenir sense ambigüitat el principi de causalitat (i fins i tot potser ens permetrà eliminar totes les incerteses intrínseques de la mecànica quàntica en general i tornar a un mentalment confortable determinisme ...)

Més endavant, el 1964 [12], Bell va ser capaç d'establir una desigualtat, coneguda ara com la "desigualtat de Bell", la qual permet determinar, a partir de conjunts de mesures i d'estudiar-ne les correlacions, si hi han efectes no locals o no en un determinat fenomen (la interpretació d'EPR sols es pot verificar si no hi han efectes no locals). Segons Alain Aspect [13], la desigualtat de Bell és un dels descobriments més profunds del segle XX. Els experiments realitzats fins ara, en els darrers anys, amb separacions cada vegada més grans de les dues mesures efectuades (de l'ordre de desenes o centenars de km) [13], han demostrat, amb més o menys marge d'error, que la desigualtat sempre es viola!, confirmant, doncs, la interpretació "ortodoxa" i no local de la mecànica quàntica, per sorprenent que resulti a la nostra intuïció.

Avui en dia, els temes de la no localitat i dels efectes d'una mesura en un subsistema sobre una mesura en un altre subsistema molt allunyat, estan en la base d'algunes de les línies de recerca més apassionants de la física actual: les de la *criptografia quàntica*, i la *teleportació quàntica*, les quals ningú sap encara fins on ens podran dur!

Intent de teoria relativista unificada de gravitació i electromagnetisme.

Tot i que Einstein va seguir pensant sobre la física quàntica, en els darrers anys de la seva vida sembla ser que es va dedicar més exclusivament a intentar trobar una teoria de camps relativista que unifiqués la gravitació amb l'electromagnetisme. No ho va aconseguir, i no s'ha aconseguit ara encara. En el que sí s'ha avançat és en l'electrodinàmica quàntica, i també en les relacions entre l'electromagnetisme i les forces nuclears (de fet, ja fa uns quants anys que, per exemple, es van unificar les forces nuclears "febles" amb les electromagnètiques; les forces nuclears no eren prou ben conegudes encara, en temps d'Einstein, com per motivar-lo a endinsar-se en el seu estudi). Acrònims com la QED (Quantum Electrodynamics) o QCD (Quantum Chromodynamics) són ben coneguts a la física més avançada dels nostres dies.

La incorporació de la gravetat amb les altres interaccions fonamentals, en el marc relativista, és el tema que planteja més reptes. Hem d'assenyalar aquí que Einstein no veia aquest problema com totalment independent del de la física quàntica. En efecte, ell pensava que la teoria quàntica més completa, que dugui a una *realitat objectiva*, no es podrà trobar partint de la pròpia mecànica quàntica actual i retocant-la ("I do not believe that quantum mechanics will be the starting point of the research for this basis just as one cannot arrive at the foundations of mechanics from thermodynamics or statistical mechanics"), sinó *començant de zero altra vegada, amb un nou enfoc*. Fins i tot, tenia l'esperança que la nova teoria quàntica sorgís de manera natural, com a un subproducte, de la teoria relativista general unificada que cercava. Aquesta nova teoria, basada en e-

quacions diferencials, hauria de ser, segons ell, causal, que unificqués gravitació i electromagnetisme; les partícules conegudes de la física haurien d'emergir com a solucions especials de les equacions del camp generals (amb els valors correctes de la massa i la càrrega), i que els postulats quàntics serien una conseqüència d'aquestes equacions. Inclús va dir que fins i tot les partícules amb espí podrien sorgir de manera natural, com a solucions amb simetria no esfèrica. Al 1931 ja s'havia intentat una teoria unificada en un espai de dimensió 5, però el tema era, i és, molt difícil, si és que té solució...

Conclusions finals

Per breuetat, no repetirem aquí comentaris que ja hem escrit abans. Tal com podem deduir dels apartats anteriors, Einstein, persona senzilla i pacifista, va ser un científic amb una gran clarividència per afrontar temes d'importància fonamental per a comprendre el nostre món. Va ser valent, per intentar afrontar aquests temes, i encara que duguessin a fortes ruptures amb la física coneguda fins al moment. Va reflexionar profundament, com han fet pocs altres científics, sobre les implicacions epistemològiques i filosòfiques de la seva obra. Segons el seu pensament, un físic apareix com:

- realista, en quant vol descriure un món independentment dels actes de percepció.
- idealista, en quant veu els conceptes i teories com invencions lliures de l'esperit.
- positivista, en quant aquestes nocions es justifiquen sols si subministren una representació lògica de relacions entre experiències sensorials.
- pitagòric o platònic, en quant té com a principi heurístic fonamental el de la simplicitat lògica.

