

## PLANILANDIA Y LOS MUNDOS TRIDIMENSIONALES

JULIAN PFEIFLE

Los caracteres de la famosa novela satírica *Flatland: A Romance of Many Dimensions* de Edwin Abbott (1884) son diversos habitantes del plano, como segmentos y polígonos de varios lados. Mientras que esta novela se centra en la crítica social sobre la cultura Victoriana de la época, algunas obras posteriores han profundizado en los aspectos físico-geométricos de un mundo compuesto de solamente dos dimensiones. Todo un clásico en este sentido es *The Planiverse: Computer Contact with a Two-Dimensional World*, de A. K. Dewdney (1984).

Aquí contaremos la historia de otros exploradores intrépidos de un mundo bidimensional.

Uno de ellos, llamémosle *Quad* en homenaje a Abbott, concibió el plan audaz de demostrar que el mundo en el que vivía era, en realidad, un *hipercírculo*<sup>1</sup>, y no un plano como afirmaban sus sensatos (y algo aburridos, pero simpáticos) compañeros de la tribu en Ciudad Planar. Un día soleado, Quad partió desde Ciudad Planar hacia el oeste, cuidadosamente dejando detrás de sí una huella en forma de un hilo de color rojo, para poder volver rápidamente a sus compañeros queridos en el caso de que el mundo por allí fuera resultaría ser más hostil de lo que parecía ser más cerca de casa. Sin embargo, esta precaución resultaba ser innecesaria, porque al cabo de pocos días Quad regresó a Ciudad Planar desde el este sin mayor sobresalto. Naturalmente, sus compañeros no quisieron oír hablar nada de hipercírculos extraños, sino de manera muy sensata afirmaban que Quad simplemente se había desviado, errando por el plano en un círculo bastante grande hasta volver a Ciudad Planar por el este. E igual de naturalmente, Quad no se movió ni un ápice de su convicción de que el mundo era de todo, menos un plano aburrido. A la semana siguiente partió, pues, hacia el sur, bien provisto de un gran bulto de hilo azul, y a los pocos días regresó de vuelta a casa, pero entrando desde el norte. Y en los días siguientes se desarrolló un gran debate filosófico entre los normalmente tan plácidos y sensatos habitantes de Ciudad Planar, al jurar y perjurarse Quad que en su segundo viaje no había encontrado ni rastro del hilo rojo que había dejado en su primer viaje. Lo curioso es que hasta mucho después, nadie se dió cuenta de un hecho mucho más trascendental, que era que la portada del diario que Quad se había llevado de viaje ahora se titulaba *oiraiD ojepsE lE*.

En este trabajo exploraremos propiedades curiosas y fascinantes de otros mundos bidimensionales posibles. Jugaremos al ajedrez en toros y botellas de Klein y al fútbol en el plano proyectivo, coseremos asas y cintas de Möbius a donuts, y confeccionaremos vestidos de papel hiperbólico. Cuando todo esto sepa a poco, estaremos listos para explorar el fascinante mundo de las *variedades tridimensionales*: el toro de dimensión 3, el espacio dodecaedral de Poincaré y la teselación del espacio hiperbólico por dodecaedros rectangulares son una muestra de los manjares que nos esperan.

Para disfrutar con este trabajo hacen falta una gran capacidad de estudio y trabajo autónomo, pero sobre todo muchas ganas de experimentar con la geometría.

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA  
E-mail address: julian.pfeifle@upc.edu

---

<sup>1</sup>dicho de otro modo, una esfera