

Activitat a l'FME per a estudiants de batxillerat i professors de matemàtiques

L'ÚLTIM TEOREMA DE FERMAT

Aquesta activitat està pensada per a estudiants i professors de matemàtiques de batxillerat. L'últim teorema de Fermat ha estat durant tres segles i mig un dels problemes oberts més importants de les matemàtiques. Per la senzillesa del seu enunciat i l'aurèola de problema difícil que l'envolta ha cridat sempre l'atenció dels joves a qui agraden les matemàtiques. Precisament això li va passar a Andrew Wiles, que es va convertir en matemàtic somniant poder-lo resoldre algun dia, i se'n va sortir!

L'activitat consistirà en:

- Una xerrada de contingut matemàtic, d'uns 30-40 minuts, on s'introduirà el problema i s'explicarà en un llenguatge assequible per als estudiants de batxillerat la demostració que va fer el mateix Fermat del cas d'exponent 4.
- Pausa-berenar.
- Una xerrada d'uns 15-20 minuts on s'explicarà l'història de la demostració de Wiles: els protagonistes i les seves circumstàncies, però sense entrar en els detalls i les tècniques de les matemàtiques involucrades. Això servirà per poder seguir l'argument de l'obra que es projectarà a continuació.
- Projectió del musical "Fermat's Last Tango". Aquest musical es va representar durant sis setmanes al York Theatre de Broadway l'any 2000 amb èxit notable de crítica i públic. En una història plena de fantasia i sentit de l'humor s'expliquen les aventures d'Andrew Wiles durant l'any que va passar entre el descobriment de l'error en la seva demostració del teorema de Fermat fins que va aconseguir arreglar-lo. Entre els protagonistes principals destaca el fantasma de Pierre de Fermat . . .

Què diu l'últim teorema de Fermat i com es va demostrar?

Al marge de la seva còpia de l'aritmètica de Diofant, Pierre de Fermat (1601–1665) va escriure:

*Cubum autem in duos cubos, aut quadratoquadratum in duos quadratoquadratos,
et generaliter nullam in infinitum ultra quadratum potestatem in duos eiusdem nominis
fas est dividere cuius rei demonstrationem mirabilem sane detexi.
Hanc marginis exiguitas non caperet.*

És a dir, que l'equació $X^n + Y^n = Z^n$ no té solució no trivial amb exponent $n \geq 3$. Tot i que Fermat assegurava “tenir una demostració meravellosa d'aquest fet” i s'excusava de no escriure-la per falta d'espai al marge del text de Diofant, en realitat l'únic que va deixar escrit va ser la demostració de la inexistència de solucions quan l'exponent n és igual a quatre.

Amb els anys, aquesta afirmació de Fermat es convertí en un dels mites de les matemàtiques: un gran nombre dels millors matemàtics dels segles XVIII, XIX i XX van dedicar-hi grans esforços sense aconseguir mai donar-ne una demostració, per bé que moltes de les noves idees i tècniques introduïdes per al seu estudi han acabat comptant-se entre les més fructíferes i importants de les matemàtiques dels darrers tres segles.

Ja al segle XX, a finals de la dècada dels 80, els matemàtics Gerhard Frey, Jean-Pierre Serre i Kenneth Ribet van descobrir una nova via per atacar el teorema de Fermat: n'hi havia prou a demostrar una conjectura formulada pels matemàtics japonesos Goro Shimura i Yutaka Taniyama als anys 50, que diu:

Tota corba el·líptica amb coeficients racionals és modular.

La majoria d'experts, en saber-ho, van pensar: “la conjectura de Shimura-Taniyama, que ja sabíem que és difícil, ara resulta que està maleïda per l'últim Teorema de Fermat”, i van decidir deixar-la al calaix dels problemes massa difícils perquè mereixi la pena intentar resoldre'ls.

No tots, però: Andrew Wiles era un jove matemàtic que s'havia guanyat un prestigi notable entre els especialistes en teoria de nombres per haver resolt ja un parell de problemes importants. De nen, Wiles havia llegit en un llibre la història del teorema de Fermat, que va aconseguir obsessionar-lo fins al punt que havia tingut molt a veure en la seva elecció de la professió de matemàtic; en conèixer els resultats de Ribet decidí dedicar-se en secret a intentar demostrar la conjectura de Shimura-Taniyama, i durant set anys treballà en solitari a les golfes de casa seva al campus de Princeton, sense que els seus col·legues de la Universitat sabessin en quines investigacions estava ficat.

El juny de 1993, en tres conferències impartides a l'institut Isaac Newton de Cambridge, Wiles anuncià la demostració de la conjectura de Shimura-Taniyama —i, per tant, de l'últim teorema de Fermat— i va donar un esbós del seu mètode. Quan els especialistes van examinar detalladament les idees i tècniques del treball de Wiles van trobar un error en un càlcul que invalidava la demostració. Tot i que molts pensaren que —una vegada més— la “maledicció de Fermat” s'havia fet present i que Wiles passaria a la història del teorema com un més dels que havien fracassat en l'intent, aquesta vegada l'història acaba bé: Wiles es va donar compte de seguida que l'error detectat no es podia arreglar i va passar-se més d'un any per trobar una argumentació que li permetés canviar la part de la demostració invàlida per una altra de correcta. Finalment, tal i com explica ell mateix, el 19 de setembre de 1994 va tenir un instant de lucidesa en què va veure que una idea descartada anys enrere pensant que no funcionava, en realitat sí que li permetia resoldre allò que li faltava per acabar la demostració.

El resultat de Wiles, amb la demostració de l'últim teorema de Fermat, es va publicar a la revista *Annals of Mathematics*, una de les de més prestigi de la disciplina, l'any 1995.