Va ser tan honest amb el seu propi pensament que no va dubtar, en la segona fase de la seva vida, a mantenir els seus pensaments crítics (sobre la física quàntica), tot i que això el va dur a una certa soledat, al quedar una mica apartat del corrent general dels físics. Però observem que mai va fer una crítica destructiva, va respectar els treballs dels altres, solament va manifestar que la teoria quàntica, si bé era correcta ja que coincidia amb la realitat que es coneixia fins llavors, no era completa. I es va dedicar fins al final de la seva vida a intentar trobar una teoria correcta, a partir de la unificació dels camps fonamentals.

La majoria de temes que ell va tractar, tal com hem indicat, han estat d'actualitat, ja sigui per aspectes fonamentals, ja sigui per les seves conseqüències tècniques, fins als nostres dies, i segurament ho estaran encara per bastant més temps.

REFERÈNCIES

- [1].- Per a la preparació d'aquest capítol m'he basat en part en apunts de Models Matemàtics de la Física, de S. Xambó.
- [2].- Einstein, A., Verh. Dtsch. Phys. Ges. 18, 318 (1916).
- [3].- Einstein, A., Mitt. Ph. Ges. Zürich 16, 47 (1916).
- [4].- Einstein, A., Phys. Z.. 18, 121 (1917).
- [5].- Einstein, A., Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss. Phys.-Math. Kl., p. 261 (1924).
- [6].- Einstein, A., Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss. Phys.-Math. Kl., p. 3 and 18 (1925).
- [7].- Bose, S.N., Z. Phys.. 26, 178 (1924).
- [8].- Anderson, M.H.; Ensher J.R.; Matthews, M.R.; Wieman C.E., and Cornell E.A.: Science 269, 198 (1995).
- [9].- Davis K.B., Mewes M.-O., Andrews M.R., van Druten N.J., Durfee D.S., Kurn D.M., Ketterle W.: Phys. Rev. Lett 75, 3969 (1995)
- [10].- Andrews M.R., Townsend C.G., Miesner H.-J., Durfee D.S., Kurn D.M., Ketterle W.: Science 275, 637 (1997).
- [11].- Einstein, A.; Podolsky, B., and Rosen N.: Phys. Rev. 48, 73 (1935).
- [12].- Bell, J.S.: Speakable and Unspeakable in Quantum Mechanics 14-21 (Cambridge Univ. Press, 1987).
- [13].- Aspect, A.: Nature, 398, 189 (1999)

Constants físiques en unitats SI

Quantitat	Simbol	Valor	Error (ppm)
Velocitat de la llum	c	$2.99792458 \cdot 10^8$ m/s	exacte
Constant gravitació	G	$6.67259 \cdot 10^{-11}$ m ³ /(kg·s ²)	128
Càrrega elemental	e, e_0	$1.60217733 \cdot 10^{-19}$ C	0.30
Quàntum d'acció de Planck	h	$6.6260755 \cdot 10^{-34}$ J·s	0.60
Constant de Planck	$\hbar = h / 2\pi$	$1.05457266 \cdot 10^{-34}$ J·s	0.60
Nombre d'Avogadro	N, N_A	$6.0221367 \cdot 10^{23}$ mol ⁻¹	0.59
Massa de l'electró	m_e	$9.1093897 \cdot 10^{-31}$ kg ~ 0.51099906 MeV	0.59 0.30
Constant de Boltzmann	$k, k_B = R/N$	$1.380658 \cdot 10^{-23}$ J/K	8.5
Permeabilitat del buit	μ_0	$4\pi \cdot 10^{-7}$ (V·s)/(A·m)	exacte
Permitivitat del buit	$\epsilon_0 = (\mu_0 c^2)^{-1}$	$8.85418781762 \cdot 10^{-12}$ (A·s)/(V·m)	exacte